

粒子法と Boussinesq モデルのハイブリッド化 に関する基礎的研究

A BASIC STUDY OF A HYBRID CODE OF PARTICLE METHOD AND BOUSSINESQ MODEL

後藤仁志¹・五十里洋行²・酒井哲郎³・奥田一弘⁴

Hitoshi GOTOH, Hiroyuki IKARI, Tetsuo SAKAI and Kazuhiro OKUDA

¹ 正会員 工博 京都大学助教授 工学研究科都市環境工学専攻 (〒 606-8501 京都市左京区吉田本町)

² 学生会員 工修 京都大学大学院博士後期課程 都市環境工学専攻 (〒 606-8501 京都市左京区吉田本町)

³ フェロー 工博 京都大学教授 工学研究科都市環境工学専攻 (〒 606-8501 京都市左京区吉田本町)

⁴ 学生会員 京都大学大学院修士課程 都市環境工学専攻 (〒 606-8501 京都市左京区吉田本町)

Because the Boussinesq equation is governing equation of an ideal fluid, a sea bottom friction and a wave breaking, which are the phenomena related to energy dispersion, cannot be handled precisely. A particle method on the basis of the Navier-Stokes equation is effective for numerical analysis of wave breaking with a splash. In this study, an Euler-Lagrange coupling for boundary interface between the Boussinesq equation model and the particle method are proposed. As basic studies to build a multi-purpose numerical wave basin, a wave motion in a wave flume is simulated by the present coupling model. Agreement of predicted water surface profiles by both models in the vicinity of a boundary interface is confirmed.

Key Words: CFD, Boussinesq equation, particle method, Euler-Lagrange coupling, numerical wave flume

1. はじめに

波浪変形計算は、海岸構造物の設計波の評価(港外波浪変形)、港内静穏度評価、3次元海浜変形の評価など、多岐にわたる問題の基礎情報を得るために必須のプロセスであるため、従来から平面波浪場を対象に多くの手法が提案されてきた。特に、Boussinesq 方程式は、屈折・回折だけでなく、非線形性・分散性も含めて海岸波動の多くの性質を良好に再現できることから、中領域の波浪場解析の中核的手法となりつつある。しかし、高次の分散項を導入した改良型の Boussinesq 方程式でさえも、Euler の方程式から導出される完全流体の支配方程式であることには変わりなく、エネルギー散逸に関連する現象(海底摩擦、砕波による乱流拡散など)を正確に表現することはできない。

既存の Boussinesq 方程式系のモデルでは、海底摩擦や砕波によるエネルギー散逸を経験的サブモデル

によって取り扱うことにより、波浪場の解析が行われている。しかし、Boussinesq 方程式系のモデルが適用される領域内には、海岸構造物の設計波の評価や砕波帯内の浮遊砂輸送など、砕波による乱流の影響を強く受ける局所流が物理量の推定精度を支配する場(小領域)が多く存在し、エネルギー散逸の簡便な推定法に基づいた既存の砕波モデルでは必ずしも充分とは言えない。

砕波帯をターゲットとした解析法としては、近年、Navier-Stokes 式のソルバーを導入した数値波動水槽の開発が活発化しつつある(例えば、磯部ら¹⁾、著者ら^{2,3)}も、砕波とそれに続く水塊分裂・飛沫の発生に適用性の高い粒子法(MPS法⁴⁾)を導入した数値波動水槽を提案した。しかし、これらの手法は Navier-Stokes 式を3次元場で解くため、計算負荷が高く、Boussinesq 方程式系のモデルが対象とするような規模の領域を取り扱うことが困難である。

そこで本稿では、Boussinesq 方程式系のモデルと

粒子法を融合して、汎用的な数値波動水槽を構築するための基礎となる両者の境界接続の方法 (Euler-Lagrange カップリング) について提案し、断面実験用の造波水槽 (鉛直 2 次元場) を対象とした計算を実施して、接続部における両モデルの解の一致について確認する。

