

平坦河床上に発生する弱跳水の水面変動および 河床圧力変動の特性

FLUCTUATIONS OF FREE SURFACE AND PRESSURE NEAR BED IN ROLLER OF WEAK HYDRAULIC JUMP GENERATED ON HORIZONTAL BED

鬼束幸樹¹・秋山壽一郎²・重枝未玲¹・尾関弘明³・後藤伸一⁴・白石達郎⁴
Kouki ONITSUKA, Juichiro AKIYAMA, Mirei SHIGE-EDA, Hiroaki OZEKI, Shinnichi GOTOH
and Tatsuro SHIRAISHI

¹正会員 博(工) 九州工業大学助教授 工学部建設社会工学科 (〒804-8550 北九州市戸畑区仙水町1-1)

²フェロー会員 Ph. D. 九州工業大学教授 工学部建設社会工学科

³学生員 九州工業大学大学院 工学研究科博士前期課程

⁴学生員 九州工業大学 工学部建設社会工学科

The relation of time averaged conjugate depth and the characteristic of the length of hydraulic jump have been almost clarified. The time averaged pressure distributions around the end sill are also measured by several researchers. On the other hand, bed materials near the roller of hydraulic jump are sometimes picked up by the pressure fluctuations, so that it is quite important to investigate characteristics of the pressure fluctuations in and around the hydraulic jump. In this study, the fluctuations of bed pressure in and around roller and also instantaneous flow depth are measured with the pressure gauges and supersonic wave gauges, respectively. It was found that oscillations of roller influences on the instantaneous flow depth and bed pressure and also that the instantaneous bed pressure concerns with the instantaneous free surface fluctuations.

Key Words : *hydraulic jump, roller, pressure fluctuation, pressure gauge, supersonic wave gauge*

1. はじめに

跳水現象はダムの余水吐き、堰の下流側など、河川の様々な場所で観察される。跳水現象に関する研究は古来より行われてきた。水平な平坦河床上の跳水における共役水深の関係は、連続式と運動量式とを連立させ、壁面摩擦を無視し、静水圧分布を仮定することで求められ、流入フルード数の一価関数であることが理論的に証明される。また、跳水の形態もフルード数によって、波状跳水、弱跳水、動揺跳水、定常跳水および強跳水に分類されることが解明されている。一方、跳水長は椿¹⁾による理論的研究およびSmetana²⁾による実験的研究によって、共役水深の一価関数として定式化された。共役水深は流入フルード数で規定されるので、結局、跳水長は流入フルード数の一価関数となる。Hager *et al.*³⁾は流入フルード数だけでなく、流入断面のアスペクト比(=水路幅/水深)も跳水長に影響を与えると述べている。これは、兩岸のローラー始端から発生する衝撃波の影響を意味している。Chanson & Montes⁴⁾は兩岸から発生した後に交差する衝

撃波の位置と波状跳水の第1波の位置との関係が、流入フルード数によって決定されることを示している。Ohtsu & Yasuda⁵⁾および大津ら⁶⁾は跳水の形態に及ぼすレイノルズ数および流れの発達状態の影響を調べ、レイノルズ数が65,000~120,000の範囲では流れの形態に及ぼすレイノルズ数の影響が極めて小さいことや、境界層が水面まで達していない発達状態と、完全に発達した平衡状態とでは跳水形態が異なることを明らかにすると共に、跳水長が流入フルード数と共役水深によって決定されることを指摘した。

以上のように、平坦河床上の跳水現象に関して、時間平均された共役水深の関係、跳水長などの特性はほぼ解明されている。一方、跳水現象が生じている河川における問題として、河床材料の抜け出しによる護床工破壊が挙げられる^{7,8)}。これは、漂流物の衝突やパイピングだけでなく、瞬間的な負圧も一因と考えられる⁷⁾。瞬間的な圧力の計測に関しては、段落ち流れの流速をレーザー流速計で高精度に計測し、動圧を逆算した瀬津ら⁹⁾の研究例や階段状流れをPIVで計測し、瀬津らと同様に動圧

