山地小流域の濁度と濁度発生量に関する数値解析

NUMERICAL ANALYSIS OF TURBIDITY AND ITS OCCURANCE IN SMALL MOUNTAINOUS BASIN

山梨光訓¹・佐渡公明² Mitsunori YAMANASHI and Kimiteru SADO

¹正会員 農修 専修大学北海道短期大学教授 環境システム科 (〒079-0197 北海道美唄市美唄1610-1) ²正会員 工博 北見工業大学教授 工学部土木開発工学科 (〒090-8507 北海道北見市公園町165)

It is well known that turbidity increases during snowmelt season and storm rainfall of summer season in river flow. Although the reason for the highest degree level of turbidity during snowmelt season is not clear. M.Yamanashi et al. (1995) suggested that the high degree level of turbidity during snowmelt season depends on surface flow on a mountainous basin and the turbidity during summer season is mainly caused by a shearing force between river bed and river flow. There is a possibility to analyze runoff mechanism through the observation of turbidity according his suggestion. The maximum snowmelt which is equivalent to rainfall intensity is about 3 to 4 mm/hr. On the other hand, such rainfall intensity, 3 to 4 mm/hr during summer season does not cause so high turbidity in river flow.

This paper studies the mechanisms of the turbidity increase in mountainous river flow through field observations and theoretical analysis. The conditions of turbidity variation by using turbidity occurrence and also inverse estimation method of turbidity occurrence are clarified under the assumption that soil-water content plays an important role.

Key Words: turbidity variation, runoff component, small mountainous basin, snowmelt runoff unsaturated flow, diffusion equation, inverse estimation.

1. まえがき

融雪時期や夏季の強雨時に河川水の濁度が増加することはよく知られている.北海道の融雪期における融雪強度は3~4mm/hrである.夏季の降雨時に3~4mm/hr程度の降雨強度では河川水の濁度の増加が起こり得ない.この成因については、必ずしも理論的に明らかではない.濁度の増加が流域斜面の表層流出成分と良い関係のあること^{1),2)}から、著者らは流域土壌の湿潤度が河川濁度の増加に大きな影響を及ぼすものと考えて河川流出量と濁度の変化を試験流域において調査し、理論的解析との対応を検討している.この論文では土壌水分が重要な役割を果たすものとして、流出現象には不飽和浸透理論を、濁度の発生機構には移流拡散の方程式を使って、融雪期と夏季の流出成分である表面流が引き起こす濁度発生の条件を明らかにしていく.

河川の流出に伴う水質の変化に関する研究には流域を 単一斜面として降雨流出時に土壌内汚濁物質の巻き上げ や析出現象を考慮した水質ハイドログラフの特性につい て報告^{3,4)}がある.また,河川流出時の掃流土砂が流量 と相関が高いことは知られているが,wash loadの発生 の過程を考慮して,損失雨量を考慮した不飽和浸透方程 式を用いて,濁度の発生項を拡散方程式で表現した説明 はみあたらない.特に,濁度発生項はどのような水理量 の関数となるか興味のあるところである.本論文では, 流出場を斜面(支川)と河道(本川)に分離しないで矩形の 単一斜面に集中化し,斜面上の模擬水路の合成により任 意河道地点の流量を再現した.次に流出時濁度の濃度フ ラックスを拡散方程式で表現し,濁度時系列変化と濁度 発生量の逆推定を検討した.本研究で用いる「濁度」は 濁りを示す尺度として流出時の河川水に混入する物質の 量を与えるものとし,連続的な水文観測可能な散乱光方 式の濁度計を用いて計測した.

2. 上中の沢流域の濁度の特徴^{1),2)}

(1) 上中の沢流域の概要

調査対象とした流域は図-1に示すような小流域で北海 道美唄市の丘陵性の山地にある.河道は東から西へ伸び て流路延長が約1kmある.流域は重粘土性の洪積丘陵で 雑木林に覆われ、下植生には笹が多い2斜面で構成され ている.冬季は積雪が1~2mほどある.積雪期間は12月 中旬から4月中旬まで5ヶ月間ほどである.

