

# 二次元及び三次元RANSモデルによる 浅水格子乱流の数値解析

COMPUTATIONS OF SHALLOW GRID TURBULENCE  
USING 2D AND 3D RANS MODELS

木村 一郎<sup>1</sup>・W.S.J. Uijtewaal<sup>2</sup>・細田 尚<sup>3</sup>  
Ichiro KIMURA, W.S.J. UJITTEWAAL and Takashi HOSODA

<sup>1</sup>正会員 博(工) 松江工業高等専門学校助教授 環境・建設工学科 (〒690-8518 松江市西生馬町14-4)

<sup>2</sup>非会員 PhD Assoc. Prof. Delft University of Tech., Faculty of Civil Eng. and Geosciences,  
(P.O. Box 5048, 2600 GA Delft, The Netherlands)

<sup>3</sup>正会員 工博 京都大学大学院教授 工学研究科都市社会工学専攻 (〒615-8540 京都市西京区京都大学桂)

Grid turbulence is one of most fundamental turbulence phenomena because it does not have a velocity distribution in the main flow. This paper describes the computations of grid turbulence in shallow flows in open channels. Since the shallow grid turbulence is bounded by a solid bottom and a free surface, its fundamental turbulence structures are completely different from the three-dimensional grid turbulence. The vertical confinement of the flow suppresses the three-dimensionality and attains strongly two-dimensional features with inverse cascade of turbulence energy from small scale toward large-scale structures due to vortex merging. 2D depth averaged models and 3D models with linear and non-linear constitutive equations are applied to a shallow grid turbulence and the results are discussed through the comparison with the results of laboratory tests performed by Uijtewaal and Jirka (2003)<sup>1)</sup>. In 2D computations, a modified non-linear 0-equation model could capture the fundamental aspects of flow phenomena including inverse cascading. In 3D models, an artificial disturbance at inlet boundary is necessary to generate inverse cascade.

**Key Words :** *Shallow flows, Grid turbulence, RANS, Depth-averaged model, 3D computations, Non-linear k-ε model, Non-linear 0-equation model*

## 1. はじめに

三次元流れにおける格子乱流とは、一様な格子(網目)の背後に生じる一様な乱流場を指し、平均流速勾配を持たないという点で最も単純で基本的な乱流場と考えることができる。二次元流れにおいても、等間隔のスリット後方の流れを二次元格子乱流と考えることができるが、その特性は三次元流の場合と大きく異なる。最も顕著な違いは、乱れのカスケードに現れる。すなわち、三次元乱流の場合、大スケールから小スケールに向かう「カスケードダウン」が卓越するのに対し、二次元では小スケールから大スケールに向かう「カスケードアップ」が卓越する<sup>1)</sup>。これは、具体的には格子により誘起された小スケールの渦が、合体を繰り返しながら大規模な渦を形成する過程に対応している<sup>1)</sup>。このような定性的な特性の相違に伴って、スペクトル分布や乱れの減衰過程に明確な定量的差異が現れることが知られている。このようなカスケード過程の予測は、例えば流れの抵抗特性や流砂輸送を考える上で重要といえる。

本研究は、開水路浅水流中に等間隔で設置された角柱群の下流側に形成される乱流場の数値解析モデルについて検討を行うものである。このような流れは、二次元格子乱流としての特徴に、底面と水面の影響という三次元性が加わった乱流場とみることができ、浅水格子乱流と呼ぶことに

する。河川や湾域などの開水路浅水域の乱流現象を数値解析する場合、浅水格子乱流の基本的性質を再現する数値解析モデルを用いる必要がある。土木工学の分野では浅水流の数値解析モデルとして従来から良く用いられてきたのは水深積分型の平面二次元モデルである。最近の電子計算機の高性能化は、三次元解析の普及を促し、二次元解析の適用範囲の一部を置き換えるに至った。一方では二次元モデルの高機能化の試みが進んでおり、第一種二次流などの三次元的挙動を積分して取り込んだモデル<sup>2)</sup>や、非線形乱流モデルとのカップリング<sup>3)</sup>などが報告されている。すなわち、浅水乱流の数値解析に関しては、三次元モデルの裾野の広がりや二次元モデルの高機能化という2つの明確な流れを読み取ることができる。これを背景に、実務の場面では「二次元か三次元か」というモデルの適切な選択の重要性が増しているが、現在のところ明確な指針が無く、今後両者の比較研究を様々な流れ場を対象に行う必要がある。

本研究では、浅水格子乱流に対して、二次元モデル、および三次元モデルによる数値シミュレーションを試み両者を比較する。用いる乱流モデルとしては、二次元モデルでは著者らが開水路せん断混合層の計算を通じて開発した非線形ゼロ方程式モデル<sup>3)</sup>を基礎とし、乱れ強さの配分を考慮した若干の改良を試みる。一方、三次元モデルについては、著者らが開発を行ってきた二次非線形k-εモデ



図-1 実験における可視化写真<sup>1)</sup> (流れは左から右)

