

3次元多相場の数値解法を用いた 越流による透水堰の破壊過程の数値計算

NUMERICAL PREDICTION FOR COLLAPSE OF PERMEABLE DAM
DUE TO OVERFLOWS WITH 3D MULTIPHASE-FLOW SOLVER (3D MICS)

牛島 省¹・福谷 彰²・吉川 教正³・禰津 家久⁴

Satoru USHIJIMA, Akira FUKUTANI, Norimasa YOSHIKAWA and Iehisa NEZU

¹ 正会員 工博 京都大学大学院助教授 社会基盤工学専攻 (〒 606-8501 京都市左京区吉田本町)

² 学生会員 京都大学大学院 社会基盤工学専攻 修士課程 (〒 606-8501 京都市左京区吉田本町)

³ 学生会員 京都大学工学部 地球工学科 (〒 606-8501 京都市左京区吉田本町)

⁴ フェロー会員 工博 京都大学大学院教授 社会基盤工学専攻 (〒 606-8501 京都市左京区吉田本町)

The collapse of a permeable dam mainly due to overflows has been investigated with experiments and numerical studies. In order to numerically predict this process, the treatment of fluid forces acting on permeable materials is essentially important. In contrast to the previous numerical methods, 3D MICS, a computational method for incompressible multiphase fields, allows us to deal with the movement of solid bodies included in free-surface flows without any empirical formulations, such as a resistance coefficient, C_d . The validity of 3D MICS is discussed through the comparison with the experimental results.

KeyWords : permeable structure, collapse, overflow, multiphase flow, fluid force, MICS

1. はじめに

大粒径の砂礫や自然石, またブロック等を材料として構成された透水性のある水制や護岸, 堰, 護床工などの水理特性に関する検討が近年進められており, これらの多孔質構造物周辺の流れやその安定性を評価するための計算モデルや数値解法が提案されている。

自然石を用いた堰, あるいは捨石堰周辺の流況に関しては, 多孔質堰の抵抗を抗力係数 C_d を用いてモデル化し, 自由水面を VOF 法を用いて表現する方法が報告されており¹⁾, 同様の堰の破壊過程を 2次元個別要素法により再現する手法が示されている²⁾。また, 流れに直角方向に設置された捨石水制に関する実験と平面 2次元計算が行われ³⁾, 多孔質構造物から流れへ作用する流体力が, 透水性に関する係数などのモデル係数を用いて評価されている。さらに, 河床洗掘を防止するための護床ブロック工に関しては, ブロック群に作用する流体力に関して抗力係数 C_d のモデルが提案され, これを用いた数値計算が行われている⁴⁾。

これらの数値解析手法に対しては, 実験結果を用いた詳細な検証が行われており, 実際の水理構造物の設計や機能の評価に役立つものと考えられる。しかし, 解法を厳密に見たとき, 透水性構造物を対象とする流動現象を扱う際に最も重要な効果の一つである多孔質体に対する流体力の評価, あるいは流体が多孔質体が

ら受ける抗力の取り扱いに, 力学作用に関する仮定や抗力係数に代表される経験定数を含んだモデルが用いられており, この点に対する検討の余地があると考えられる。もちろん, 実際の河川における透水性構造物は多様な形状を持つ自然石が用いられるなど, 非常に複雑な多孔質体となっていることから, 何らかの仮定や近似を用いずに流体力を算定することは容易ではないが, それらをなるべく含まない, より一般性のあるモデルが求められることは明らかである。

著者らは, 大スケールの球体を離散的に初期配置した場合に, これらが波動流れによって輸送される問題に 3次元多相場の解法 (3D MICS) を適用し, 実験結果を用いた検証を行った^{5),6)}。MICS では, 固気液多相場全体の流体計算を行い⁷⁾, その結果から物体に作用する流体力を求めるので, 抗力係数などの経験則が不要であるという利点がある。本報では, 既報^{5),6)}と異なり, 球体が初期状態で互いに接触する密な配置であり, 球体間の浸透流や越流が発生する透水堰に MICS を適用する。このために, ガラス球を積み上げて作成した単純な構造の堰に対する水理実験を行い, 解法の検証を行う。なお, 本報で対象とする堰の破壊の要因としては, 実際の透水堰で重要とされる浸透流²⁾よりも越流が支配的であると考えられ, その意味では, 本報の目的は実用的な評価法の開発というよりは, むしろ解法の基本特性の検証に重点を置いている。