試験流域は美唄の専修大学構内に位置し、図-1に示す ように南北に向かう斜面をもつ西に開いた谷を持ってい る.図のA, B地点における流域面積はそれぞれ 0.148km², 0.0486km²になっている.A, B両地点とも濁 度,水位,水温を観測し,地点Bでは気温を,流域の外 側に位置するが地点Cでは降水量を観測している. A地 点の流量は0.0001~0.15m³/s, 濁度は0~150ppmである.

(2) 上中の沢流域の濁度の特徴

河川水の濁度増加の原因は次の2つに大別できる.

wash load, 浮遊砂などの微細な土粒子の増加,
 河川水の溶解物質の増加である.

美唄地方の山地部は重粘土層が発達しており,試験地に おける現地観測の結果からも1)の原因が卓越している ようである.河川水を採取して分析した結果では粘土, シルト分が浮遊砂の主たる成分であった.これらの微細

土粒子の供給源としては(1)河道内(河床の堆積物の 巻き上げ,側岸の浸食)(2)河道外の2カ所が考えら れる.仮に河道外からの土砂供給が濁度増加の原因に なっているならば,融雪時あるいは降雨時,表面流が発 生していることが考えられる.



図-1 上中の沢流域

3. 不飽和浸透流の貯留型モデルと拡散方程式の 変数分離による濁度の数値解析

(1) 不飽和浸透流の貯留型モデル^{5), 6)}

2次元不飽和浸透流方程式を地表面に垂直方向に積分 し損失を考慮することにより、途中の計算を省くが、最 終的に次のkinematic wave型の式が得られる.

$$\frac{\frac{\beta_{1}-1}{\beta_{1}}g_{s}^{*}}{\left(k_{s1}\sin\alpha\right)^{\frac{1}{\beta_{1}}}}\frac{\partial q^{\frac{1}{\beta_{1}}}}{\partial t}+\frac{\partial q}{\partial x}=r\cos\alpha-P$$
 (1)

ここに、 d_1 :第1層の土層厚、 β_1 :第1層の体積含水率 と不飽和透水係数の関係を表す定数、 g_s^* :飽和体積含水 率-気乾体積含水率、t:時間、x:流下距離、 k_{s1} :第 1層の飽和透水係数、 α :斜面勾配、q:単位幅当りの流 量、r:降水量、P:損失高、である.

八田ら^{5,6}は、計算が簡単で、有降雨量を推定することなく観測雨量を直接利用できるようにするために式 (1)を変形し、次の損失を考慮した貯留型流出モデルを 提案している.

$$\frac{dS}{dt} = r - Q - P \tag{2}$$

$$S = K_1 Q^{p_1}$$

$$P = \begin{cases} K_2 Q^{p_2} & L \le X_0 \\ K_3 (1 - K_4 Q^{-1}) & L > X_0 \end{cases}$$

ここに、S:貯留高、Q:流出高、P:損失高、L:斜面長、 $p_1 = 1/\beta_1, p_2 = \beta_2/\beta_1$ 、その他のパラメータ K_1, K_2, K_3, K_4, X_0 は**表**-1の地形、土壌特性値および流出高か ら得られる.式(2)をQ に関する常微分方程式に変形す ると次式が得られる.

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{r - Q - P}{K_1 p_1 Q^{p_1 - 1}}$$
(3)

(2) 拡散方程式の変数分離による濁度計算法

斜面流の損失高を考慮したkinematic wave式は,

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = r \cos \alpha - P \tag{4}$$

$$q = bh^n \tag{5}$$

ここに, *h* は水深である. *b*, *n* は流域の流出特性を表 すパラメータで, 不飽和浸透流1次元式(1)と比較して 次のように表される.

$$n = \beta_1 \tag{6}$$

$$b = \frac{k_{s1} \sin \alpha}{d^{\beta_1 - 1} \mathcal{G}_c^{*\beta_1}} \tag{7}$$

斜面流の単位面積・単位時間当たりに河床巻上げや側岸 からの側方侵食による濁度物質の発生量を H_b ($M_{-2}T^1$)と すると、この濁度物質の1次元の質量保存則は次のよう に表される.

$$\frac{\partial(hc)}{\partial t} + \frac{\partial(qc)}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} (D_t \frac{\partial(hc)}{\partial x}) + H_b$$
(8)

