水工学論文集, 第50巻, 2006年2月

実務での有用性を念頭に置いた 貯水池の流動解析モデル構築に関する基礎的検討

BASIC STUDY ON NUMERICAL MODELING OF WATER FLOW IN DAM RESERVOIRS, AIMING FOR PRACTICAL APPLICATOINS

梅田　信[1]，石川忠晴[2]，和泉恵之[3]

Makoto UMEDA, Tadaharu ISHIKAWA, Yoshiyuki IZUMI

1 正会員　博（工）　（財）ダム水源地環境整備センター（〒102-0086 東京都千代田区麹町 2-14-2　麹町 NK ビル）
2 フェロー会員　工博　東京工業大学教授　大学院総合理工学研究科（〒226-8502 横浜市緑区長津田町 4259）
3 正会員　工修　（財）ダム水源地環境整備センター　研究第二部長

This paper presents a development of a numerical model, intended to simulate water flow and hydraulic conditions (especially density current) in dam reservoirs. The model is based on the CIP method and the SIMPLE algorithm. The advection terms are solved by CIP and other terms are made discrete with finite volume method and the pressure terms coupled with the continuity equation is solved by SIMPLE. Free water surface treatment is also implemented in the code by modifying the SIMPLE algorithm to the water surface cell.

The proposed scheme is tested for computations of internal seiche and water surface seiche. Because of the CIP, numerical diffusion is reduced compared to the results of the original SIMPLE. The water surface is stably solved with this model, although a damping occurs if the time increment is large. Iteration counts and computation load lightened on account of CIP and the time-splitting scheme.

Key Words: *dam reservoir, numerical simulation, free water surface, density current*

1．はじめに

(1)貯水池流動解析モデルの課題

既設ダムの水質対策検討や建設前の環境影響評価においてダム貯水池の水環境解析を行う場合，数値シミュレーションが欠かせないツールとなっている．また，これらの予測・解析を行った結果については，説明責任が従来以上に高まっていることもあり，可能な限り予測精度の高い数値解析モデルを用いることが，求められている．

このような実務レベルの検討で多く用いられている解析モデルは，静水圧近似を仮定した鉛直二次元（横断平均）モデルである．これらのモデルは，水温分布や水質変動に関して，ある程度妥当な結果が得られるようになってきている．しかし近年ではシミュレーションに対する高度化や一般化の要求が高くなっており，また精度向上についても望まれている．この高度化に対する視点は，下記のようにいくつか挙げることができる．

まず，従来多用されているモデルでは，鉛直方向の渦拡散係数をリチャードソン数の関数などとして与えることが多い．しかし，この考え方では，いくつかの係数を経験的に与える必要がある．したがって，解析対象となる貯水池が換わるたびに検証計算を行い，水温成層の年間・経年変化に対する再現性を確認した上で，経験的に妥当な係数を求める必要がある．そのために，k-εモデルのような乱流モデル（パラメタとして標準値が求められている）を用いた解析が望まれているところである．これについては，近年いくつかの検討例[1), 2)]があり，実績を上げつつあると考えられる．

つぎに湖内の流動のうち，取水口付近などにおける局所的な流れの影響をシミュレーションに対し，いかに反映させるべきかについても，課題と考えられている[3)]．このような課題に対する対処として，つぎの二つの方向性が考えられる．一つは非静水圧の流動解析を行うこと，もう一つは三次元解析[4), 5)]を行うことである．前者の考え方については，k-εモデルと同様に多少の検討例が出てきている[1), 2), 6)]．非静水圧解析とk-εモデルを組み合わせた場合，従来のモデルにいくつか存在する調整パラメタ

が，ほとんど無いモデルとなる．しかし，筆者らの検討（必ずしも多くないが）から経験的に述べると，水温成層の解析であれば，境界条件（流入水温や取水口の位置など）を実績に即して与えれば，かなり妥当な結果が得られるようである．ただし，これらの解析は比較的長期間の緩やかで平均的な変動を対象としていることから，短期的で局所的な現象（例えば洪水時の流れなど）に対する適用性については，今後の検討を要する．