表-1 水理条件 (Case XII)<sup>1)</sup>

h (cm)	$U_0$ (cm/s)	D (cm)	D/h	d/h	Re	Fr
4.5	5.0	11.5	2.6	5.2	2250	0.075

h: depth,  $U_0$ : mean velocity, D: side-length of cylinder, d: cylinder pitch, Re: Reynolds number ( $=U_0h/\nu$ ), Fr: Froude number ( $=U_0/\sqrt{gh}$ )

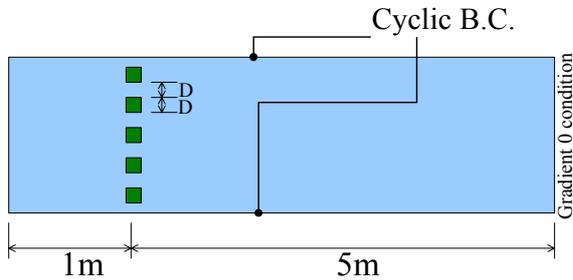


図-2 計算領域と境界条件

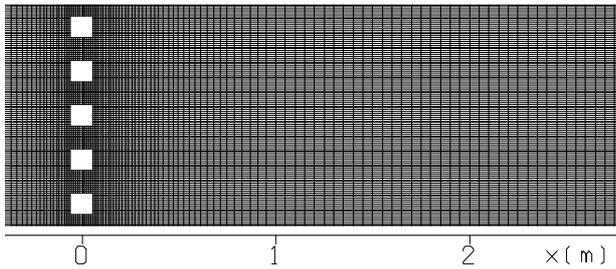


図-3 角柱群周辺の水平面内の計算格子の様子

ル<sup>4)</sup>を用いる。以下、Uijtewaal & Jirka (2003)<sup>1)</sup>による実験結果を検証データとし、各モデルの妥当性を検証する。

## 2. 対象とする現象と計算領域の設定

### (1) 実験の概要

Uijtewaal & Jirka (2003)<sup>1)</sup>は、幅5.4m、長さ10.5mの開水路の上流端から3.0mの位置に、水路幅方向に円柱、あるいは角柱を水路横断方向にわたって等間隔に配置し、下流側に形成される流れ場が格子乱流とみなせるとして一連の実験を行った。水路は水平勾配で、路床の相当粗度は0.1mmである。図-1は、染料を用いて可視化した流れを上方から撮影したものである。格子間から形成される初期の渦は格子幅のスケールを有する。これが合体を繰り返すことにより写真に示されるような大規模構造が形成され、二次元乱流の特徴であるカスケードアップが顕著に示されている。本研究では計算格子の設定の容易さを考慮して、

角柱を格子要素に用いたCase XIIを取り上げ、同条件で数値解析を行う。開水路の上流端から3.0mの位置に、一辺がD=11.5cmの角柱が角柱幅と同じ間隔Dにおいて等間隔に配置されている。その他の水理条件等を表-1に示す。

### (2) 計算領域と水平面内の計算格子の設定

本研究では二次元モデルと三次元モデルによる計算を行い、その結果を比較するものであるから、計算領域や境界条件、水平面内の計算格子などの条件は、モデルに依存せず共通に次のように設定する。計算領域は図-2に示すように、流れ方向は格子の上流側1.0m、下流側5.0m、横断方向は格子(角柱)を5本含む領域を設定し、左右岸には周期境界条件を用いた。下流端の条件については、水深を与え、その他の物理量については勾配ゼロの条件とした。水平面内の計算格子は図-3に示す通りであり、主流方向が162格子、横断方向は120格子とし、三次元モデルでは鉛直方向を6層に分割した。

## 3. 平面二次元モデルによる数値解析

### (1) 数値解析法

#### a) 基礎式

水深積分されたデカルト座標系による次式を用いる。

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial M}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} + \frac{\partial \beta U M}{\partial x} + \frac{\partial \beta V M}{\partial y} + gh \frac{\partial h}{\partial x} = gh \sin \theta - \frac{\tau_{bx}}{\rho} + \quad (2)$$

$$\frac{\partial (-\overline{u^2}h)}{\partial x} + \frac{\partial (-\overline{uv}h)}{\partial y} + \nu \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( h \frac{\partial U}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( h \frac{\partial U}{\partial y} \right) \right]$$

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \frac{\partial \beta U N}{\partial x} + \frac{\partial \beta V N}{\partial y} + gh \frac{\partial h}{\partial y} = -\frac{\tau_{by}}{\rho} + \frac{\partial (-\overline{uv}h)}{\partial x} \quad (3)$$

$$+ \frac{\partial (-\overline{v^2}h)}{\partial y} + \nu \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( h \frac{\partial V}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( h \frac{\partial V}{\partial y} \right) \right]$$