ここに, c は濁度, D_t は乱流拡散係数である.式(8) に式(4)を代入し, D_t を一定と仮定すると次式が得られる.

$$\frac{\partial c}{\partial t} + U \frac{\partial c}{\partial x} = D_t \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \frac{H_b}{h} - \frac{c}{h} (r \cos \alpha - P)$$
(9)

ここに、U は平均流速である.式(9)の右辺第2項目 が濁度発生項、第3項目が降雨による濁度希釈項及び損 失高による濁度濃縮項を表す.この2項の和を H_T とし、 cの1次式に整理すると、 $\partial H_b/\partial c = 0$ のとき

$$H_T = \frac{r\cos\alpha - P}{h} \left(\frac{H_b}{r\cos\alpha - P} - c\right) \equiv k(c^* - c) \qquad (10)$$

となり、ここにk は濁度希釈係数、 c^* は平衡濁度である. 佐渡⁷⁾は、 D_t が小さく $U^2/4D_t$ がk より非常に大きい とき、 D_t の影響を無視できることを示している.この とき、式(9)は次の押し出し流れとなる.

$$\frac{\partial c}{\partial t} + U\frac{\partial c}{\partial x} = \frac{H_b}{h} - \frac{c}{h}(r\cos\alpha - P)$$
(1 la)

$$\frac{\partial c}{\partial t} + U \frac{\partial c}{\partial x} = k(c^* - c) \tag{11b}$$

式(11b)において、濁度cは(x,t)平面の特性曲線上で Δt ごとに異なる c^* に向かって漸近していき、 c^* は時々 刻々の平衡濁度を表す.式(11a)を数値解析するに当た り、呉ら^{3,4}と同様に次の変数分離を仮定し、より扱い やすい常微分方程式に変形する.

$$q(x,t) = xQ(t) \tag{12}$$

$$c(x,t) = xc_*(t) + c_0$$
 (13)

ここに、Q(t) は流出高、 $c_*(t)$ は時間のみの関数で表される濁度、 c_0 は上流端濁度である.式(12)、(13)を式(11a)に代入し、式(6)、(7)を考慮し、斜面下流端のx = Lを代入すると最終的に次式が得られる.

$$\frac{dc_*(t)}{dt} =$$

$$K_0^{\frac{1}{\beta_1}} \left[\frac{1}{L} \{ H_b - c_0 (r \cos \alpha - P) \} - (Q + r \cos \alpha - P) c_* \right] (14)$$

$$K_0^{-1} = \frac{k_{s1} \sin \alpha}{d^{\beta_1 - 1} \mathcal{G}_s^{*\beta_1} LQ}$$

初期条件は、全区間の初期濃度を c_0 として、 $c_*(0) = 0$ である. H_b に適当な関数形を与えることにより、3.(1)の式(3)と式(14)の連立1階常微分方程式を数値解析し、x = Lの流出高と濁度が得られる.

(3) 濁度の数値計算例

a) 濁度発生項の表現

数値計算に用いた流域特性値を表-1のシミュレーショ ンの欄に示す. 濁度発生量 H_b として, どのような水理量, 濁度の関数形を与えるか,また H_b を出水時のどの時間帯 に作用させるかによって濁度の時系列変化は大きく影響 される. Wash loadの予測には流量の2乗にほぼ比例す ると言う関係式が使われている⁸⁾.これを参考に,濁度 発生量の大きさとして,

$$H_b = \alpha_1 Q^{n_1}, (\alpha_1 = 1, 10, 100, 1000, n_1 = 1, 2, 3)$$
 (15)

の組み合わせを与えた. 濁度発生時間帯としては, 図-2 の三角形降雨に対する出水期間中に対し次の4 Caseを考 えた.