(2)本研究における検討の方向性

前節に述べた課題点を踏まえ，現在，筆者らはより高度でかつ実用に供しうる解析モデルの開発に取り組んでいる．その中で本論文では，つぎのような貯水池の水理特性を考慮に入れたうえで,流動解析モデルを検討した．まず，貯水池の水質環境に大きく影響を及ぼすのは，水温成層の形成や変化である．このため,水温躍層形状（水温の鉛直分布）の再現性が高いことは，もっとも要求されることである．また貯水池の特性として，水面変動に関することが挙げられる．本来のダムの機能に伴うこととして，貯水池の水位変動は大きい．つまり，洪水時の貯留と渇水時の補給に伴い,年間の水位変化が数十 m に及ぶ場合も多い．しかし，各時点における水面形としては，風による吹き寄せなどが生じるのみで，近似的には水平と見なせる程度の水面勾配である．

水温成層は，冷水現象や温水現象といった水温に対する影響のみでなく，濁水現象や植物プランクトンの増殖（富栄養化現象）という他の水質の問題にも関わりが大きい要因である．したがって，水温成層の解析精度が高いことが，シミュレーションに対してもっともベースとなる要求である．そのため，シミュレーションの精度評価を行うような場合にも，まず評価項目として取り上げられることになる[7]．ただし長期的な予測や洪水時の解析を実施する場合，解析誤差とも言える数値拡散の影響が生じることが課題に挙げられる．

これらの事情を踏まえ，研究・開発としては将来的にモデルの三次元化を目指すところであるが，本論文では鉛直二次元解析により，基礎的な解析手法を検討した．すなわち，数値的な拡散が小さく高精度な手法として近年多用されているCIP（Cubic Interpolated Profile）法[8]による移流計算と，圧力解法には半陰的であることから安定性に定評のあるSIMPLE（Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations）法[9, 10]を組み合わせた手法を開発した．また，水面変動に関しては，上述の貯水池における水面変動特性を考慮できるよう，水面勾配により生じる圧力差を静水圧近似し，過剰（過小）静水圧として流動（圧力）解析に組み込む近似的な手法[11]を取り入れることでモデル化した．

２．解析モデルの概要

(1)基礎方程式

鉛直二次元解析の基礎式として，以下に挙げる連続式，ブシネスク近似した運動方程式及び相対密度差の輸送式を用いる．

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial w}{\partial z}=0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+w\frac{\partial u}{\partial z}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\nu\frac{\partial u}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\nu\frac{\partial u}{\partial z}\right) \tag{2}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial w}{\partial t}+u\frac{\partial w}{\partial x}+w\frac{\partial w}{\partial z}&=\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z}-g\delta\\ &+\frac{\partial}{\partial x}\left(\nu\frac{\partial w}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\nu\frac{\partial w}{\partial z}\right)\end{aligned} \tag{3}$$

$$\frac{\partial \delta}{\partial t}+u\frac{\partial \delta}{\partial x}+w\frac{\partial \delta}{\partial z}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\nu}{\sigma_\delta}\frac{\partial \delta}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\nu}{\sigma_\delta}\frac{\partial \delta}{\partial z}\right) \tag{4}$$

$$\delta=\frac{\rho_r-\rho}{\rho_r} \tag{5}$$

ここに，$x, z=$ 流下方向および鉛直上向きの座標，$u, w=$ xおよびz方向流速，$\delta=$ 相対密度差，$\nu=$ 水の動粘性係数である．またσ_δ は相対密度差についてのSchmidt数である．本論文では簡易的に相対密度差の拡散係数と水の動粘性係数を等しいとし，$\sigma_\delta=1.0$ を与えた．