2. 計算手法の概要

(1) Boussinesq 方程式

Boussinesq 方程式系のモデルに関しては複数の計算コードが開示されているが、本稿では、平面波浪場解析コード NOWT-PARI⁵⁾ Ver. 4.6c3 を用いた。基礎式は、3 階微分まで考慮した補正項を導入することにより分散特性を改善した Madsen and Sørensen⁶⁾ の修正 Boussinesq 方程式

$$\begin{aligned} \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} &= 0 \quad (1) \\ \frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{P^2}{D} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{PQ}{D} \right) + gD \frac{\partial \eta}{\partial x} \\ - v_i \left(\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} \right) + \varepsilon P + \frac{f}{2D^2} P \sqrt{P^2 + Q^2} \\ &= \left(B + \frac{1}{3} \right) h^2 \left(\frac{\partial^3 P}{\partial x^2 \partial t} + \frac{\partial^3 Q}{\partial x \partial y \partial t} \right) \\ &+ Bgh^3 \left(\frac{\partial^3 \eta}{\partial x^3} + \frac{\partial^3 \eta}{\partial x \partial y^2} \right) \\ &+ h \frac{\partial h}{\partial x} \left(\frac{1}{3} \frac{\partial^2 P}{\partial x \partial t} + \frac{1}{6} \frac{\partial^2 Q}{\partial y \partial t} \right) + h \frac{\partial h}{\partial y} \left(\frac{1}{6} \frac{\partial^2 Q}{\partial x \partial t} \right) \\ &+ Bgh^2 \left\{ \frac{\partial h}{\partial x} \left(2 \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial h}{\partial y} \frac{\partial^2 \eta}{\partial x \partial y} \right\} \end{aligned} \quad (2)$$

である (y 方向の運動方程式は省略)。ここに、 x, y : 平面座標, t : 時間, η : 水位, P, Q : x, y 方向の線流量, g : 重力加速度, D : 全水深 ($D=h+\eta$), f : 底面摩擦係数, v_i : 渦動粘性係数 (碎波による乱れに起因する運動量混合を表現), ε : エネルギー吸収帯の吸収係数, B : 分散特性に関する補正係数 ($=1/15$) である。通常の平面波浪場の計算で頻用される無反射境界の実現には、計算対象領域に外接させてエネルギー吸収帯 (スポンジ層⁷⁾) を設置する方法が用いられる。また、基礎式の離散化は Euler 型の手法で行われ、ADI 法が適用される。空間差分には、staggered 格子を用いた中央差分、時間差分には前進差分が適用される。モデル定数については、標準推奨値⁵⁾ に設定した。

(2) MPS 法

MPS 法 (Koshizuka et al.⁴⁾) では、計算領域に配置された多数の粒子 (計算点) 間の相互作用として基

礎式の各項が離散化されるため、計算格子が不要である。まず、均一で質量が変化しない粒子を用い、粒子数密度 (単位体積あたりの粒子数) を一定値 n_0 に保つことにより、非圧縮条件が満足される。

一方、運動方程式 (Navier-Stokes 式)

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{g} + \frac{\sigma \kappa \delta}{\rho} \mathbf{n} \quad (3)$$

(\mathbf{u} : 流速ベクトル, p : 圧力, ρ : 流体 (水) の密度, \mathbf{g} : 重力加速度ベクトル, ν : 動粘性係数, σ : 表面張力係数, κ : 表面曲率, δ : デルタ関数, \mathbf{n} : 法線方向の単位ベクトル) については、粒子周囲の影響円内の他の粒子との相互作用を通じて離散化される (越塚⁸⁾)。移流項は粒子移動の追跡を通じて計算されるため、移流項の差分化に起因する数値拡散が生じない。

粒子 i の圧力項 (gradient) および粘性項 (Laplacian) は、

$$-\frac{1}{\rho} \langle \nabla p \rangle_i = -\frac{1}{\rho} \frac{D_0}{n_0} \sum_{j \neq i} \left\{ \frac{p_j - p_i}{|\mathbf{r}_{ij}|^2} \mathbf{r}_{ij} \cdot \mathbf{w}(\mathbf{r}_{ij}) \right\} \quad (4)$$

$$\nu \langle \nabla^2 \mathbf{u} \rangle_i = \frac{2\nu D_0}{n_0 \lambda} \sum_{j \neq i} (\mathbf{u}_j - \mathbf{u}_i) w(\mathbf{r}_{ij}) \quad (5)$$

$$\mathbf{r}_{ij} = \mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i \quad (6)$$