Case1=出水開始(降雨開始の0時に等しいとする)~ 増水時流出高1mm/hr,(継続時間3.95hr) Case2=増水時流出高1mm/hr~1時間経過,(継続時間1hr) Case3=流出高2mm/hr以上,(継続時間10.9hr) Case4=出水開始~出水終了,(継続時間48hr)

単独の降雨・流出計算で得られるハイドログラフと,

表-1 計算に用いた流域特性値

		シミュレーション	上中の沢流域
地			
形	a(rad)	0.5	0.4
特	L(m)	40	69
性	d(m)	0.5	0.5
値			
	$a(cm^{-1})$	0.02	0.018
±	п	2.0	1.4
壌	$\mathcal{G}_{s} - \mathcal{G}_{r}$	0.3	0.22
特	$k_{s1}(\times 10^{-3}cm/s)$	5.0	10.0
性	$\beta_{_1}$	5.0	5.0
値	$k_{s2}(\times 10^{-5} cm / s)$	1.0	1.79
	β_{2}	3.0	2.0



図-2 流出・濁度計算のためのハイエトグラフと 得られたハイドログラフ

流出量と濁度を連立させて計算して得られるハイドロ グラフは同一である.

b) 数値計算結果と濁度変化型

流出計算の初期条件としては、全層湿潤後に無降雨で 48時間自然排水を行った状態を用い、図-1に示す三角形 降雨を与えた. ルンゲ クッタ ジル法により式(3),(14) を差分法で解いて得られた結果の一部を図-2,表-2,図-3,4に示す. 濁度発生量が急変する場合、時間の差分間 隔を0.1hrにすると解が異常値になることがあり, 0.05hrとして計算した. 図-2は得られたハイドログラフ である.表-2は濁度発生条件による濁度の時系列変化型 と濁度負荷量・流出高関係をまとめたものである. 濁度 変化型は、図-3(縦軸の濁度は初期値 c₀で割った無次元 数)に示すとおり、次の5種類にまとめた.

- I:流量希釈型(H_bが弱く降雨により濁度が c₀以下に 希釈)
- II:流量希釈・初期高濃度型(最初降雨希釈が強く, その後,短時間のH_bによりT_p以前に濁度ピーク が出現し以後濁度は減少する)
- $III: 初期高濃度型 (0 \le t < T_n に作用する初期のH_b が)$

強く最初から濁度が増加し, T_p前に濁度ピーク が現れそれ以後濁度は減少する)

- IV:流量希釈・後期高濃度型(最初降雨希釈が強く, その後,長時間作用するH_bが効いて流量ピーク 時刻(T_p)以後の濁度はc₀以上に増加)
- V:後期高濃度型(全出水期間に作用するH,が強いため、濁度は全期間増加しT,以後に濁度ピークがくる)

呉ら^{3),4}の濁度変化型は I, III, IV, Vの4種類であるが, ここではCase2の I で H_b を増やすと現れる II も加えて5 種類に分類した. II 型はまた, Case3, 4のIVにおいて濁 度発生時間を短くすると現れる. **表**-2より, 全期間濁度 発生のあるCase4を除いて, 濁度発生量が小さいと I 流量希釈型であるが、100²、1000²と濁度発生量が増加 するとⅠ以外のⅡ、Ⅲ、Ⅳ型へ移行している. さらに、 濁度発生時間を*T_p*以前に限定するとⅡ、Ⅲの初期型が出 現していることが分かる.

図-4は濁度負荷量と流出高のヒステリシスループを表している.縦軸の濁度負荷量は、本来の濁度フラックス

$$c(L,t)q(L,t)$$
を c_0L で割った $(L\frac{c_*(t)}{c_0}+1)Q(t)$ (mm/hr)

を用いて表している. 濁度度ピークが T_p 以後にくる後 期型(IV, V)は, 濁度フラックスのピークも T_p 以後とな り,反時計方向の2価性を示している. 他方,初期型 (II, III)は, 濁度フラックスのピークが T_p と一致し時計 方向の履歴を示している. 流量希釈型 I は**図**-4では時計 方向であるが,他の計算例を見ると時計方向,反時計方 向の両方が現れている.