2. 数値解析手法

(1) 基礎方程式と流体計算法

MICS では、計算領域内に含まれる空気や水、また大きさが無視できない物体などの固気液多相場は、最初に密度や粘性などの物性値が異なる非圧縮流体として扱われ、全体に非圧縮性流体計算法が適用される。次にその結果を用いて、物体に作用する流体力を求め、物体間の接触力は個別要素法モデル⁸⁾で評価して物体の運動を計算する。

非圧縮性流体計算法を適用する段階の解析モデル⁵⁾は、Euler 格子状における一流体モデル⁹⁾と同様であり、基礎式は Euler 表記および Lagrange 表記された質量保存則と運動方程式から構成される。

混合体に対する Euler 表記された質量保存則と、これに Lagrange 表記された質量保存則を用いて導かれる非圧縮条件はそれぞれ以下のように表される。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \quad (2)$$

ここで、 ρ は計算セル内における各流体の体積平均された密度、 u_j は質量平均された x_j 方向の流速成分である。また、運動方程式としては、次の保存形の関係式が用いられる⁵⁾。

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(u_i u_j) &= f_i + f_{s,i} \\ -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\frac{\partial}{\partial x_j}(\mu u_i) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\mu u_j) \right] & \end{aligned} \quad (3)$$

ここに、 f_i と $f_{s,i}$ はそれぞれ外力と表面張力に起因する加速度成分、 p と μ はそれぞれ体積平均された圧力と粘性率である。

以上の基礎方程式は、コロケート格子を用いる非圧縮性流体計算法¹⁰⁾に従って離散化され、数値解が求められる。気液界面は、式(1)を有限体積法により離散化して、保存形の高次スキームを用いることにより求められる。なお、本報では計算モデル中に表面張力は考慮されていない。

(2) 計算セルへの物性値の設定

上記のように、流体の密度と粘性率は、計算セル内に占める各相の物性値の体積平均として表現される。これらの物性値を一般に ψ と表すとき、計算セル内の

体積平均値は次式で定められる。

$$\begin{aligned} \psi &= (1-f)\psi_g + \left(f - \sum_{P_k \in C} \alpha_k \right) \psi_l \\ &+ \sum_{P_k \in C} \alpha_k \psi_{pk} \end{aligned} \quad (4)$$

ここに、 ψ_g および ψ_l は、それぞれ気相および液相の物性値であり、 ψ_{pk} は物体 P_k の物性値を表す。 f は液相と固相がセル内に占める体積割合、 α_k は計算セル C 内に含まれる物体 P_k の体積割合である。セル内に物体の一部が複数含まれているときには、式(4)に示されるようにそれらの和を取る。

式(4)により物性値を設定するためには、計算セル内に占める物体の体積割合 α_k を求める必要がある。物体が Euler 格子状を移動して行く場合でも容易に α_k を求めるため、以下のサブセル法⁵⁾を用いる。

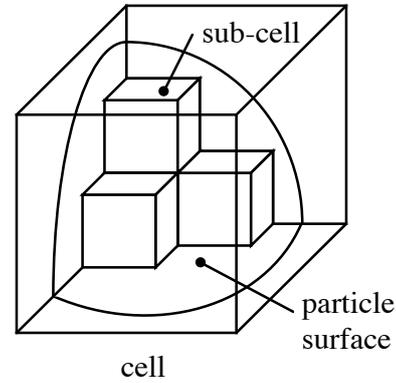


図-1 サブセル法による物体体積の評価

サブセル法では、図-1に概略的に示されるように、計算セルに含まれる物体の一部の領域の体積を求める際に、1つのセルを複数のサブセルに分割し、物体内に含まれるサブセルの数をカウントして体積を推定する。この方法では、各方向の計算セル幅を等しく Δ とし、球体径 d に対して $d/\Delta = 8$ とするとき、各方向のサブセル分割数 M_1 を 8 とすれば体積の誤差は $8.6 \times 10^{-2} \%$ 程度となり、十分な精度で α_k を評価可能であることが示されている⁵⁾。