のように、粒子周囲の影響円内の他の粒子との相互作用としてモデル化される (D_0 : 次元数, λ : モデル定数)。粒子間相互作用が生じる範囲 (影響円) は、重み関数

$$w(r) = \begin{cases} r_e - r & \text{for } r \leq r_e \\ 0 & \text{for } r > r_e \end{cases} \quad (7)$$

により規定される (Koshizuka et al.⁴⁾)。また、粒子数密度は重み関数を用いて

$$\langle n \rangle_i = \sum_{j \neq i} w(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i) \quad (8)$$

と定義される。

表面張力の評価に関しては、粒子数密度から表面曲率を推定し、表面張力を体積力に換算して、水面粒子に与える Nomura ら⁹⁾ のモデルを用いた。なお、粒子数密度に基づいて判別される標準型の MPS 法の水表面は、粒子径の数倍の厚みを有するので、表面張力の作用域を粒子径程度の厚さ (体積力換算するのでこれ以下には設定できない) に制限するため、粒子数密度のレベルだけでなく、粒子数密度の空間的偏在性を指標とする後藤ら¹⁰⁾ の水面粒子の判定基準を導入した。

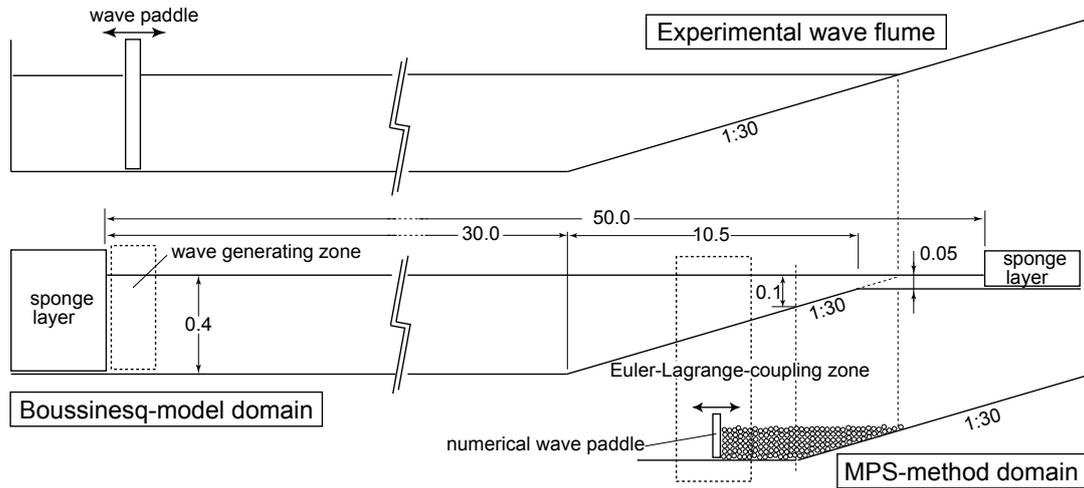


図-1 計算領域

3. 境界部における Euler-Lagrange カップリング

一様斜面上 (勾配 1/30) の碎波・遡上を対象とした計算領域のイメージを図-1 に示す. 先にも述べたように本稿では, 全長約 50 m の断面実験用の造波水槽 (一様水深部約 30 m) を想定した. 図中には, 実験水槽, Boussinesq モデルの計算領域, MPS 法の計算領域の対応関係を模式的に示している. Boussinesq モデルの計算領域は実験水槽と同程度の規模となり, 実験水槽の造波板の位置に造波境界が設定される. Boussinesq モデルでは, 静水深より僅かに低い位置 (水深 5.0 cm) で斜面が打ち切られ, 平坦床が接続される. 沖側および岸側の両端部には, 無反射条件を満足するため, スポンジ層が設置されている. 一方, 空間解像度の調整が難しい MPS 法では, 数 10m にも及ぶ造波水槽の全長を再現することが困難なため, エネルギー散逸の活発な碎波・遡上現象が生じる斜面上の領域 (静水深 10.0 cm 以浅) のみを対象とする. MPS 法では, 碎波・遡上過程での複雑な水面形状を直接取り扱うので, 碎波・遡上によるエネルギー散逸が陽に計算され, スポンジ層のような付加的なエネルギー吸収帯 (数値フィルター) は不要である.