を逆算した大本ら¹⁰⁾の研究例があるものの、跳水内の瞬間的圧力の計測はこれまでほとんど行われていない¹¹⁾⁻¹³⁾。

本研究は平坦河床上に発生する跳水における底面圧力変動および水面変動を同時計測し、圧力変動、水面変動および両者の相関などを解明したものである。

2. 圧力計の精度検証実験および本実験

(1) 圧力計の精度検証実験

用いた圧力計(可変リラクタンس圧力トランスデューサー)には2つの孔があり、1つは大気圧を、もう1つが対象の圧力を計測し、差圧が検出される。圧力計から対象物までは内径4mm、外径6mmのビニールチューブによって接続されている。ビニールチューブが剛体であればチューブ内の水はほぼ非圧縮性のため、孔に入った圧力は瞬時に圧力計に伝達される。しかし、ビニールチューブが変形するのであれば、圧力が圧力計に伝達される時間はチューブの変形速度に依存する。こうした変形による影響はチューブ長が長いほど顕著になると考えられる。したがって、チューブ長の影響を評価し、補正方法を確認することが求められる。

長さ20.5m、幅0.6m、高さ0.6mの水平な水路の底面に長さ1m、幅0.6m、高さ0.1mの木製のボックスを設置した。底面には直径6mmの5つの孔が最密充填となるように配置されている。従って、最も離れた孔の中心間距離は12mmである。孔には長さ2.5、3.0、4.0、5.0および10mのビニールチューブが接続されており、末端が圧力計にそれぞれ接続されている。こうした装置で計測する場合、孔の位置のずれによる誤差とチューブ長の差による誤差の両者が含まれる。そこで、水深が0.4mの静止状態で長さ0.4m、幅0.2m、厚さ0.01mの板を水面から0.1m沈めた状態で水路長手方向に振幅0.3m、振動数1Hzで振動させた。往復流を発生させることで時間平均的には孔の位置のずれの誤差が相殺される。上記の5個の圧力計を用いて測定周波数20Hz、測定時間51.2sで計測を行った。

(2) 実験装置および実験条件

本実験には2. (1)と同様の水路を用いた。水路内にスルースゲートを設け、その下流側に図-1に示すような長さ3m、幅0.6m、高さ0.1mの木製のボックスを設置した。 L_r は跳水長である。ボックス天端の水路中央部には直径6mmの多数の孔が流下方向に点在しており、任意の位置での圧力が計測可能である。孔から圧力計までのビニールチューブの長さは3mである。