ここに、 $h$ : 水深、 $(U, V)$ : 水深平均流速ベクトルのx, y方向成分、 $(M, N)$ : 流量フラックス ( $M = hU, N = hV$ );  $-\overline{u_i u_j}$ : 水深平均レイノルズ応力テンソル ( $u_1 = u, u_2 = v$ );  $(\tau_{bx}, \tau_{by})$ : 底面摩擦応力、 $\nu$ : 動粘性係数、 $\theta$ : 水路床勾配、 $\beta$ : 運動量係数 (乱流では1.0、層流では1.2の値を用いた。)をそれぞれ表す。

底面摩擦応力については次のように評価した。

$$\tau_{bx} = \frac{f\rho U}{2} \sqrt{U^2 + V^2}; \quad \tau_{by} = \frac{f\rho V}{2} \sqrt{U^2 + V^2} \quad (4)$$

ここに、 $f$ は摩擦係数であり、局所的なレイノルズ数 $R_e'$   $\equiv U_0h/\nu$ の関数として次のように与えられる。

$$f = 6/R_e' \quad , \quad (R_e' \leq 430) \quad (5a)$$

$$\sqrt{2/f} = A_s - \left[ 1 - \ln(R_e' - \sqrt{f/2}) \right] / \kappa, \quad (R_e' > 430) \quad (5b)$$

ここに、 $\kappa$ はカルマン定数 ( $=0.41$ )、 $R_e'$ は局所的なレイノルズ数 ( $\equiv \sqrt{U^2 + V^2}h/\nu$ )であり、 $A_s$ は滑面乱流で一般的に用いられる定数5.5を用いた<sup>5)</sup>。

#### b) 乱流モデル

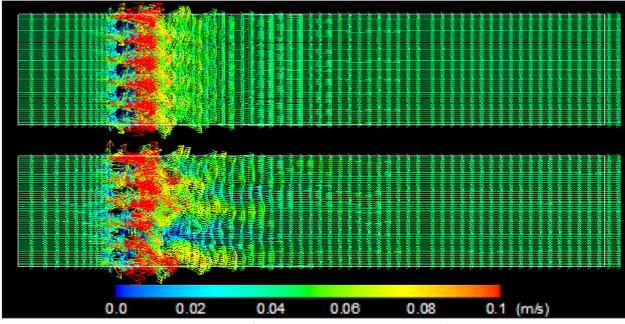


図-4 二次元モデルによる瞬間的流速ベクトル  
(上：線形ゼロ方程式モデル，下：非線形ゼロ方程式モデル)

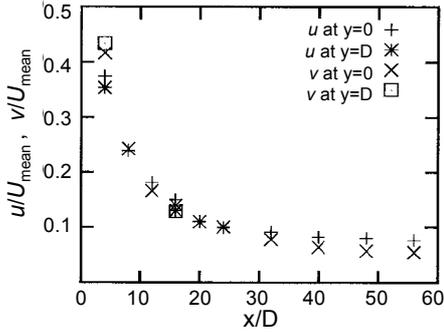


図-5 実験結果における乱れ強さの分布<sup>1)</sup>

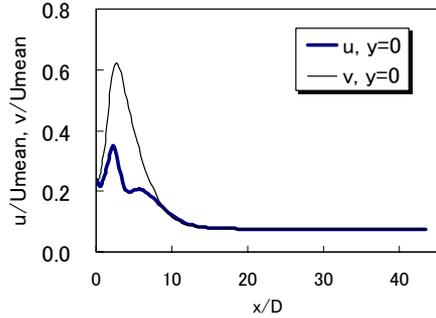


図-6 二次元非線形モデルによる乱れ強さ分布

乱流モデルとしては、次の線形ゼロ方程式モデルと非線形ゼロ方程式モデルの2通りを検討する。

・ 線形ゼロ方程式モデル

レイノルズ応力は次の線形構成則で表す。

$$-\overline{u_i u_j} = \nu_t \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (6)$$

ここに、 $k$ は水深平均乱れエネルギーであり、 $\delta_{ij}$ はクロネッカーのデルタである。 $k$ については次のNezu & Nakagawa<sup>5)</sup>の半理論式を水深積分した次式で評価する。

$$k = \gamma_k u_*^2, \quad \gamma_k = 2.07 \quad (7)$$

渦動粘性係数は次のゼロ方程式モデルで評価する。

$$\nu_t = \alpha h u_* \quad (8)$$

ここで、 $\alpha$ は定数（= 0.2）とおく。

・ 非線形ゼロ方程式モデル<sup>3)</sup>

レイノルズ応力は次の二次の非線形構成則で表す。

$$-\overline{u_i u_j} = \nu_t \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} - \lambda_p \frac{h}{u_*} \nu_t \sum_{\beta=1}^3 C_\beta \left( S_{\beta ij} - \frac{1}{3} S_{\beta \alpha \alpha} \delta_{ij} \right) \quad (9)$$

$$S_{ij} = \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \frac{\partial U_j}{\partial x_i}, \quad S_{2ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_i} \right), \quad S_{3ij} = \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \frac{\partial U_i}{\partial x_j}$$

$$C_1 = 0.4 f_M(M), \quad C_2 = 0, \quad C_3 = -0.13 f_M(M), \quad M = \max[S, \Omega], \\ k = \gamma_k u_*^2, \quad \gamma_k = 2.07, \quad f_M(M) = (1 + 0.02 M^2)^{-1}, \quad \lambda_p = \alpha / (\gamma_k C_\mu) = 1.07 \\ S = \lambda_p \frac{h}{u_*} \sqrt{\frac{1}{2} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)^2}, \quad \Omega = \lambda_p \frac{h}{u_*} \sqrt{\frac{1}{2} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)^2} \quad (10)$$