本稿では, Boussinesq モデルにより推定された水理条件 (水位, 流速) を入力として, MPS 法の造波境界 (移動壁) を運動させるので, 固定計算点を有する Euler 型の Boussinesq モデルと移動計算点 (粒子) を有する Lagrange 型のモデルである MPS 法のカップリングが必要となる. この種の Euler-Lagrange カップリングの手法は, 混相流を対象に提案されてきた¹¹⁾. 粒子 (この場合, 固液混相流における固相粒子) を液相に対する運動量 source (あるいは sink) と見なす PSI-Cell 法¹²⁾ は, その代表例である. 後藤ら¹³⁾ は PSI-Cell 法を用いて, 流砂過程における掃流層の

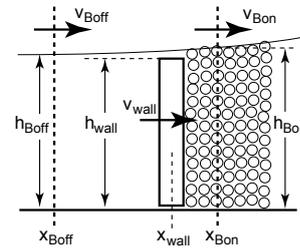


図-2 カップリングの概念

解析を行っている. 本稿では単相流を対象とするが, Boussinesq モデルと MPS 法の接続には PSI-Cell モデルの運動量収支のコンセプトがそのまま適用でき, two-way のカップリングが実現できる. ただし, 一様斜面上の碎波・遡上では, 反射が極めて小さいことが知られているので (例えば, Cristensen ら¹⁴⁾ によれば, 巻き波形式の碎波の場合には, 反射波のエネルギーは入射波の 0.01% 以下), 本稿の境界条件では, Boussinesq モデルの領域から MPS 法の領域に引き継がれたエネルギーは, MPS 法の領域内部でほぼ全て散逸することになる. そこで, 更に扱いを簡略化して, MPS 法から Boussinesq モデルへのフィードバックは考慮しない one-way のカップリングを採用する. 図-2 に示すように, MPS 法の造波壁 (座標 x_{wall} , 速度 v_{wall}) が Boussinesq モデルの計算点 (x_{Boff} , x_{Bon}) の間に存在する状況を考える. 壁の移動速度は, Boussinesq モデルの計算点における速度を内挿し,

$$v_{wall} = \frac{x_{Bon} - x_{wall}}{x_{Bon} - x_{Boff}} v_{Boff} + \frac{x_{wall} - x_{Boff}}{x_{Bon} - x_{Boff}} v_{Bon} \quad (9)$$

で与える. 造波壁の高さに関しては, 通常 MPS 法では, 造波壁を越えて領域外に出る粒子が生じないように十分な高さを確保し,

$$h_{wall0} = \infty \quad (10)$$

とする.

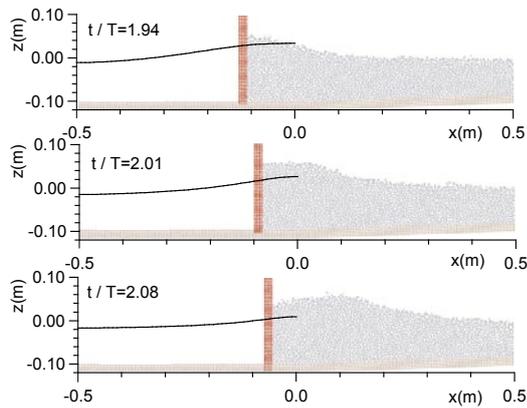


図-3 造波壁近傍の水面形(標準型)

4. 一様斜面上の砕波・遡上過程への適用性

(1) 造波壁近傍の水面形

先に示した one-way カップリングによって Boussinesq モデルと MPS 法を接続し、図-1 に示した計算領域で、沖波波高 7.0 cm, 周期 1.5 s の規則波の斜面遡上過程を計算した。この波浪条件では、Boussinesq モデルにおいて、汀線近傍の一様水深部で砕波条件が成立し、砕波によるエネルギー減衰項とスポンジ層の効果により、反射の影響がない数値解が得られる。一方、MPS 法でも Boussinesq モデルの流速から内挿した速度で造波壁を移動させて計算すると、斜面上で巻き波形の砕波が発生し、顕著なエネルギー減衰が生じる様子が計算される。