(3) 物体運動の基礎式と解法

MICS では物体は剛体であると仮定する。物体の並進運動の運動方程式には、外力として流体力と浮力に加えて、他の物体あるいは壁面との接触力が考慮される。すなわち、

$$m \frac{dv_i}{dt} = f_i + g_i + h_i \quad (5)$$

ここに、 m および v_i はそれぞれ物体の質量と x_i 方向

の速度成分であり、右辺の f_i, g_i, h_i はそれぞれ x_i 方向に作用する流体力、浮力および接触力を表す。

物体に作用する流体力 f_i は、流体の運動方程式の数値計算結果から算出される力の成分を用いて定める。物体 P_k が、 P_k の一部を含むセル C から受ける流体力 f_{Ci} は、次式から求められる。

$$f_{Ci} = \alpha_k \Delta V \sigma_k \cdot \left[-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (6)$$

ここに、 ΔV はセルの体積、 σ_k は物体 P_k の密度、 α_k はセル内に含まれている物体 P_k の体積割合である。また、流体力はセル中心で計算される値とする。物体 P_k の一部を含む全てのセルに対して f_{Ci} を求め、その和を f_i とする。

次に、接触力 h_i は、個別要素法⁸⁾を3次元化したモデル¹¹⁾により評価する。法線方向および接線方向の接触力のモデルとしては、各方向にバネ・ダッシュポットを考慮し、接線方向には滑りを表すための摩擦スライダを設けている。物体の並進運動は離散化された式(5)を数値積分して求める。また、物体の角運動量に関して上記と同様の計算を行い、その回転角速度を求める。

(4) 抗力係数の評価例

MICS の利点の一つは、物体に作用する流体力を評価する際に、抗力係数や揚力係数などの経験定数を一切必要としないことである。この流体力の評価に関する基礎的な検証が行われ、一様流中に置かれた球の抗力係数に関して図-2に示す結果が得られている⁵⁾。

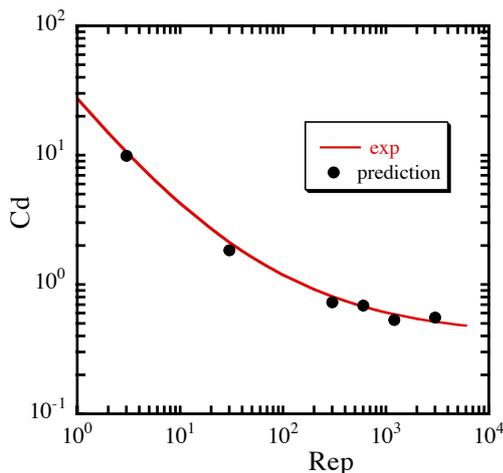


図-2 球に対する抗力係数の比較

図-2ではレイノルズ数が3から3,000まで広範囲にわたり、計算結果は実験曲線¹²⁾とよく一致しており、3次元MICSにより抗力係数が適切に評価されること

が示されている。また、球の背後の流れに関して、実験結果と同様に、レイノルズ数が300以上となると非定常後流渦が形成されることが数値計算で確認されている⁵⁾。

3. 水理実験と解法の適用性の検討

(1) 実験方法とガラス球の配置

実験では、水路幅0.4 mの開水路内に直径30 mmのガラス球を用いた透水堰を設置した。透水堰の最下層となる第1層にはガラス球を密に3列配置し、流れによって移動ないように底面に固定した。この第1層の上にガラス球を密に2列設置し、さらにその上部に1列配置した。このようにして、高さ3層の透水堰を水路内に作成した。第1層は固定されているが、第2層と3層のガラス球は流れにより移動する。

上記のように第2層および3層のガラス球を設置する際に、ある1つのガラス球は下層の3つのガラス球に接触する。そのときの配置には図-3に示す2種類がある。図-3の配置Aでは流れによる移動方向に下層のガラス球があるが、配置Bでは移動方向に2つのガラス球の間隙がある。このため、前者は上層のガラス球が移動しにくい安定な配置、後者は比較的小さい流体力で移動する配置となっている。

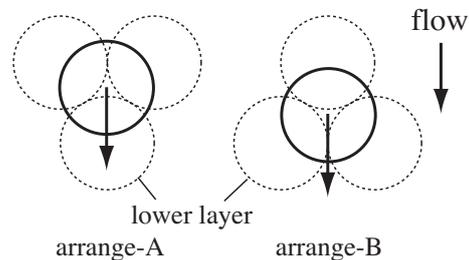


図-3 下層のガラス球との関係による2種類の配置

このため、ガラス球を3層に積み上げる場合には、何種類かの配置の組み合わせが考えられる。実験では、2層目と3層目を図-3の配置Aとする case-A と、2,3層目を配置Bとする case-B の2種類の堰を用いて破壊過程を比較した。このうち、case-Aのガラス球の配置を図-4に示す。