渦動粘性係数は次のゼロ方程式モデルで評価する。

$$\nu_t = \alpha h u_* \quad (11)$$

$\alpha$ は $M(=\max[S, \Omega])$ の関数とし、次のように与える。

$$(12)$$

c) 計算方法の概要

計算法は直交格子系の有限体積法とし、安定性と有限体積法への親和性を考慮して、圧力を直方体格子の中央で、流速ベクトルの成分を側面で定義する完全スタガード格子系を用いる。運動方程式の移流項にはQUICKを、 $k$ および $\varepsilon$ 方程式の移流項にはHybrid法を用いた。時間積分は完全陽解法とし、二次のAdams Bashforth法を用いる。

(2) 平面二次元モデルによる計算結果

図-4は平面二次元モデルによる流れが十分発達した状態における瞬間的な流速ベクトルであり、線形モデルと非線形モデルの両方の結果を示している。二次元モデルでは上流側に人工的な擾乱を与えることなく、このような渦運動が再現される。線形モデルでは渦の発振が各角柱から同期して生じ、下流側への渦の合体過程、すなわちカスケードアップはみられない。一方、非線形モデルでは、同様に人工的擾乱を必要とせず渦が再現され、さらに、渦の合体による大規模構造の形成がみられた。すなわち、二次元乱流の特徴であるカスケードアップを再現するには非線形乱流モデルの適用が不可欠であるといえる。

図-5は、Ujittewaalらの実験<sup>1)</sup>における乱れ強さ $u, v$ の主流方向の分布を示したものであり、横断方向の位置は、角柱間( $y=0$ )と、角柱背後( $y=D$ )の両方を示している。 $y$ 方向の位置の影響はほとんどみられず、乱れ強さの最大値は格子のすぐ下流側で生じている。また、上流端から $x/D=20$ 付近までは、乱れはほぼ等方的であるのに対し、 $x/D>30$ では、 $u$ の値が $v$ より大きくなる。これは、格子による乱れの影響が小さくなり、一樣壁乱流の非等方性が顕在化するためと考えられる。図-6は非線形乱流モデルによる平面二次元解析結果における乱れ強さの分布である。格子直背後では、 $v$ が $u$ よりかなり大きな値を示し、実験結果と異なっている。また、下流側の非等方性も再現されておらず、実験と異なり $u=v$ となっている。これは、今回用いた非線形モデルが鉛直方向の流速分布の影響を無視しているためであり、この点を改善するため、次に乱流モデルの改良を試みる。

(3) 非線形ゼロ方程式モデルの改良

式(9)の構成則は、三次元の非線形構成則をそのまま二次元に置き換えたもので、水深方向の流速分布が反映されていない。非線形項のうち、鉛直勾配効果を含む項は、

$$\frac{h}{u_*} \nu_t \left( \frac{\partial U}{\partial z} \right)^2, \quad \frac{h}{u_*} \nu_t \left( \frac{\partial V}{\partial z} \right)^2, \quad \frac{h}{u_*} \nu_t \frac{\partial U}{\partial z} \frac{\partial V}{\partial z} \quad (13)$$

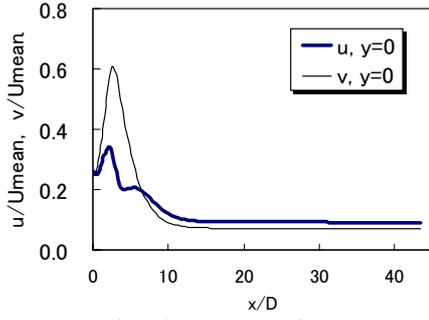


図-7 二次元修正非線形ゼロ方程式モデルによる乱れ強さ分布

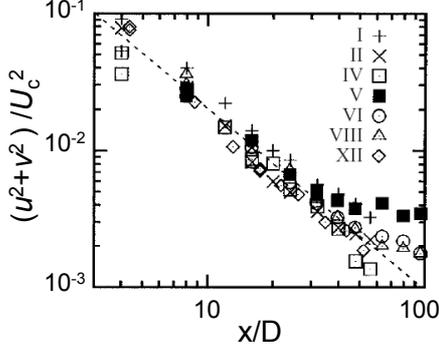


図-8 実験における乱れエネルギー減衰過程( $U_c$ :格子間流速)