これらの基礎方程式は，CIP 法の通常の解法に従い，時分割を施し，移流相と非移流相に分割した．移流相に対しては，以下のような式になる．

$$\frac{u^*-u}{\Delta t}=-u\frac{\partial u}{\partial x}-w\frac{\partial u}{\partial z} \tag{6}$$

$$\frac{w^*-w}{\Delta t}=-u\frac{\partial w}{\partial x}-w\frac{\partial w}{\partial z} \tag{7}$$

$$\frac{\delta^*-\delta}{\Delta t}=-u\frac{\partial \delta}{\partial x}-w\frac{\partial \delta}{\partial z} \tag{8}$$

また，非移流相については，以下のようである．

$$\frac{u^{n+1}-u^*}{\Delta t}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\nu\frac{\partial u}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\nu\frac{\partial u}{\partial z}\right) \tag{9}$$

$$\frac{w^{n+1}-w^*}{\Delta t}=-\frac{\partial p}{\partial z}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\nu\frac{\partial w}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\nu\frac{\partial w}{\partial z}\right) \tag{10}$$

$$\frac{\partial u^{n+1}}{\partial x}+\frac{\partial w^{n+1}}{\partial z}=0 \tag{11}$$

ここに，上添え字の*は移流相の計算結果を，上添え字の n+1 は次ステップの物理量を表す．本研究では移流相（式(6)～(8)）をCIP法（RCIP法[12]）で解く．非移流相の計算については，有限体積法で離散化した．圧力項の算出は，CIP法ではCCUP法[13]やMAC法などとの組合せが用いられることが多いが，本研究では新しい組合せとしてCIP法とSIMPLE法により連続式と圧力のカップリングを行った．SIMPLE法は安定性の高いことが利点の一つに挙げられる手法である．さらに本検討では，水面勾配（自由水面）を考慮するために，水面に接する計算セルに対

してSIMPLE法の圧力補正式を修正することで近似的に自由水面を考慮し，離散化を行っている．

(2)自由水面の考慮（水面セルの圧力補正）

通常のSIMPLE法では，水面を固定壁として扱っているため，水面変動による水の流れへの影響が考慮できない．一方，貯水池では水が貯留されており，流れも穏やかであるため, 水面は幾何学的にはほとんど水平である．しかし，微少な水面勾配とそれによる圧力分布が流動に影響を与えるような場合がある．例えば，吹送流が生じたときの吹き寄せにより，水温成層の形成時には内部セイシュが生じることは代表的な例であろう．また，貯水池の水質に影響が大きなイベントとして洪水流入がある．洪水が流入することにより，水温成層の混合・破壊や濁水の長期化など，貯水池の主要な水質現象に大きな影響を及ぼすことがある．洪水が貯水池へ流入した際の，上流端付近における潜り込みの現象は，局所的な急変流であり，流入水と湖水の混合など種々の要因が影響している[14]．貯水池の上流部の流入端付近で生じる小さな水位差も，圧力と関連して潜り込みの現象に関与していると考えられる．したがって，洪水時の流動シミュレーションにおいても，水面勾配を考慮できることが，精度向上につながると考えられる．

本研究で採用した銭ら[11]による水面勾配の取り扱いは，以下に述べるようなものである．一般的な自由水面における運動学的条件は，

$$\frac{\partial h}{\partial t} + h\frac{\partial h}{\partial x} = w_s \tag{12}$$

と書ける．ここに，h = 水位，w_s =水面における鉛直流速である．これに対して，非線形項を無視し，また水面変動に伴う圧力増分に対して静水圧分布を仮定するといった近似を施すと，次式が得られる．

$$w_s = \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{1}{\rho g}\frac{\partial p}{\partial t} \tag{13}$$

この近似式は，貯水池内の流れが一般に穏やかでありFroude数が十分に小さいことから概ね妥当なものであると考えられる．

SIMPLE 法に対して式(13)を以下のように組み込んでいる．通常のSIMPLE法（水面以外のセル及び水面を固定壁とあつかった場合）では，次式により圧力補正を行う．

$$a_p p'_P = \sum_{nb} a_{nb} p'_{nb} - b_P \tag{14}$$

ここに，a_P = 各格子点での圧力の係数（添え字のPは当該位置，nbは隣接するセルを示す），p' = 収束計算中の圧力補正量，b_P = 連続式の誤差である．これに対して，水面セル（水面に接する直下のセル）について，式(13)を離散化した上で圧力式に代入することで，次式のように修正を施す．

$$\left(\frac{\Delta x \Delta z}{g\Delta t} + a_P\right) a_p p'_P = \sum_{nb} a_{nb} p'_{nb} - b_P + \frac{\Delta x \Delta z}{g\Delta t}\left(\tilde{p}_P - p^*_P\right) \tag{15}$$