流入水深 h_1 が 0.01m，流入フルード数 $Fr_1 \equiv U_{m1} / \sqrt{gh_1}$ が2.2の弱跳水を計測対象とした。ここ

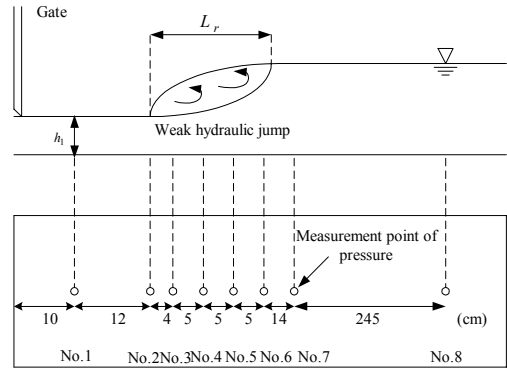


図-1 水路模型図

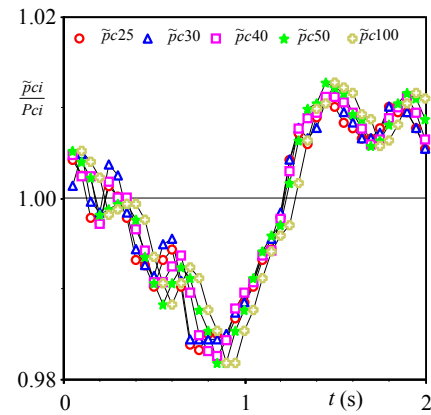


図-2 精度検証実験で得られた圧力の時系列

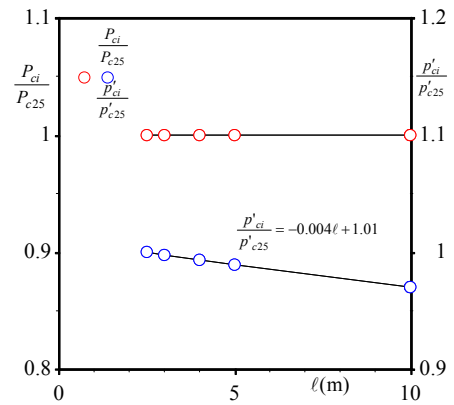


図-3 チューブ長と平均圧力および標準偏差の関係

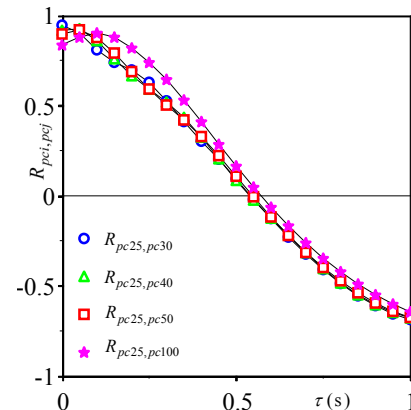


図-4 各圧力の相互相関係数

に、 U_m は水深平均流速、 g は重力加速度、添字1は射流域の諸量を意味する。跳水始端から流下方向に x 軸、鉛直上向きに y 軸をとる。

8個の圧力計を用いて射流域の1カ所(No.1)、跳水始端の1カ所(No.2)、跳水内の3カ所(No.3~5)、跳水終端の1カ所(No.6)、跳水終端の下流側で跳水の影響を受けると思われる領域の1カ所(No.7)および跳水終端の下流側で跳水の影響を受けないと思われる領域の1カ所(No.8)の合計8カ所の底面圧力を、測定間隔0.05s、測定時間51.2sで計測した。以後、上流からの測点番号を添字として用いる。また、この計測と同時に2つの超音波波高計を用いて上記の8カ所の全ての組み合わせの場所における波高を測定間隔0.05s、測定時間51.2sで計測した。超音波波高計の応答は0.018sであり、測定間隔より高周波なため、測定の応答遅れによる誤差は微少である。

3. 実験結果および考察

(1) 圧力計の精度検証および補正方法

図-2に精度検証実験で得られた圧力の時系列を示す。ここに、 $\tilde{p}$ は瞬間圧力、 t は時間、添字 c は精度検証実験、数字はチューブ長を示し、例えば、 $\tilde{p}_{c25}$ はチューブ長が2.5mの瞬間圧力を意味する。

図-3に時間平均圧力 P_{ci} および圧力変動の標準偏差 p'_{ci} をそれぞれ P_{c25} ($=3.64\text{N/m}^2$) および p'_{c25} ($=0.59\text{N/m}^2$) で無次元化された値とチューブ長 ℓ との関係を示す。チューブ長 ℓ が増加しても時間平均圧力 P_c はほぼ一定値を示しているが、標準偏差 p'_c は線形的に減少している。標準偏差 p'_c とチューブ長 ℓ との関係は次式で求められる。

$$\frac{p'_{ci}}{p'_{c25}} = -0.004\ell + 1.01 \quad (1)$$

式(1)を外挿すれば、チューブ長 ℓ を0とした場合の標準偏差の推定値 p'_{c00} が得られる。

図-4に各圧力の相互相関係数 $R_{pci,pcj}(\tau)$ を示す。

$$R_{pci,pcj}(\tau) \equiv \frac{\overline{p_{ci}(t) \times p_{cj}(t+\tau)}}{p'_{ci} \times p'_{cj}} \quad (2)$$

ここに、 τ は遅れ時間、 p_c は時間平均圧力からの変動成分、 i は25で、 j は任意とした。図-4より相互相関係数が最大値を示す時刻 τ_M がチューブ長 ℓ に比例して増加していることが認められる。そこで、チューブ長の差 $\ell_j - \ell_{25}$ と τ_M との関係を図-5に示す。同図より $\ell_j - \ell_{25}$ と τ_M との関係がほぼ線形的であるため、次式を求めた。