図-3 に、造波壁が主波峰を押し出す $t/T=1.94$ から 2.08 の時間帯における Boussinesq モデルと MPS 法の境界付近の水面形を示す。鉛直 2 次元の解が得られる MPS 法については粒子プロットで示し、1 次元の解(すなわち水深)が得られる Boussinesq モデルについては、水深分布を実線で示した。MPS 法では、造波壁前面で水面が局所的に上昇し、水深について Boussinesq モデルとの不一致が生じている。図-4 は、造波壁前面に位置する観測点(造波壁の岸側 $1.5d_0$ の位置; d_0 : MPS 法の粒子径)における水位時系列である。なお、MPS 法では、造波壁の前面の幅 $3d_0$ の領域の平均値を当該観測点における水位として定義した。MPS 法の水位変動は、造波開始後 1 ないし 2 波で安定した変動パターンを呈するが、一貫してピーク、トラフともに過大な評価となっており、前述の局所的な水面上昇の影響が顕著である。

(2) 造波壁の改良

上記の不一致は、本計算の造波方式が造波板前面での流速の鉛直分布を正確に再現していないことに起因すると考えられる。Boussinesq モデルは平面 2 次元(本稿の条件では 1 次元)を対象とする

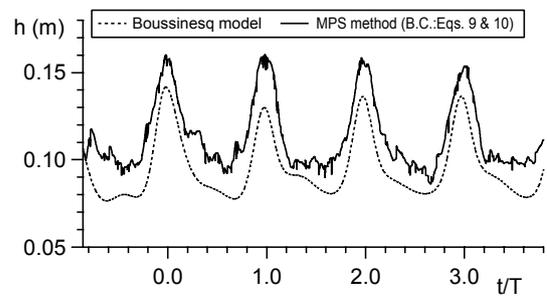


図-4 造波壁前面の観測点における水位時系列(標準型)

が、MPS 法は 3 次元(本稿の条件では鉛直 2 次元)を対象としている。したがって、MPS 法においては、Boussinesq モデルの計算結果として得られる断面平均流速に従って剛体鉛直壁を移動させて造波しており、通常の波浪運動下の水粒子軌道振幅の鉛直方向分布が反映されていない。故に、水粒子の軌道振幅が大きい水表面付近では、押し波時には岸側への変位が、引き波時には沖側への変位が伴い過小評価されることとなり、結果として造波板近傍の水面が常に上昇することとなる。この問題を解消するには、造波板を弾性的に挙動させて、鉛直方向の流速分布を造波板の振幅分布として造波境界に反映させればよいのだが、Boussinesq モデルからは流速分布の情報が得られない。そこで、便宜的ではあるが、Boussinesq モデルの計算点における水深を内挿し、造波壁の高さを

$$h_{wall1} = \frac{|x_{Bon} - x_{wall}|}{|x_{Bon} - x_{Boff}|} h_{Boff} + \frac{|x_{wall} - x_{Boff}|}{|x_{Bon} - x_{Boff}|} h_{Bon} \quad (11)$$

で与える改良を試みた。これにより、一部の粒子は造波壁天端を越えて沖側へと流出することとなるが、これを放置すれば計算対象領域内の水の体積が減少し、静水深が徐々に低下することとなる。そこで、以下のような簡易な方法で、静水深の低下を防止した。造波壁天端を越える粒子については天端にて MPS 法の計算を中断し、造波壁天端を越えた粒子数の累積値を更新する。累積粒子数が 100 個に達すると、造波壁から遡上端までの水面に均等に粒子を再配置する。再配置にあたっては、配置する座標近傍の粒子の速度を空間平均して当該粒子の速度を求め、再配置される粒子の x 座標は、乱数発生によって決定した。なお、本稿の計算に用いた粒子は粒径 $d_0=5.0$ mm であるが、再配置領域の全長を 6.0 m として、100 個の粒子を一様に敷き伸ばすと、水層の厚さは 0.416 mm となる。言い換えると造波壁天端を越流した粒子の再配置による水位上昇は、粒径の 10% 程度の瞬間的水位上昇を計算領域にもたらすこととなる。