ここで，Δx, Δz=それぞれx方向，z方向の格子間隔，$\tilde{p}$ = 前の時間ステップにおける圧力値，p^*_P =当該時間ステップにおける前の反復計算結果である．水面セルでは，固定壁とした場合，鉛直流速（つまり上側セルの影響係数）がゼロである．それに対して，式(15)の補正式では，右辺第 3 項において，式(13)の水面の鉛直流速が考慮され，水面変動を表現していることになる．

平均水面の上昇・下降は，水面の鉛直流速を用いて，

$$\bar{h} = \frac{\iint w_s dtdx}{\int \Delta x dx} \tag{15}$$

のように求めることができる．ダム貯水池の場合は，水位や放流量がデータとして記録されているので，これをベースに考えることもできる．さらに，水位変化が大きい場合には，水面のセルの鉛直幅（Δz）を通常メッシュの幅の 0.5～1.5 倍の範囲で変化させ，この範囲を超えた場合には，水面セルを分割もしくは一つ下のセルと結合するといった操作を施す. この比較的簡略な方法により，貯水池の水面変動特性にあった解析を十分に行うことができると考えられる．

３．計算結果と考察

前章で述べた計算モデルの動作特性及び妥当性について調べるために，基礎的な条件に対する流動シミュレーションを実施した．計算事項としては，つぎの二つである．水面変動（セイシュ）に対する解析特性を調べ，またCIP法の特長である移流精度の高さを確認するため，本論文では水温躍層・密度流として，内部セイシュの計算を行った際の結果について，既往のSIMPLE法による解析結果と比較を行った．

(1)内部セイシュの解析特性

まず，本検討のCIP法とSIMPLE法を組み合わせによる特色として想定される，数値拡散の抑制状況について，従来の解析方法と比較を行った．従来の解法として文献[10]に示されている方法，すなわち移流項の離散化にハイブリッド法（移流項と拡散項の大小により，一次上流