$$\tau_M = 0.0132(\ell_j - \ell_{25}) + 0.011 \quad (3)$$

なお、5つの孔の位置がずれているため、変動が孔に到達する時刻が異なることが危惧されるが、与えている変動は往復振動のため時間差は相殺されるはずである。そ

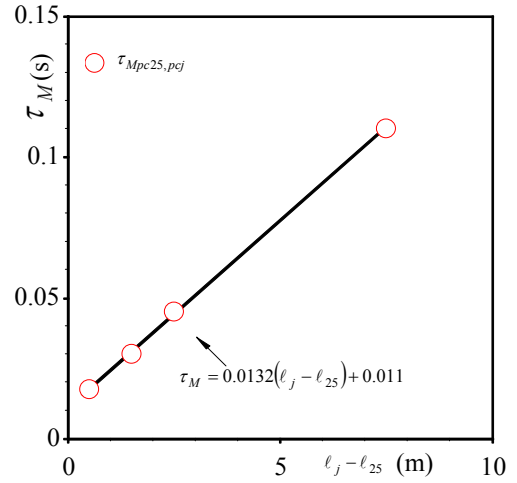


図-5 チューブの長さの差と遅れ時間との関係

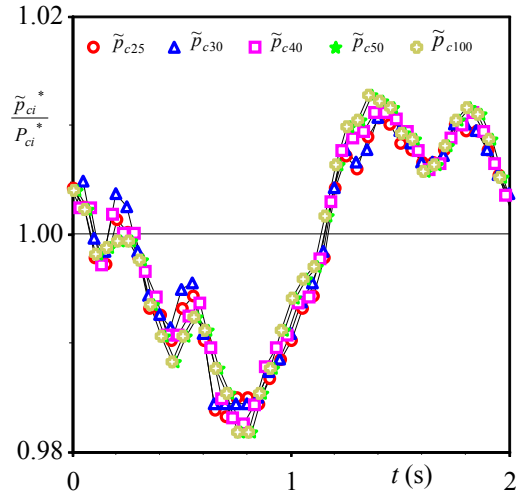


図-6 補正された圧力の時系列

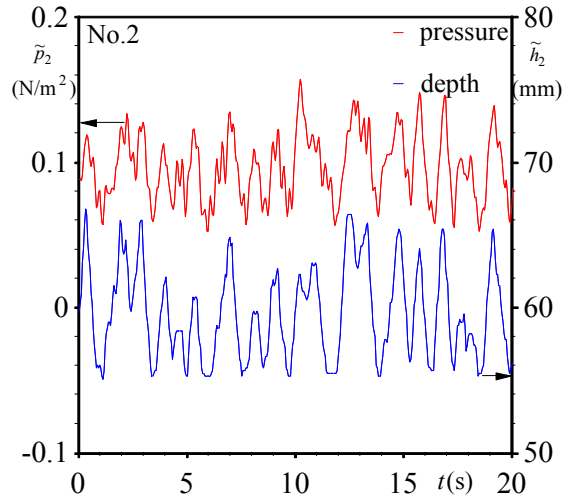


図-7 水面変動および圧力変動の時系列の例(No.2)

のため、ここで得られた時間差は孔の位置のずれによるものではない。

以上のことから、チューブ長が変化しても検出される圧力の平均値は影響を受けないが、変動成分および検出時間は影響を受けること明らかになった。そこで、式(1)および(3)を考慮し、次式のような補正式を提案した。