図-5 は、改良後の計算から得られた造波壁前面に位置する観測点における水位時系列である。造波壁

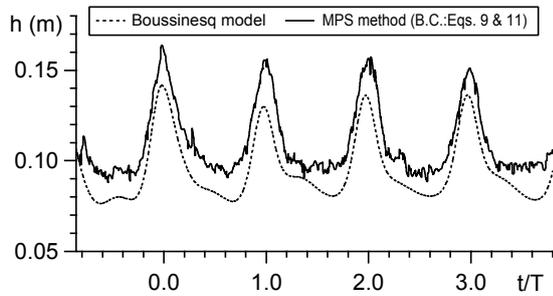


図-5 造波壁前面の観測点における水位時系列 (改良型 1)

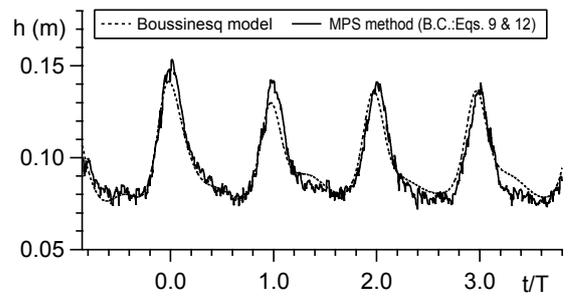


図-7 造波壁前面の観測点における水位時系列 (改良型 2)

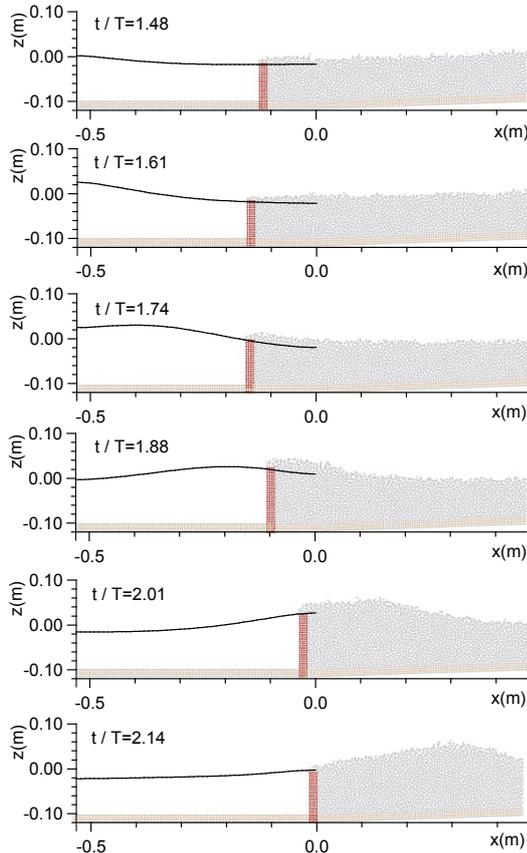


図-6 造波壁近傍の水面形 (改良型 1)