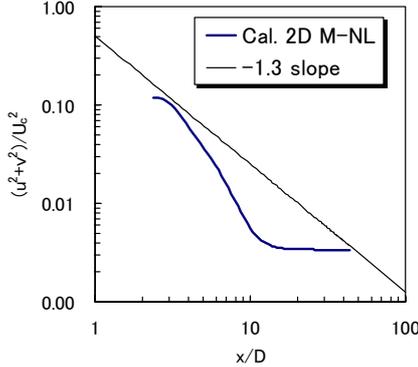


図-9 修正非線形ゼロ方程式モデルによる平面二次元解析における乱れエネルギー減衰過程

の3つである。式(9)に、式(13)を含む項を、次元を考慮して次のように付加項として反映させる。

$$-\overline{u_i u_j} = \nu_i \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (14)$$

$$-\lambda_p \frac{h}{u_*} \nu_i \sum_{\beta=1}^3 C_{\beta} \left( S_{\beta ij} - \frac{1}{3} S_{\beta \alpha \alpha} \delta_{ij} \right) + C_{ij} u_*^2, (i, j) = 1, 2$$

平衡状態を考えると、レイノルズ応力は次式となる。

$$\overline{uu} = 2k/3 - C_{xx} u_*^2, \quad \overline{vv} = 2k/3 - C_{yy} u_*^2 \quad (15a, b)$$

$$\overline{uv} = -C_{xy} u_*^2 \equiv 0 \quad (15c)$$

これより、 $C_{xy}=C_{yx}=0$ が得られる。一方、三次元乱流の構成則で平衡状態を考えると、次式が得られる。

$$\overline{uu} = k(2 + 2C_1 - C_3)/3 \quad (16a)$$

$$\overline{vv} = k(2 - C_1 - C_3)/3 \quad (16b)$$

$$\overline{ww} = k(2 - C_1 + 2C_3)/3 \quad (16c)$$

式(16)は水深積分しても同形であるから(15a)=(16a)、(15b)=(16b)とおき、さらに式(7)を用いると、次の関係が得られる。

$$C_{xx} = \frac{\gamma_k}{3} (C_3 - 2C_1), \quad C_{yy} = \frac{\gamma_k}{3} (C_1 + C_3), \quad C_{xy} = 0 \quad (17a, b, c)$$

以上をまとめると、鉛直方向の流速分布を考慮した二次元非線形乱流モデルの構成則は、式(14)となり、新たな付加項の係数は式(17)となり、以下、これを修正非線形ゼロ方程式モデルと呼ぶことにする。

修正非線形ゼロ方程式モデルによる計算結果では、既往のモデルと同様に図-4の下図に示すようなカスケードアップが再現された。図-7は、修正モデルによる乱れ強さの分布を示したものであり、下流側( $x/D > 10$ )の乱れ非等性が再現されている。しかし、格子の直下流付近では $v$ が $u$ より大きく、この部分の再現性は改善されていない。これは、格子付近の流れ構造が、馬蹄渦の発生などを含む三次元性が強い乱流構造を示しているためと思われる。

図-8は、実験<sup>1)</sup>において無次元乱れエネルギーの減衰過程を両対数でプロットしたものであり、検証実験としてとりあげたCase XIIを含め、7つの異なる条件下での実験値がプロットされている。図中の破線は勾配-1.3を表しており、 $x/D < 40$ の範囲では乱れエネルギーの減衰勾配は普遍的に-1.3となることがわかる。一方、図-9は修正非線形ゼロ方程式モデルによる二次元解析における乱れエネルギーの減衰過程であり、-1.3よりも急な勾配で減衰し、 $x/D > 10$ の範囲では勾配が急に緩やかになるという実験とは異なる挙動を示している。

## 4. 三次元モデルによる数値解析

### (1) 数値解析法

#### a) 基礎式

三次元解析では乱流モデルに $k$ - $\varepsilon$ モデルを用いるため、基礎式は、連続式、運動方程式、 $k$ - $\varepsilon$ 方程式からなる。

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \quad (18)$$

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + \frac{\partial U_j U_i}{\partial x_j} = g_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial -\overline{u_i u_j}}{\partial x_j} + \nu \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j^2} \quad (19)$$

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial k U_j}{\partial x_j} = -\overline{u_i u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \left( \frac{D_i}{\sigma_k} + \nu \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right\} \quad (20)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial \varepsilon U_j}{\partial x_j} = -C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} \overline{u_i u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \left( \frac{D_i}{\sigma_\varepsilon} + \nu \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right\} \quad (21)$$

ここに、 $x_i$ : 空間座標、 $t$ : 時間、 $U_i$ : 流速、 $p$ : 圧力、 $u_i$ : 乱れ速度、 $\nu$ : 動粘性係数、 $\rho$ : 流体の密度、 $k$ : 乱れエネルギー、 $\varepsilon$ : 乱れエネルギー散逸率、 $D_i$ : 渦動粘性係数を表わす。添え字 $i, j$ は1,2,3の値をとり、それぞれ1は $x$ 方向、2は $y$ 方向、3は $z$ 方向を表わす。また、添え字 $i, j$ に関しては総和の規則を用いている。式(20)、(21)中のモデル定数については、一般に $\sigma_k=1.0, \sigma_\varepsilon=1.3, C_{\varepsilon 1}=1.44, C_{\varepsilon 2}=1.92$ が用いられる。