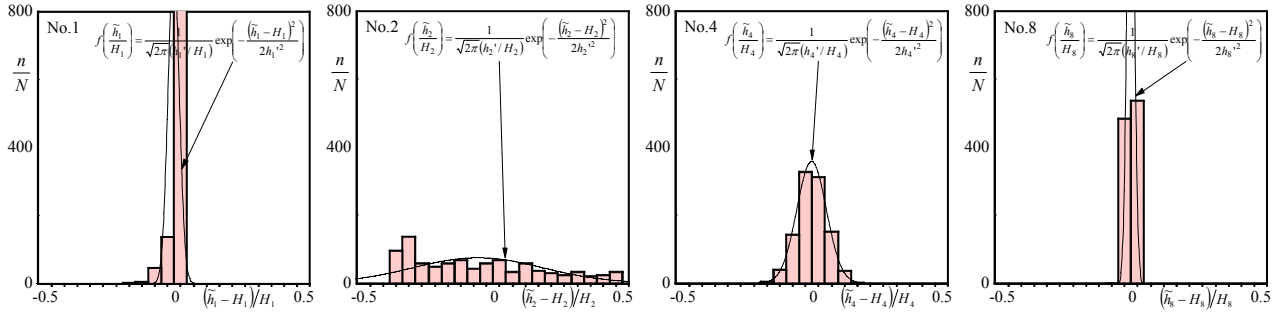


図-8 瞬間水深 $\tilde{h}_i$ を時間平均水深 H_i を用いて無次元化したヒストグラム

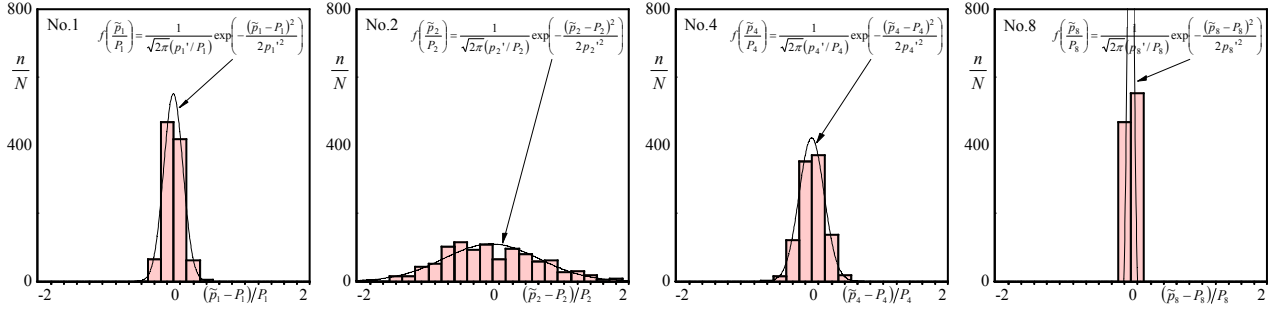


図-9 瞬間圧力 $\tilde{p}_i$ を時間平均圧力 P_i を用いて無次元化したヒストグラム

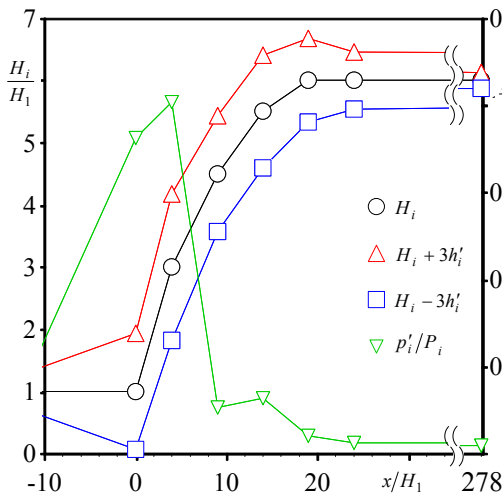


図-10 水面形

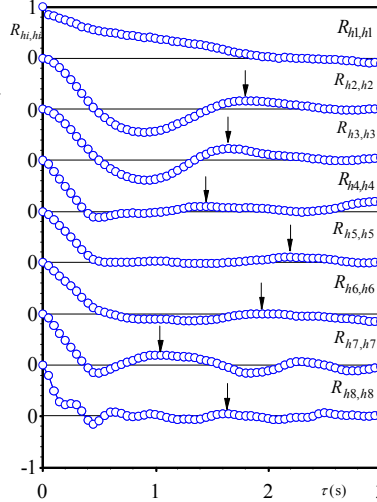


図-11 水深の自己相関係数 R_{h_i, h_i}

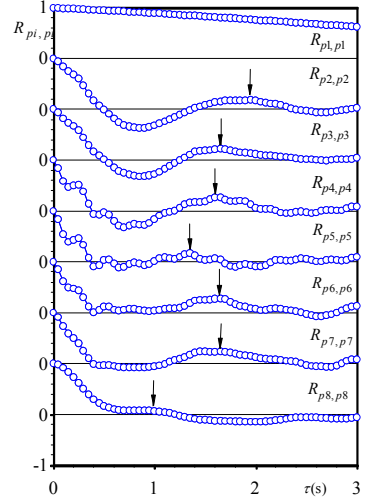


図-12 圧力の自己相関係数 R_{p_i, p_i}

$$\tilde{p}^*(t) = \frac{\tilde{p}(t - 0.0132\ell + 0.011)}{1 - 0.004\ell} \quad (4)$$

ここに、 $\tilde{p}^*$ は補正された圧力の瞬間値である。図-6に式(4)を用いて補正された圧力の時系列を示す。全ての時系列のデータがほぼ一致しており、式(4)を用いて圧力値を補正すると高精度なデータになることが確認される。そのため、2. (2) で得られた全ての圧力データについて式(4)を用いた補正を行い、次に示す解析を行った。なお、精度検証実験と本実験で得られる瞬間最大圧力がそれぞれ測定レンジの最大値となるように調整しているため、式(4)は本実験でも有効と考えられる。また、簡単な