表-1 内部セイシュの解析条件

計算領域	水平延長	1000m
	全水深	50m
計算格子	Δx	20m
	Δz	1m
計算時間間隔		10秒
相対密度差		1/1000

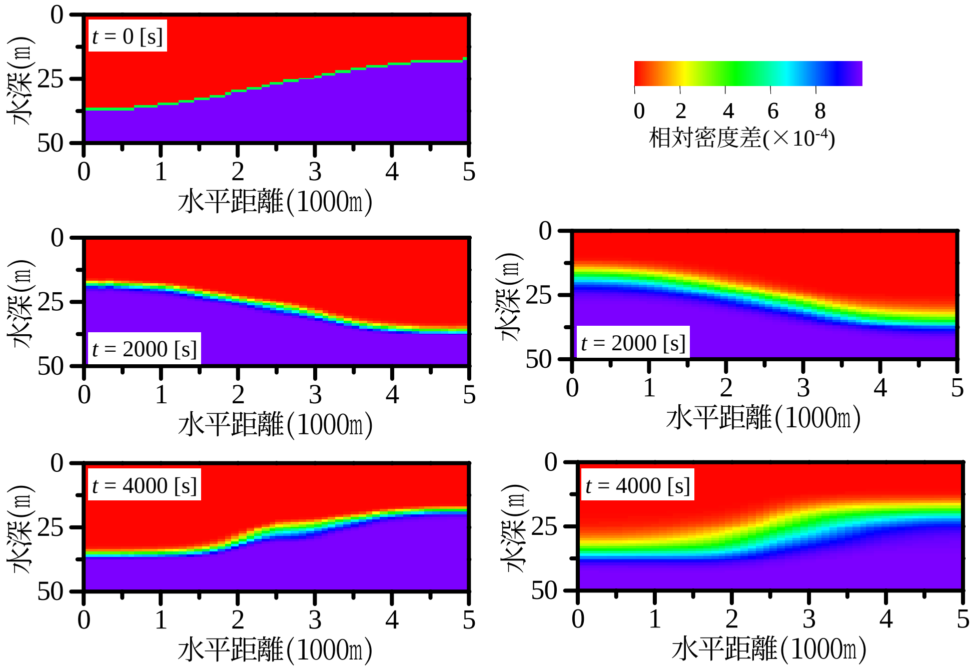

図-1　内部セイシュの解析結果
（左上：初期条件，左中・下：CIP 法を導入した解析結果，
右中・下：ハイブリッド法による SIMPLE 法の解析結果）

差分と中央差分を切り替える方法）を用いた．

解析条件については，実際の貯水池のスケールを意識し，**表-1** のような矩形領域における成層条件を設定した．また相対密度差も，夏季に水温成層が発達した場合を想定した．

初期条件は，密度界面の形状を波高 20m として水深の中央にサインカーブで与えた．この条件では，内部セイシュの周期は約 4000 秒となる．計算時間間隔は 10 秒とした．なおこの計算では，従来モデルとの精度比較（主として数値拡散）を目的としているので，前章で述べた自由水面の解析は組み込んでいない．

計算結果を**図-1** に示す．ここでは，約 1 周期の計算結果について，二つの手法を比較した．なお移流項の離散化で，オーバーシュート・アンダーシュートによる不安定性をさけるため，単調性が保証される補間スキームである RCIP 法を用いている．どちらの方法でも内部セイシュの振幅・周期ともに妥当に表現されていることが，この図から分かる．一方，密度界面の表現は，CIP 法は若干界面（緑の領域）が厚くなっている程度であるのに対し，通常の SIMPLE 法では時間が進むにつれて厚みが増しているのがわかる．この両者の差をより明確に比較したのが**図-2** である．これは，**図-1** において水平距離の中央（2500m 地点）での相対密度差の鉛直分布を抜き出して比較した図である．CIP 法でもある程度の拡散が生じているものの，比較的シャープな界面が保たれている．なお，本計算では粘性項も含めて計算を行っているが，水の分子粘性係数を与えているのみであり，計算結果へ

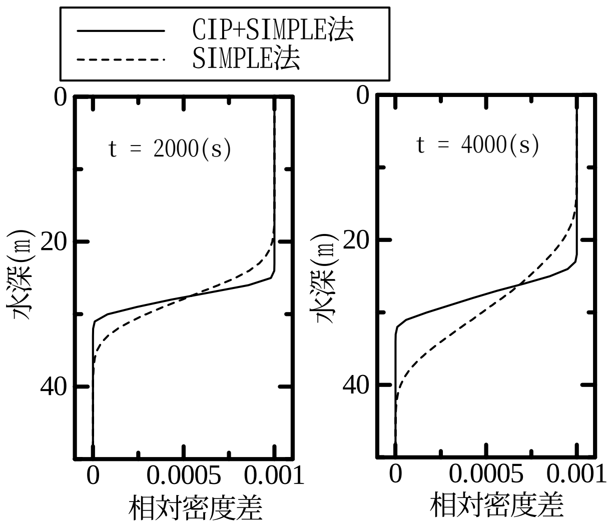

図-2　内部セイシュの計算結果における相対密度差の鉛直分布（水平距離の中央地点）

の影響はほとんどない．

(2)水面セイシュの解析特性

つぎに，水面のセイシュについて，本論文のモデルでの再現性を確認した．計算対象領域は，前節の検討と同様の矩形領域を設定した．ただし，今回は前節と逆に，密度差を考慮せず，一様の密度として解析を行っている．