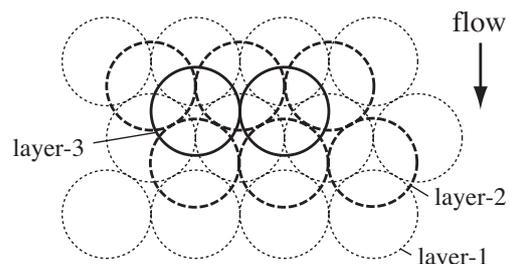
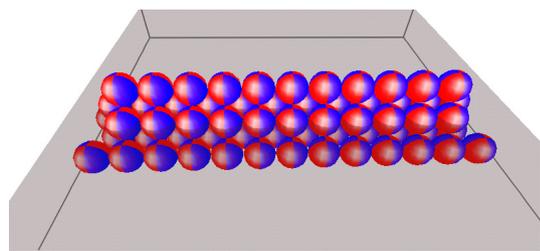
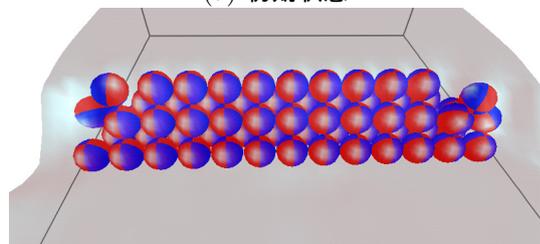


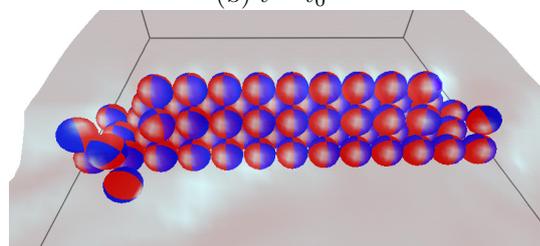
図-4 3層目を配置Aとする場合(case-A)



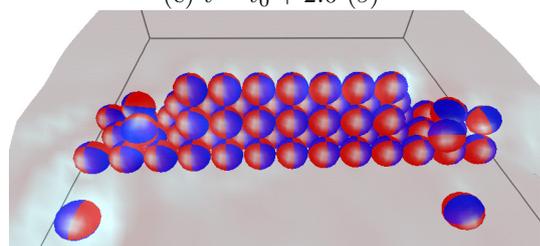
(a) 初期状態



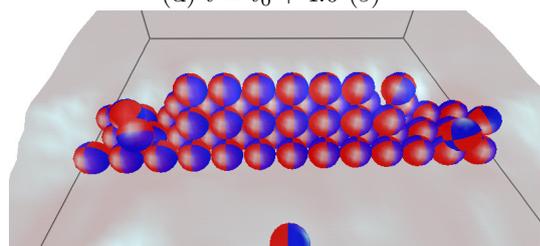
(b) $t = t_0$



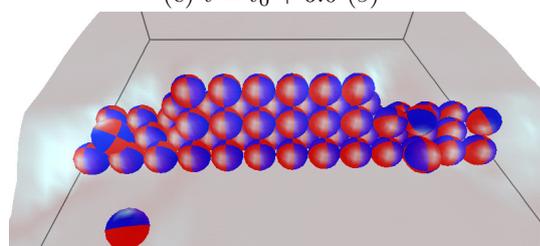
(c) $t = t_0 + 2.0$ (s)



(d) $t = t_0 + 4.0$ (s)

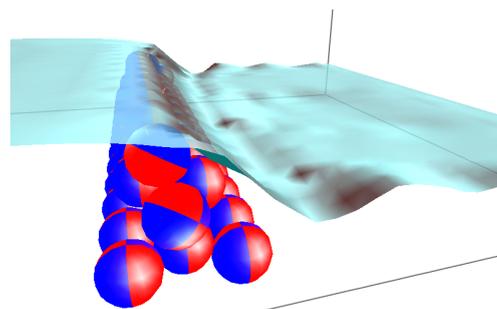


(e) $t = t_0 + 6.0$ (s)