ため、以下ではアスタリスクは表示しない。

(2) 水面変動特性

水面変動および圧力変動の時系列の例を図-7に示す。水面と圧力の変動は類似しているが、必ずしも対応していない。これは、得られる圧力変動に波高変化による圧力変動だけでなく、鉛直方向の乱流成分も含んでいるからである。

図-8に瞬間水深 $\tilde{h}_i$ を時間平均水深 H_i を用いて無次元化したNo.1, 2, 4, 8におけるヒストグラムおよび次式で示される正規分布を示す。

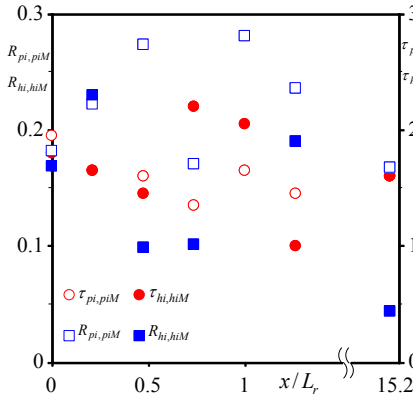


図-13 自己相関係数および遅れ時間

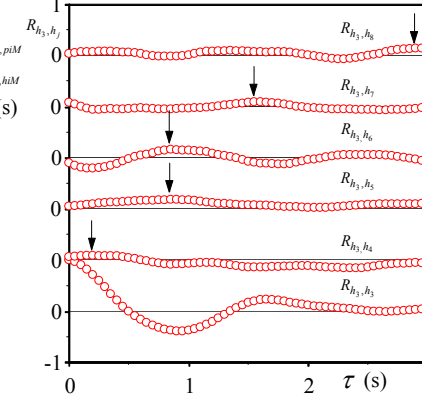


図-14 No.3と下流域水深の相互相関係数

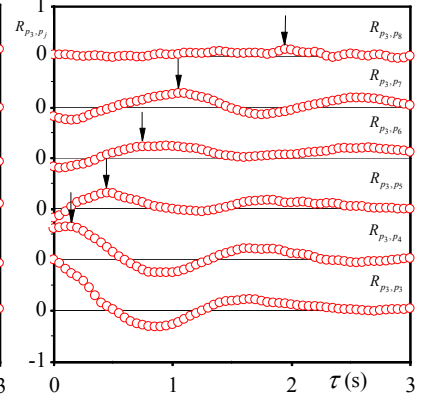


図-15 No.3と下流域圧力の相互相関係数

$$f\left(\frac{\tilde{h}_i}{H_i}\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}(h'_i/H_i)} \exp\left(-\frac{(\tilde{h}_i - H_i)^2}{2h_i'^2}\right) \quad (5)$$

ここに、 h_i は時間平均水深からの変動成分、 N は総データ数、 n は各データ範囲におけるデータ数である。跳水より上流側の射流部分のNo.1では水面変動のばらつきが小さく、跳水内のNo.4では水面変動が大きくなっていることが理解される。跳水始端のNo.2では、水面変動が式(5)で表現できていない。これは、跳水始端では射流状態と常流状態が混在しており、水面変動が不連続に変化するためと考えられる。しかし、No.2以外のケースでは、正規分布の式(5)によって水面変動特性が表現されていると判断される。

図-9に瞬間圧力 $\tilde{p}_i$ を時間平均圧力 P_i を用いて無次元化したNo.1, 2, 4, 8におけるヒストグラムおよび正規分布を示す。水深とほぼ同様な傾向となっている。

図-10に平均水深 H_i を黒線で、平均水深から水面変動の標準偏差の3倍を加算した位置 $H_i + 3h'_i$ を赤線で、 $H_i - 3h'_i$ を青線で示すと共に、圧力変動の標準偏差 p_i' を平均圧力 P_i で除したものを示す。跳水内、特に跳水先端付近の水面変動強度は跳水下流域より増加傾向にあり、それに対応するように圧力変動も増加傾向にある。

(3) 跳水現象の周期性

水面変動の自己相関係数 $R_{hi,hi}(\tau)$ は、式(2)において p_{ci} を h_i に、 p_{cj} を h_j に置き換えることで求められる。