#### b) 乱流モデル

標準型線形 $k$ - $\varepsilon$ モデルと、二次非線形 $k$ - $\varepsilon$ モデルを用いる。

- ・ 標準型線形 $k$ - $\varepsilon$ モデル

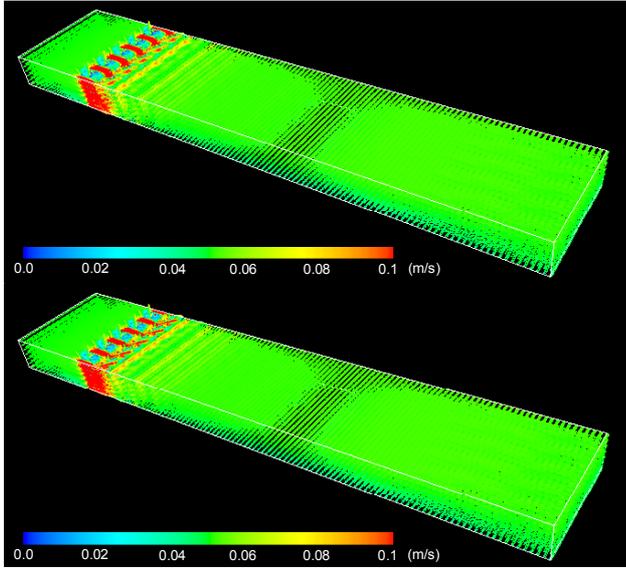


図-10 三次元計算による瞬間的流速ベクトル  
(上：線形k-εモデル，下：非線形k-εモデル)

レイノルズ応力を次のように与える.

$$-\overline{u_i u_j} = \nu_t S_{ij} - \frac{2}{3} k \delta_{ij}, \quad S_{ij} = \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i}, \quad \nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (22)$$

• 二次非線形k-εモデル

レイノルズ応力を次のように与える<sup>4)</sup>.

$$-\overline{u_i u_j} = \nu_t S_{ij} - \frac{2}{3} k \delta_{ij} - \frac{k}{\varepsilon} \nu_t \sum_{\beta=1}^3 C_\beta \left( S_{\beta ij} - \frac{1}{3} S_{\beta \alpha \alpha} \delta_{ij} \right), \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (23)$$

$$S_{ij} = \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i}, \quad \nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}, \quad S_{lij} = \frac{\partial U_i}{\partial x_r} \frac{\partial U_j}{\partial x_r}$$

$$S_{2ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial U_r}{\partial x_i} \frac{\partial U_j}{\partial x_r} + \frac{\partial U_r}{\partial x_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_r} \right), \quad S_{3ij} = \frac{\partial U_r}{\partial x_i} \frac{\partial U_r}{\partial x_j}$$

上式は、より一般的なPope<sup>6)</sup>の表現と等価である。式(23)中のモデル係数 $C_1, C_2, C_3, C_\mu$ については、ストレイン・パラメータ $S$ とローテーション・パラメータ $\Omega$ の関数として次のように与える。

$$C_1 = 0.4 f_M(M), \quad C_2 = 0, \quad C_3 = -0.13 f_M(M) \quad (24a)$$

$$f_M(M) = (1 + 0.01 M^2)^{-1}, \quad M = \max[S, \Omega] \quad (24b)$$

$$C(M)_\mu = \min(0.09, 0.3 / (1 + 0.09 M^2)) \quad (25)$$

$$S = \frac{k}{\varepsilon} \sqrt{\frac{1}{2} S_{ij} S_{ij}}, \quad \Omega = \frac{k}{\varepsilon} \sqrt{\frac{1}{2} \Omega_{ij} \Omega_{ij}}, \quad \Omega_{ij} = \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \quad (26a, b)$$

c) 計算方法の概要

計算法は二次元モデルと同様に直交格子系の有限体積法とし、完全スタガード格子系を用いる。運動方程式の移流項にはQUICKを、 $k$ および $\varepsilon$ 方程式の移流項にはHybrid法を用いる点、時間積分は完全陽解法とし、二次のAdams Bashforth法を用いる点も共通する。圧力については、今回は計算時間短縮のために静水圧を仮定した。しかし、静水圧近似は角柱底部の馬蹄渦の再現などに影響を及ぼすことが指摘されており<sup>7)</sup>、静水圧近似の是非については今後も検討が必要である。