計算結果を**図-3** に示す．左上に初期条件となる水面形を示している．波高を 0.01m としたコサインカーブであ

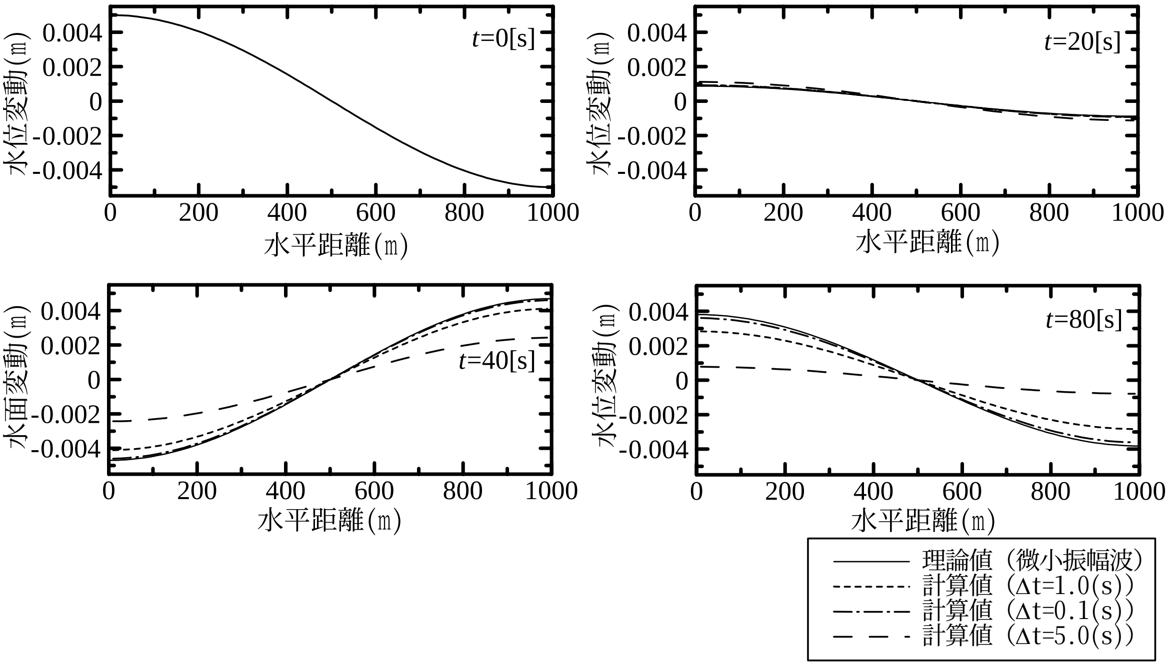

図-3　水面セイシュの計算結果（異なる時間ステップによる比較）

る．水深が 50mであるので，周期は約 90 秒で，位相速度が約 22m/s のセイシュが発生する条件である．水平格子間隔Δx を 20mにとってあるので，CFL 条件からは計算時間間隔Δt を約 0.9 秒以下とする必要がある．一方，図-3 では，Δt を 0.1 秒，1.0 秒，5.0 秒と 3 通りの計算結果を示している．Δt が大きくなるにつれて，減衰が大きくなっているものの，周期にズレはほとんどなく，セイシュとしての波形は表現できていると言える．この状況をより明確に示したのが，**図-4** である．これは，側壁近傍における水位変動の時系列を示したものである．計算時間間隔を小さく取ることでセイシュの周期と振幅とが良好に再現できていることが分かる．Δt を大きく取った場合は時間的に減衰するものの，逆に言えば，CFL 条件を超えるような時間間隔を取っても，安定的に計算が行われていることになる．これは，SIMPLE 法の圧力補正の中に水面変動のスキームを組み込んだことによるメリットであると考えられる．