図-11に $R_{hi,hi}(\tau)$ を示す。射流部分(No.1)では極小値および極大値を示すことなく、遅れ時間 τ の進行に伴い値が減少している。これは、周期的な変動がないことを意味し、流入状態が適切であったことを示している。一方、跳水始端のNo.2以降では極大値、すなわちセカンドマキシマムの発生が観察される。図中にはセカンドマキシマムの位置に矢印を表示した。セカンドマキシマムは、跳水が水路の上下流方向に周期的に振動しているために生じているものと考えられる。また、等流部分のNo.8ではセ

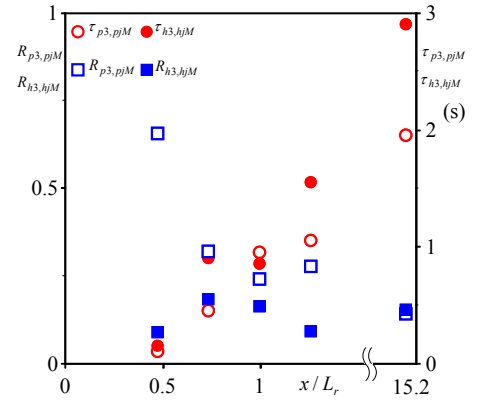


図-16 相互相関係数および遅れ時間

カンドマキシマムの値が極めて小さく、跳水の影響をほとんど受けていないことを示している。

図-12に圧力変動の自己相関係数 $R_{pi,pi}(\tau)$ を示す。水深の自己相関とほぼ同様に、跳水内(No.3~6)および跳水直後(No.7)でセカンドマキシマムが観察される。そこで、セカンドマキシマムの値を $R_{pi,piM}$ 、セカンドマキシマムが発生する遅れ時間を $\tau_{pi,piM}$ と定義した。

図-13に圧力変動の自己相関から得られた $R_{pi,piM}$ 、 $\tau_{pi,piM}$ および同様に水面変動の自己相関から得られた $R_{hi,hiM}$ 、 $\tau_{hi,hiM}$ の流下方向変化を示す。また、横軸に用いた跳水長 L_r は0.19mである。 $\tau_{pi,piM}$ と $\tau_{hi,hiM}$ はばらついているものの、1~2sの範囲に位置している。これは、目視で観察された跳水始端の変動周期とほぼ一致する。一方、 $R_{pi,piM}$ と $R_{hi,hiM}$ はNo.8における値よりも跳水内($0 \leq x/L_r \leq 1$)での値が大きい傾向があり、跳水内の変動が表面渦に伴って組織的になっていることを示している。

(4) 水面変動および圧力変動の流下方向への伝搬

図-14に跳水内の比較的上流に位置するNo.3の水面変動成分 h_3 と、No.3を含めた下流域の水面変動 h_j ($j=3\sim 8$)で構成される相互相関係数 $R_{h3,hj}(\tau)$ を示す。

当然, $R_{h3,h3}(\tau)$ は $\tau=0(s)$ の時に1となる. No.3を除く $R_{h3,hj}(\tau)$ では, 最大値が発生する時間が流下に伴い遅れている.

図-15に圧力変動で構成される相互相関係数 $R_{p3,pj}(\tau)$ を示す. 水深と同様にセカンドマキシマムが発生していること, その発生時間が流下に伴い遅れていることが認められる. そこで, セカンドマキシマムの値を $R_{p3,pjM}$, セカンドマキシマムが発生する遅れ時間を $\tau_{p3,pjM}$ と定義した.

図-16に圧力変動の相互相関から得られた $R_{p3,pjM}$, $\tau_{p3,pjM}$ および同様に水面変動の相互相関から得られた $R_{h3,hjM}$, $\tau_{h3,hjM}$ の流下方向変化を示す. $\tau_{p3,pjM}$ および $\tau_{h3,hjM}$ に着目すると, 両者とも流下方向に増加していることが確認される. 一方, $R_{p3,pjM}$ は流下方向に減少傾向にある. $R_{h3,hjM}$ については, 明確な傾向は捉えられなかった. これは, 水面に気泡が発生した場合, 気泡の頂点を水面として計測していることが一因と考えられるが, 詳細は不明である. 以上より, No.3で表面渦に伴って発生した組織構造が流下方向に移流しながら減衰していることが示唆される.