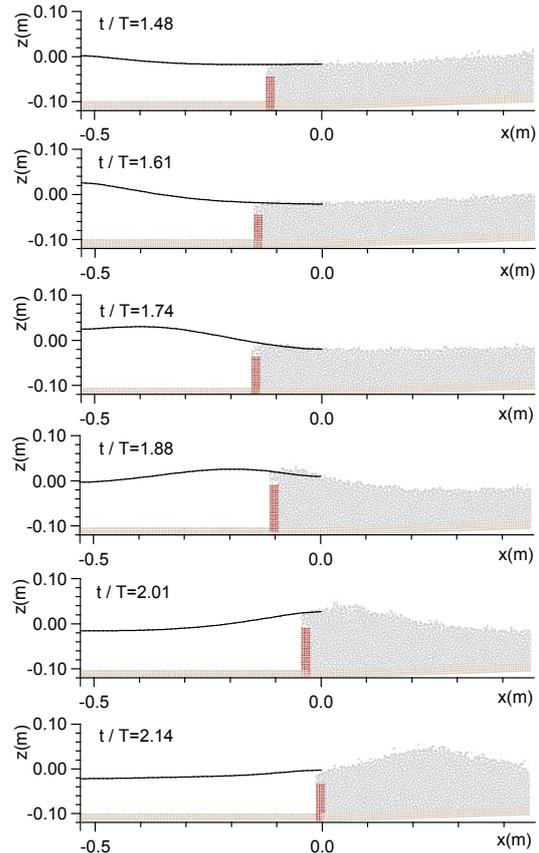


図-8 造波壁近傍の水面形 (改良型 2)

天端を越流した粒子の再配置を行っているので、平均水位の低下が見られないのは勿論であるが、再配置に対応した水位の急増も明瞭ではなく、1回の操作で再配置される水塊の体積が対象とされる領域内の水塊の全体積と比較して十分に小さいことが分かる。ただし、MPS法と Boussinesq モデルの水位時系列の相違はやはり顕著で、MPS法において水位制御を追加したことの効果が明瞭ではない。図-6には、この条件における造波壁近傍の瞬間像を示す。図中には、移動範囲の沖側端部付近に造波壁が接近する状態から主波峰の押し出しが完了するまでを、0.2秒 ($t/T=0.13$) 間隔で示した。造波壁天端は継続して水没状態にあり、1ストローク通じて造波壁前面水深が天端より高い状態が維持されているのが分かる。この影響で、造波壁前面に位置する観測点における水位も Boussinesq モデルの計算値より一貫して

高くなってしまふ。

そこで、造波壁の天端を切り下げて、越流を促進し、造波壁前面に位置する観測点における水位を Boussinesq モデルの計算値に近づけることを試みた。先の計算から越流水脈の平均厚さを推定すると粒子径の約6倍程度であったため、造波壁の天端を

$$h_{wall2} = h_{wall1} - h_{of} \quad (12)$$

に設定し ($h_{of}=6.0d_0$)、同様の計算を行ったところ、造波壁前面に位置する観測点における水位は図-7に示すように Boussinesq モデルの計算値と良好に一致した。式(11)による制御と比較して越流量は増加するが、再配置粒子による瞬間的水位上昇は水位時系列からは確認できず、少なくとも水位を論じる上では、この種の簡便な質量保存の充足法が適用可能であると考えられる。図-8には、移動範囲の沖側端部付近に造波壁が接近する状態から主波峰の押し出し

が完了するまでを0.2秒間隔で示した。造波壁近傍の水面形は Boussinesq モデルと MPS 法で良好に一致し、陽に制御を行っていない局所水面勾配に関してもおおよその良好な対応が見られる。

5. おわりに

本稿では、Boussinesq 方程式系のモデルと粒子法を融合して、汎用的な数値波動水槽を構築するための基礎となる両者の境界接続の方法 (Euler-Lagrange カップリング) について検討し、one-way のカップリングで造波壁上の沖側への越流を許容する方法によって、造波壁前面水位を両モデルで良好に同期させることが可能であることを示した。

ここでは、カップリングの基礎的検討を目的として、単純な境界条件を対象とした。対象としたのは、1次元 Boussinesq モデルと断面2次元 MPS 法のカップリングであり、汀線付近の条件は、反射が無視できるほど小さい一様勾配斜面である。今後は、一般的な波浪場でこの種のカップリングによる計算効率の向上について検討を進める必要がある。そのための主要な課題は以下の2つである。

(1) 平面水槽で行われる水理実験の代替手段としてのシミュレーターの開発を考えると、平面2次元 Boussinesq モデルと3次元 MPS 法のカップリングは必須である。これには、少なくとも平面2次元場で任意形状の波峰線に添って変形できる MPS 法の造波壁を考案する必要がある。平面水槽では有効造波領域を広く確保するため、沖側と側方に多数の造波板が配置されることがあるが、MPS 法で同様の状況を実現するには、沖側の造波壁に加えて側壁も移動壁とする扱が必要になる。この場合、両造波壁の接続部(隅角部)で漏水を生じずに両造波壁を移動させるアルゴリズムが必要となる。