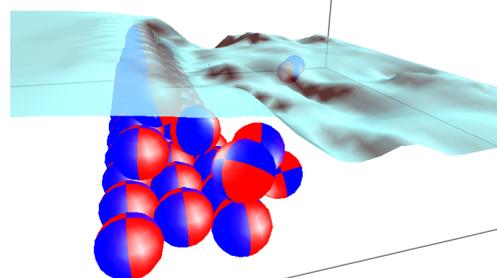


(f) $t = t_0 + 8.0$ (s)

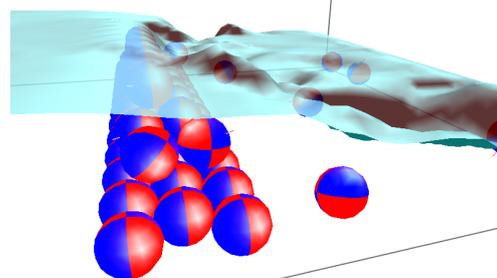
図-5 透水堰の破壊過程の実験結果 (角材無し)



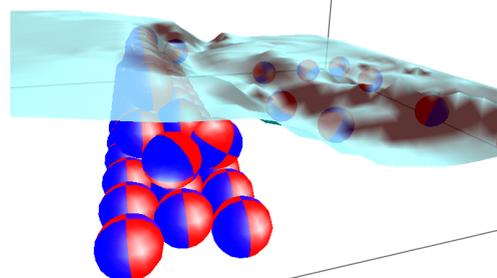
(a) $t = t_0$



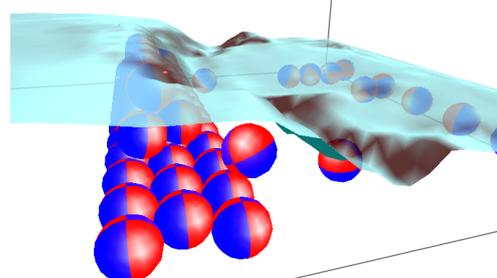
(b) $t = t_0 + 2.0$ (s)



(c) $t = t_0 + 4.0$ (s)

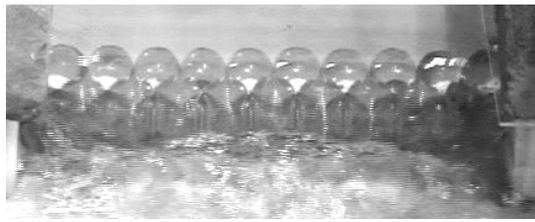


(d) $t = t_0 + 6.0$ (s)

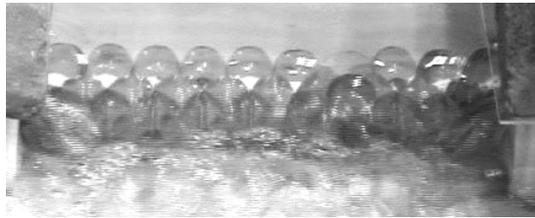


(e) $t = t_0 + 8.0$ (s)

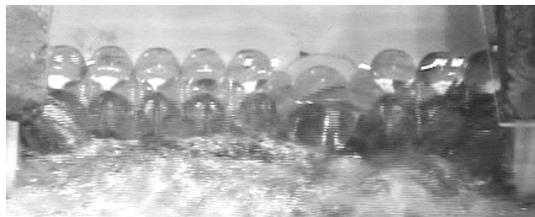
図-6 透水堰の破壊過程の数値解析結果 (角材無し)