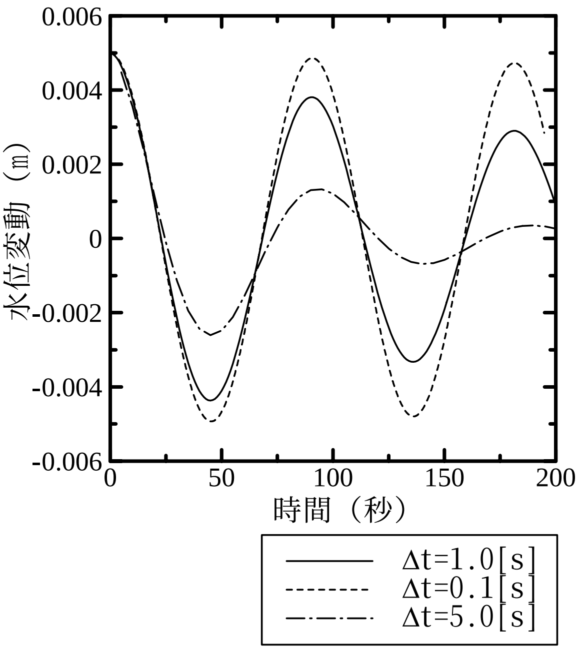

図-4　計算時間間隔Δt の大小によるセイシュ振幅の時間変動. 水位の抽出地点は x=10m（側壁近傍）に対応.

(3)圧力補正式の収束性

実用上は，解析モデルの計算負荷の点も欠かせない視点である．精度の良いモデルであっても計算効率が悪いようでは，必要な検討事項を十分にこなせないことになってしまうため, 利用されにくいということがあり得る．そこで，本論文で検討した CIP 法と SIMPLE 法の組合せ手法と従来の SIMPLE 法とで，計算効率を比較した．

一般に流体計算では，圧力項の収束にもっとも計算負荷がかかっている．そこで，圧力補正の反復計算回数について, 両手法で比較したものが**図-5** である. この図は, 第 1 節で示した内部セイシュの計算での圧力補正における反復計算の回数を時系列的に示している．図-5 の横軸は，概ね内部セイシュの周期（約 4000 秒）に余裕を取った時間範囲で示した．また，計算時間ステップ毎に回数の変動が大きいので, 前後 20 ステップずつの移動平均を施している．ここで，反復計算の打ち切り条件として，圧力補正の際の流速の修正量が 0.1%以下であることとした．

この結果によると，CIP 法と SIMPLE 法の組合せの方が，平均的に少ない反復回数で収束していることが分か

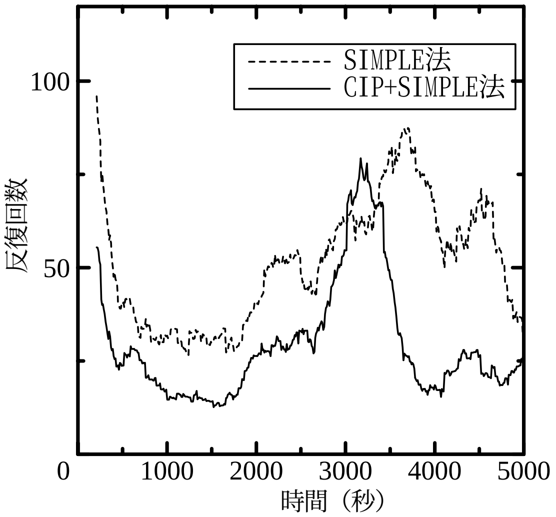

図-5　内部セイシュの計算における，圧力補正の反復計算回数の比較

る．また，CIP 法を組み合わせた場合，第 2 章で述べたように時分割を行っているので，反復計算は圧力項のみである．それに対して通常の SIMPLE 法では，流速及び相対密度差の輸送式も含めて反復計算を行っている．したがって，実際の計算負荷の差としては，**図-5** に現れたもの以上であると考えられる．実際，参考までに筆者らの動作環境（Pentium IV の Windows PC）で，内部セイシュの 1 周期(4000 秒)について計算時間を計ったところ，本論文の手法（CIP＋SIMPLE 法）が約 9 秒であるのに対し，通常の SIMPLE 法が約 25 秒であった.

4．おわりに

本研究では，貯水池の流動・水質解析シミュレーションに対する実務モデルの高度化を目的として，解析モデルの基礎的な検討を実施した.