(2) 構造物設計への貢献を考えると、防波堤端部など、反射の影響が顕著な場での3次元解析が必要となる。これには、本稿でも基本的なコンセプトを示した two-way カップリングを平面2次元 Boussinesq モデルと3次元 MPS 法の間で実現する必要がある。

粒子法は、浮体群を伴う場でも安定して解析が可能であり、固液・気液混相流への対応も進みつつある。運動量・質量輸送ともに活発な碎波帯において粒子法の適用を促進するには、入射波の条件を合理的に推定できる中領域のモデル、すなわち Boussinesq モデル、との接続が鍵であり、合理的で普遍的なカップリング法の構築は焦眉である。

に、NOWT-PARI Ver. 4.6c3 の提供を受けた。ここに記して謝意を表する。

参考文献

- 1) 磯部雅彦・高橋重雄・余錫平・榊山勉・藤間功司・蔣勤・秋山実・大山洋志：数値波動水路耐波設計への適用に関する研究 -VOF 法基本プログラムの作成-, 海洋開発論文集, 第15巻, pp.321-326, 1999.
- 2) Gotoh, H. and Sakai, T.: Lagrangian simulation of breaking waves using particle method, *Coastal Eng. Jour.*, Vol. 41, Nos. 3-4, pp.303-326, 1999.
- 3) Gotoh, H., Ikari, H., Memita, T. and Sakai, T.: Lagrangian particle method for simulation of wave overtopping on a vertical seawall, *Coastal Eng. Jour.*, Vol. 47, Nos. 2-3, pp.157-181, 2005.
- 4) Koshizuka, S., Tamako, H. and Oka, Y.: A particle method for incompressible viscous flow with fluid fragmentation, *Comp. Fluid Dyn. J.*, Vol. 4, pp. 29-46, 1995.
- 5) 平山克也：非線形不規則波浪を用いた数値計算の港湾設計への活用に関する研究, 港湾空港技術研究所資料, No. 1036, p. 162, 2002.
- 6) Madsen, P. A. and Sørensen O. R.: A new form of the Boussinesq equations with improved linear dispersion characteristics, Part2, A slowly-varying bathymetry, *Coastal Eng.*, Vol. 18, pp.183-204, 1992.
- 7) Eric Cruz・横木裕宗・磯部雅彦・渡辺晃：非線形波動方程式に対する無反射境界条件について, 海岸工学論文集, 第40巻, pp.46-50, 1993.
- 8) 越塚誠一：粒子法, 丸善, p.144, 2005.
- 9) Nomura, K., Koshizuka, S., Oka, Y. and Obata, H.: Numerical Analysis of Droplet Breakup Behavior using Particle Method, *Jour. Nucl. Sci. and Tech.*, Vol. 38, No. 12, pp.1057-1064, 2001.
- 10) 後藤仁志・五十里洋行・八木哲生・酒井哲郎：MPS 法による碎波解析のための自由水面境界条件の改良, 海岸工学論文集, 第50巻, pp.21-25, 2003.
- 11) 後藤仁志：数値流砂水理学, 森北出版, p. 223, 2004.
- 12) Crowe, C. T., Sharma, M. P. and Stock, D. E.: The particle-source-in cell (PSI-CELL) model for gas-droplet flows, *J. Fluid Eng.*, ASME, pp. 325-332, 1977.
- 13) 後藤仁志・辻本哲郎・中川博次：流体・粒子相互作用系としての掃流層の数値解析, 土木学会論文集, 第485号/II-26, pp.11-19, 1994.
- 14) Christensen E. D., Walstra D. J. and Emerat, N.: Reply to dissipation of "Vertical variation of the flow across the surf zone". *Coastal Eng.*, Vol. 50, pp. 165-166, 2004.

謝辞：Boussinesq 方程式コードに関して、港湾空港技術研究所波浪研究室・平石哲也室長および平山克也主任研究官から貴重な御助言を賜るとも

(2005.9.30 受付)