(5) 水面変動が底面圧力変動に及ぼす影響

跳水現象において, 水面変動が河床圧力変動に及ぼす影響はほとんど解明されていない. 水面変動と圧力変動の相互相関係数 $R_{hi,pi}(\tau)$ は, 式(2)において p_{ci} を h_i に, p_{cj} を p_i に置き換えることで求められる. 図-17に $R_{hi,pi}(\tau)$ を示す. 跳水内およびその前後においては, $\tau=0(s)$ 付近で $R_{hi,pi}(\tau)$ が最大値をとっている. これは水面変動によって圧力変動が生じていることを示している. ただし, 最大となるのは $\tau>0(s)$ であり, 水面変動と底面圧力変動の位相が一致していないことを表している.

射流域のNo.1では $\tau=0(s)$ で $R_{h1,p1}(0)$ の値が1よりかなり小さい. これは, 得られた圧力変動には圧力そのものの変動だけでなく, 流速の鉛直方向の変動も有しているからである. そのため, 水面変動が小さいNo.8では水面変動によって生じる圧力変動よりも乱流変動が支配的になり, $\tau=0(s)$ で $R_{h8,p8}(0)$ の値が1.0よりもかなり小さくなったものと推測される.

5. おわりに

本研究では平坦河床上に発生する跳水における底面圧力変動および水面変動を同時計測し, 圧力変動, 水面変動および両者の相関などを解析した. その結果, 得られた知見は以下のものである.

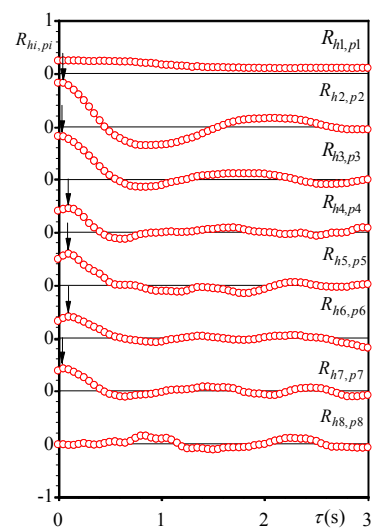


図-17 水深と圧力の相互相関係数 $R_{hi,pi}$

- (1) 可変リラクタンス圧力トランスデューサー圧力計にビニールチューブを接続して圧力を測定する場合, 検出される圧力の平均値はビニールチューブの影響を受けないが, 標準偏差および検出時間は影響を受ける. そこで, 瞬間圧力の補正式を式(4)のように提案した.
- (2) 跳水始端は水路の上下流方向に振動しているが, この周期的な変動が水面だけでなく, 底面でも生じていることおよび跳水内では両変動に位相差があることを解明した.

謝辞: 本研究を行うに当たり, 多大な協力をいただいた本学学部生の赤木慶喜氏に謝意を表す.

参考文献

- 1) 椿東一郎: 跳水現象の理論, 1948.
- 2) Smetana: Condress de Navigation Insterieture, 1935.
- 3) Hager, W.H., Bremen, R. and Kawagoshi, N.: *J. of Hydraulic Research*, Vol.28, No.5, pp.591-608, 1990.
- 4) Chanson, H. and Montes, J.: *J. of Hydraulic Eng.*, ASCE, Vol.121, pp.129-144, 1994.
- 5) Ohtsu, I. and Yasuda, Y.: *J. of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol.117, pp.905-921, 1991.
- 6) 大津岩夫ら: 水工学論文集, 第42巻, pp.673-678, 1998.
- 7) 中川博次ら: 第31回水理講演会論文集, pp.359-364, 1987.
- 8) 川口広司ら: 河川技術論文集, 第8巻, pp.243-248, 2002.
- 9) 瀬津家久ら: 第30回水理講演会論文集, pp.601-606, 1986.
- 10) 大本照憲ら: 水工学論文集, 第46巻, pp.517-522, 2002.
- 11) 安芸周一: 技術研究所報, 第13巻, 第1号, pp.103-114, 1969.
- 12) 石川忠晴: 土木学会論文報告集, 第327号, pp.99-105, 1982.
- 13) 安田陽一, 大津岩夫: 流体力の評価とその応用に関する研究論文集, 第2巻, pp.17-22, 2003.

(2006. 9. 30受付)