図-3 濁度発生条件による濁度変化型(凡例の①-⑤は表-2の番号に対応する)



図-4 濁度負荷量と流出高のヒステリシスループ (ループの開始点Sは①~⑤の全てで同じ, 凡例の①-⑤は表-2の番号に対応する)

表2	濁度発生条件によ	る濁度変化と濁度負荷量・	流出高関係の種類
----	----------	--------------	----------

		濁 度 発 生	時間	
濁 度	Case 1	Case 2	Case 3	Case 4
発生量	出水開始−増水時1mm/hr	増水時1mm/hr−1時間経過	流出高 2mm/hr以上	出水開 始 - 終 了
Q	I 時計方向 ①	I 時計方向	I 反時計方向	Ⅳ 反時計方向
Q ²	I 時計方向	I 時計方向	Ⅳ 反時計方向	Ⅳ 反時計方向
Q ³	I 時計方向	I 時計方向	Ⅳ 反時計方向	Ⅳ 反時計方向
10Q ²	I 時計方向	I 時計方向	Ⅳ 反時計方向	Ⅳ 反時計方向
10 ² Q ²	Ⅲ 時計方向 ③	Ⅱ 時計方向 ②	Ⅳ 反時計方向 ④	Ⅴ 反時計方向 ⑤
$10^{3}Q^{2}$	Ⅲ 時計方向	Ⅱ 時計方向	Ⅳ 反時計方向	Ⅴ 反時計方向

I:流量希釈型、II:流量希釈・初期高濃度型、II:初期高濃度型、IV:流量希釈・後期高濃度型、V:後期高濃度型

4. 濁度発生量の逆推定

(1) 濁度発生量の逆推定法と数値計算例

濁度計算の常微分方程式(14)から式(13)を考慮してH_bを求めると次式が得られる.

$$\hat{H}_{b} = K_{0}^{-\frac{1}{\beta_{1}}} \frac{dc(L,t)}{dt} + Q\{c(L,t) - c_{0}\} + (r\cos\alpha - P)c(L,t)$$
(16)

これが濁度発生量の逆推定式である.単一河道において, 観測地点の降雨量,流出高,濁度の時系列データがあれ ば上流側の濁度発生量の逆推定ができる.

3. (3) において、濁度発生量 H_b として式(15)の流 出高の関数を与えて、図-2の三角形降雨のもとに、式 (3)、(14)を解いて流出高と濁度を求めた.ここでは、逆 に得られた濁度と流出高及び図-2の三角形降雨を与えて、 式(16)より H_b を逆推定する.逆推定の結果 H_b が式(15) に一致すれば、逆推定は正常に行われたことになる.得 られた逆推定の結果を表-3 に示す.

表中のmは Δ t=0.05hr間隔で求めた H_b の個数である.1 列目の濁度発生量(H_b)が濁度計算のために当初与えた流 出高を用いた式であり、2列目以降に各Case毎に逆推定 した流出高の式、 H_b の当初の値と逆推定値の相関係数r を載せている.推定されたのQの関数形は当初の H_b の関 数形とよく一致しており、相関係数もmの増加と共にほ ぼ1に近くなっている.このことは、式(16)による H_b の 逆推定結果が正しく行われていることを示している.

(2)上中の沢流域への適用

これまで行ってきた濁度発生量の逆推定を上中の沢流 域に適用してみる.用いた流域特性値は表-1のとおりで ある.計算期間は図-5に示す1994.9/19.0:00~9/27 24:00の9日間で3回の降雨があった.このときのハイド ログラフは図-5のとおりで,また実測の濁度変化は図-6 の青線である.

式(16)を用いてΔt=lhrで逆推定した濁度発生量は, 図-6の赤線である.3回の降雨イベントに対し,-100~ 200(mm/hr)の範囲を激しく変動しており,無降雨時には ほぼ0付近を上下している.濁度変化は濁度発生量より 平滑で,ピークも遅れて出現している.しかし,1時間 当りの濁度差分の変化(緑色)は,濁度発生量と非常に良 く似た変化を示していることが分かる. 図-7~10に濁度発生量逆推定値と濁度差分,降水量, 流出高,及び濁度との相関図,回帰直線式,相関係数を 示す.濁度差分との相関は相関係数が0.965と非常に良 く,降水量や流出高とはほとんど相関がなく,濁度とは 無相関である.濁度発生量が濁度差分と相関のあること は式(16)から予想されたことであるが,流出高や降水量 との相関が低いことの原因は今のところ不明である.今 後,実測例を多数調べる必要がある.