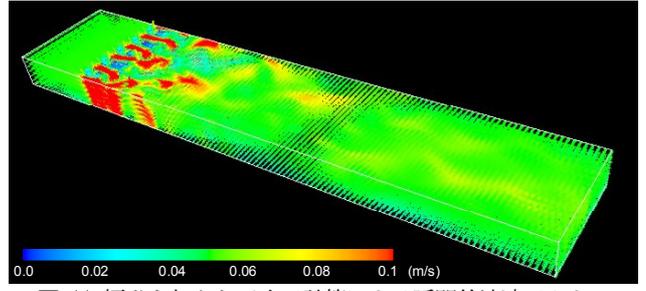


図-11 擾乱を加えた三次元計算による瞬間的流速ベクトル  
(三次元二次非線形k-εモデル)

(2) 三次元モデルによる計算結果とその考察

図-10は三次元計算における瞬間的な流速ベクトルを示したものである。三次元の場合、二次元と異なり、非線形乱流モデルを用いた場合でも、渦の発振が同期的に生じており、渦の合体やそれに伴うカスケードアップが再現されていない。そこで、流れの不規則性を励起するため、計算領域の上流端に人工的な擾乱を与えることを考える。擾乱は、van Prooijen<sup>8)</sup>が二次元混合層の数値解析に用いたKinematic Simulationを参考に、次のようなフーリエ級数で表す。

$$u(y, t)_{dis} = \sum_{n=1}^N A_n U_{in} \frac{k_y^n}{k^n} \sin[2\pi(k_x^n U_{in} t + k_y^n y) + \psi^n] \quad (27a)$$

$$v(y, t)_{dis} = -\sum_{n=1}^N A_n U_{in} \frac{k_x^n}{k^n} \sin[2\pi(k_x^n U_{in} t + k_y^n y) + \psi^n] \quad (27b)$$

$$k_x^n = \cos(\theta^n) k^n, \quad k_y^n = \sin(\theta^n) k^n \quad (28a, b)$$

$$k^n = \sqrt{(k_x^n)^2 + (k_y^n)^2} = n / (2B) \quad (29)$$

ここに、 $U_{in}$ :流入主流流速、 $B$ :計算領域幅、 $\phi^n, \theta^n$ :乱数、 $N$ :考慮するモードの総数(=5とした)である。

図-11は、上流端に擾乱を加えた場合の非線形モデルによる三次元の計算結果の瞬間的な流速ベクトルである。不規則な渦の発振と合体が+みられ、カスケードアップが再現されていることがわかる。

以上より、二次元解析の場合、非線形モデルを用いれば人工的な擾乱なしにカスケードアップが再現されたのに対し、三次元解析では非線形モデルによる場合でも、擾乱を加えることが必要であるという結果となった。木村ら<sup>9)</sup>は、せん断不安定に起因する浅水流混合層の計算において、二次元解析では擾乱なしに渦とその合体が形成されること、三次元解析では人工的擾乱の付与が不可欠であることを述べており、本研究と似通った結果を与えている。混合層において不安定による渦が形成されるにはトリガーとなる何らかの擾乱が必要である。実際の流れの場合にこの役割を果たすのは乱流の不規則性であるが、数値解析の場合は計算機の丸め誤差がトリガーの働きを担う。平面二次元解析の場合、上流端の丸め誤差は直ちに水深全体にわたる擾乱として作用するが、三次元解析では鉛直方向の各格子で丸め誤差が不規則に現れ、水深方向に平均化されたトータルとしての擾乱寄与分は、相対的に小さくなる。このため、三次元解析では丸め誤差がトリガーとしての機能を担えないと考えられる。本研究の流れ場は流速分布を伴う混合層場とは異なる。

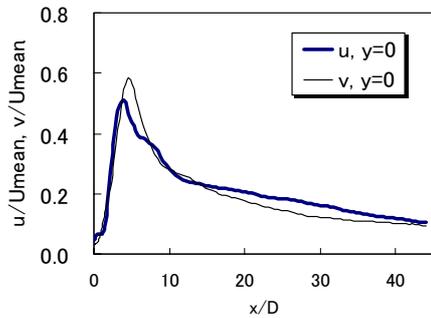
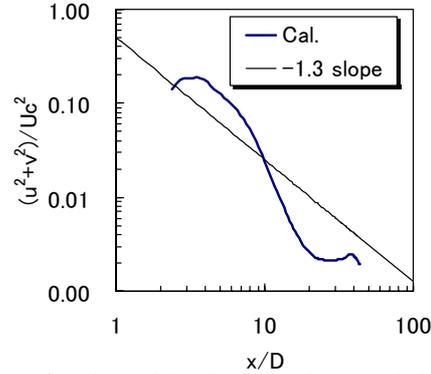
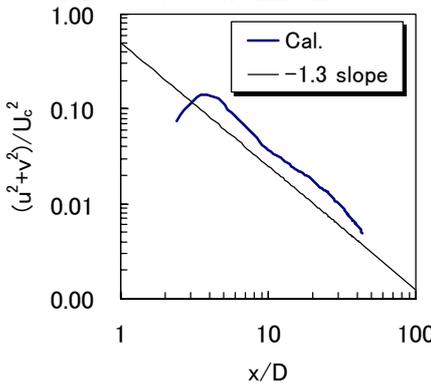