本論文で作成したモデルは，従来，非静水圧の解析に比較的よく用いられてきた SIMPLE 法と数値拡散が小さい高精度な解析手法として近年注目されている CIP 法とを組み合わせたものである．さらに，貯水池という解析対象の特性を考慮し，近似的な自由水面の解析コードを組み合わせた．この自由水面解析は，静水圧分布の近似を平均水面からの偏差の分に当てはめ，SIMPLE 法の圧力補正に組み込んだものである．したがって，セイシュのような微少振幅波近似が成り立つような条件であることが適用前提となるものの，SIMPLE 法の陰的な解析との組合せであることから，安定的に水面変動を考慮することができるという特長が得られることとなった. また，CIP 法と時分割の手法を取り入れたことで，通常の SIMPLE 法に比較して，計算負荷が軽減される傾向が見られた.

本論文では，基礎的な検討として，もっとも単純な解析対象を選定し, 解析コードの特性や妥当性を把握した．今後は，実用化を図るための検討が必要である．現在考えている方向性は，まず実務上の検討課題に対して実用的なモデル開発がほとんど為されていない三次元化を行うことである．その他の対応事項としては，現実の貯水池形状や流入・放流条件に対応した境界条件を設定することや乱流モデルの導入などを考えている.

参考文献

1) 梅田　信, 池上　迅, 石川忠晴, 富岡誠司：ダム貯水池における洪水時濁水挙動に関する数値解析, 水工学論文集, Vol.48, pp.1363-1368，2004.
2) 櫻井寿之，柏井条介：貯水池流動鉛直2次元モデルにおけるモデルレベルによる計算結果の比較，ダム工学，Vol.15(2)，pp.106-119，2005.
3) 堀田哲夫，東海林光，山下芳浩，陳飛勇，伊藤英夫，選択取水設備の取水性能と水質への影響に関する一考察, ダム工学, Vol.15(1)，pp.28-36，2005.
4) 梅田　信，横山勝英，石川忠晴，銭　新，高橋迪夫：七ヶ宿貯水池における濁質の流入・流動・堆積過程に関する観測と数値シミュレーション，土木学会論文集，No.656 / II-52，pp.255-268，2000.
5) 米山　望，井上素行：三次元数値解析による揚水発電所貯水池内水温・濁質挙動の予測手法，土木学会論文集, No.684 / II-56, pp.127-140，2001.
6) 梅田　信：曝気循環を考慮した貯水池内流動に関する数値解析モデルの構築と検証，水工学論文集，Vol.49，pp.1165-1170，2005
7) 梅田　信，鶴田泰士：ダム湖水質シミュレーションの精度評価指標に関する研究，水工学論文集，第47巻，pp.1225-1230，2003.
8) Yabe, T. and Aoki, T.: A universal solver for hyperbolic equations by cubic-polynomial interpolation, Comp. Phys. Commun., Vol.66, pp.219-232, 1991.
9) Patankar, S. V.: Numerical heat transfer and fluid flow, McGraw-Hill, New York, 1980.
10) 荒川忠一：数値流体工学，東京大学出版会，1994.
11) 銭　新，石川忠晴，西部隆宏：霞ヶ浦高浜入りにおける日成層形成時の湾水交換の数値シミュレーション，海岸工学論文集，Vol.44，pp.1051-1053，1997.
12) Xiao, F., Yabe, T. and Ito, T. : Constructing Oscillation Preventing Scheme for Advection Equation by Rational Function., Comput. Phys. Commun. Vol. 93, pp. 1- 12, 1996.
13) Yabe, T. and Wang, P. Y.: Unified numerical procedure for compressible and incompressible fluid, J. Phys. Soc. Japan, Vol.60 No.7, pp.2105-2108, 1991.
14) 福岡捷二，福嶋祐介，中村健一：2次元貯水池密度流の潜り込み水深と界面形状, 土木学会論文報告集, 第302号, pp55-65, 1980.

(2005.9.30 受付)