図-5 濁度発生量逆推定のためのハイエト・ハイドログラフ (図-1のB地点, 1994.9/19 0:00~9/27 24:00)



表-3 濁度発生量の逆推定結果

	濁 度	発 生	時間	
濁度	Case1, m=79	Case2, m=20	Case3, m=218	Case4, m=960
発生量(Hb)	出水開始−増水時1mm/hr	増水時1mm/hr-1時間経過	流出高 2mm/hr以上	出水開 始 - 終 了
Q	-0.08894+ 1.071Q, r=0.9950	0.1126 + 0.9038Q, r=0.9491	-0.03171 + 1.019Q, r=0.9982	-0.02043 + 1.016Q, r=0.9997
Q ²	-0.06866+ 1.062Q ² , r=0.9965	0.1028 + 0.9420Q ² , r=0.9809	-0.005587+ 1.003Q ² , r=0.9998	-0.008638+ 1.004Q ² , r=0.9999
Q^3	-0.06145+ 1.065Q ³ , r=0.9964	0.1224 + 0.9599Q ³ , r=0.9876	-0.005117+ 1.000Q ³ , r=0.9999	-0.004317+ 1.001Q ³ , r=1.000
10Q ²	-0.02981+ 10.01Q ² , r=0.9968	1.272 + 9.318Q ² , r=0.9806	-0.02088 +10.00Q ² , r=0.9999	-0.006769+10.00Q ² , r=1.000
10 ² Q ²	0.3588 + 99.44Q ² , r=0.9968	12.97 + 93.08Q ² , r=0.9806	-0.1805 +100.0Q ² , r=0.9999	0.01205 + 99.99Q ² , r=1.000
$10^{3}Q^{2}$	4.244 +993.8Q ² , r=0.9968	129.9 +930.7Q ² , r=0.9806	-1.670 + 999.9Q ² , r=0.9999	0.02026 +999.9Q ² , r=1.000

5. 結論

本研究で得られた結果をまとめると次のようになる.

- 山地小流域の濁度解析のために、不飽和浸透流の損 失を考慮した貯留型流出モデルと、拡散方程式の拡 散項の省略と変数分離による近似式を連立常微分方 程式として数値解析する方法を提案した.
- 2) 濁度発生量を流出高のべき乗の関数で表し、作用時間帯を種々変えることにより、濁度時系列変化の5種類及び濁度負荷量と流出高との時計方向、反時計方向のヒステリシスを再現できた。
- 3) 濁度発生量の逆推定法を導き、シミュレーション計算により精度の良い方法であることを確認した。
- 4)上中の沢流域で求めた逆推定法による濁度発生量は、 濁度差分と非常に良い相関を示すが、降水量や流出 高との相関は悪い。

参考文献

 水戸 聡,山梨光訓,藤田睦博,清水康行:小流域における濁 度物質の流出機構,土木学会北海道支部論文報告集, 第51号(B), Ⅱ-22, pp. 88-91, 1995.

- 2) 山梨光訓,藤田睦博,清水康行,田中 敦:斜面流出成分からみ た濁度変化,土木学会北海道支部論文報告集,第52号(B), Ⅱ-29, pp. 130-133, 1996.
- 3) 呉 修一,山田 正:単一斜面における水質ハイドログラフ形 成過程に関する研究,水工学論文集,48巻,pp.55-60,2004.
- 4) 呉 修一,北村知里,江花亮,山田 正:小流域における水質ハ イドログラフの形成過程に関する研究,水工学論文集,49 巻,pp. 157-162,2005.
- 5) 八田茂美,藤田睦博,山梨光訓:不飽和浸透理論とタンクモ デルを用いた損失機構に関する研究,水工学論文集,41 巻,pp.25-30,1997.
- 6) 八田茂美,藤田睦博,山梨光訓:損失を考慮した不飽和浸透 理論の集中化,土木学会論文, No. 600, Ⅱ-44, pp. 11-21, 1998.
- 7) 佐渡公明:平衡温度による河川水温の1次元解析,土木学会 論文報告集,第333号, pp. 119–127, 1983.
- 8) 土木学会:水理公式集(平成11年度版),第2編河川 編, p. 171, 2000.

(2005.9.30受付)



図-7 濁度発生量と濁度差分(1hr当り)との相関図







図-9 濁度発生量と流出高との相関図