図-12 三次元非線形モデル (+擾乱) による乱れ強さ分布



(a) 擾乱無し (渦が同期発生 (図-10(b)))



(b) 擾乱添加 (不規則渦とカスケードアップ発生 (図-11))

図-13 三次元解析 (非線形k-ε) による乱れエネルギー減衰過程

るが、渦の発振に不規則性が現れるには何らかのトリガーが必要であるという点には変わりなく、丸め誤差の作用の相違が二次元/三次元解析の人工擾乱の必要性の有無として現れたものと考えられる。

図-12は、擾乱を加えた非線形モデルによる三次元解析における、乱れ強さの主流方向の分布を示したものである。上流の格子直後の $u, v$ の値は、若干 $v$ の方が大きいほぼ等方的となっており、実験値に近い結果となった。二次元の場合 (図-7) と比較すると、格子付近の乱れの等方性が三次元モデルによってのみ達成されることから、この等方性が馬蹄渦などの三次元性に起因するものであることが推測される。また、下流側の $x/D > 10$ の範囲では $u > v$ となっており、実験結果 (図-5) でみられた平衡壁乱流としての非等方性が再現されている。この非等方性は標準型k-εモデルでは当然ながら再現されない。

図-13は、三次元非線形解析における乱れエネルギーの減衰過程を、上流端の人工的擾乱の有無について比較したものである。擾乱を添加しない場合は前述のように渦が同

期発生し、この場合の減衰は実験に見られた-1.3の勾配よりも急になる。一方、人工擾乱を加えた場合は前述のようにカスケードアップが再現され、この場合の減衰勾配はほぼ-1.3となり、実験結果 (図-8) と良い一致を示す。このことから、乱れエネルギーの減衰過程はカスケードアップが支配的な役割を担っていることが理解できる。

## 5. まとめ

本研究は、浅水格子乱流に対して、線形および非線形乱流モデルを用いた平面二次元および三次元解析を実施し、カスケードアップに特徴付けられる流れ特性の再現性を比較したものである。得られた主な成果をまとめる。

- 1) 平面二次元モデルでは、線形モデルでは渦が同期発生し、カスケードアップは再現されなかったが、非線形モデルでは人工的な擾乱を与えること無く不規則な渦の合体とそれに伴うカスケードアップが再現された。
- 2) 平面二次元非線形ゼロ方程式乱流モデルについて、鉛直流速分布を考慮した改良を行った結果、平衡壁面乱流場の非等方性が再現された。
- 3) 格子直後の乱れの等方性は三次元モデルのみで再現され、流れの三次元性に起因することが確認された。
- 4) 三次元解析でカスケードアップを再現するには、非線形乱流モデルを用い、さらに上流端に人工擾乱の添加が必要である。これは、トリガーとなる丸め誤差の作用が二次元と三次元の場合で異なるためと推測された。
- 5) 三次元解析では、擾乱を加えない場合 (渦が同期発振) は乱れエネルギーの減衰が実験より急となる。一方、擾乱を加えた場合 (カスケードアップを再現した場合) は勾配が-1.3となり、実験結果と一致した。

## 参考文献

- 1) Uijttewaai, W. S. J. and Jirka, G. H.: Grid turbulence in shallow flows, *J. Fluid Mech.*, Vol.489, pp.325-344, 2003.
- 2) 細田尚, 長田信寿, 岩田通明, 木村一郎: 一般座標系での主流と2次流の遅れを考慮した平面二次元モデル, *水工学論文集*, 第44巻, pp.587-592, 2000.
- 3) 木村一郎, 細田尚: 開水路せん断混合層の流れ構造に対する水深積分型修正ゼロ方程式モデルの適用性, *土木学会水工学論文集*, 第48巻, pp.673-678, 2004.
- 4) Kimura, I. and Hosoda, T.: A non-linear k-ε model with realizability for prediction of flows around bluff bodies, *Int. J. for Numerical Methods in Fluids*, Vol.42, pp.813-837, 2003.
- 5) Nezu, I. and Nakagawa, H.: *Turbulence in open channel flows*, IAHR Monograph, Balkema, Rotterdam, Netherlands, 1993.
- 6) Pope, S.B.: A more general effective viscosity hypothesis, *J. Fluid Mech.*, Vol.72, pp.331-340, 1975.
- 7) 木村一郎, 細田尚, 音田慎一郎: 橋脚による堰き上げ効果の再現性に着目した数値解析モデルの比較, *水工学論文集*, Vol.49, pp.559-564, 2005.
- 8) van Prooijen: Shallow mixing layers, PhD Thesis, Tu Delft, 2004.
- 9) 木村一郎, 細田尚: 開水路混合層の乱流構造の再現性に関する二次元モデルと三次元モデルの比較, *土木学会全国大会 (CD proc.)*, 2006.

(2006. 9. 30受付)