(a) $t = t_0$



(b) $t = t_0 + 0.3 (s)$



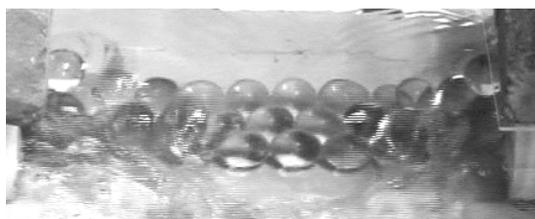
(c) $t = t_0 + 0.7 (s)$



(d) $t = t_0 + 1.0 (s)$

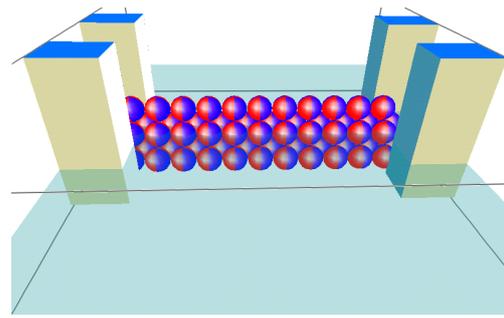


(e) $t = t_0 + 1.3 (s)$

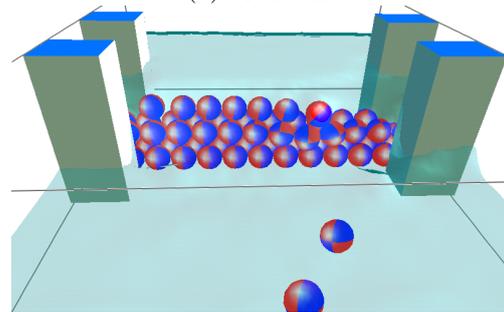


(f) $t = t_0 + 1.7 (s)$

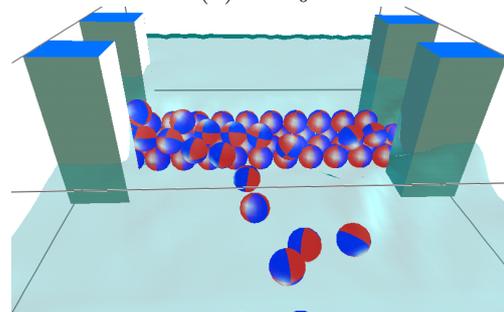
図-7 透水堰の破壊過程の実験結果 (角材有)



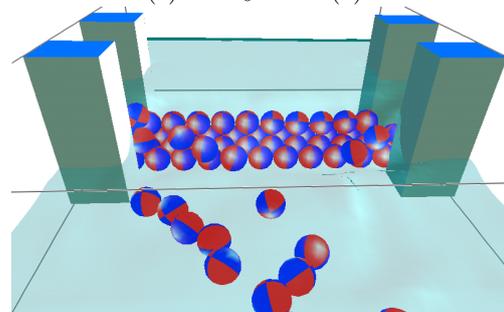
(a) 初期状態



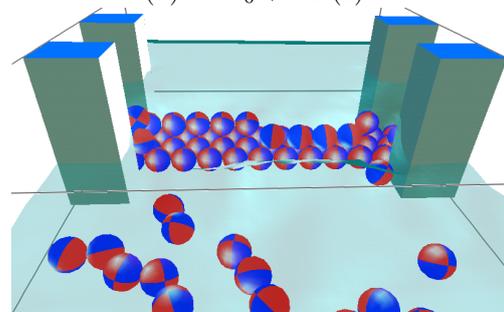
(b) $t = t_0$



(c) $t = t_0 + 0.4 (s)$



(d) $t = t_0 + 0.8 (s)$



(e) $t = t_0 + 1.2 (s)$

図-8 透水堰の破壊過程の数値解析結果 (角材有)

実験では水路の流量を徐々に増加させ、2種類の透水堰が破壊する過程を把握した。その結果、case-Bでは間欠的に第3層のガラス球が離脱する傾向があり、複数回の試行を行ったが破壊の瞬間にはばらつきがあるように観察された。一方、case-Aでは、第3層を越流する流況となった後、上流側水深が特定の値になると一気に透水堰が崩壊することが明らかとなった。このため、以下では再現性の高いcase-Aを実験および計算の対象とすることとした。

(2) 計算条件

計算では、水面の上部の空気の領域も計算対象に含め、流下方向、水路幅方向、鉛直方向にそれぞれ1m、0.4m、0.15mの領域を対象とし、各方向に計算セルを $100 \times 40 \times 15$ ずつ配置した。計算セル幅は10mmであり、ガラス球の直径がセル幅の3倍に相当する。

計算では透水堰の上下流水深が等しい状態を初期条件として、流量を漸増させて透水堰が崩壊するまで非定常計算を続けた。計算の予測段階では陰的解法であるC-ISMALC法を用い、式(1)と式(3)の移流項には5次のスキームを用いた。圧力解法にはC-HSMALC法¹³⁾を用いた。また、サブセル数は10とした。

(3) 実験結果と計算結果の比較

ガラス球を配置して作成した透水堰では、水路側壁近傍でガラス球が設置されていない空間ができるが、この部分に流速の大きい水流が発生し、側壁近傍のガラス球に強い流体力を加えるため、側壁部分から徐々に透水堰の破壊が生ずる状態が観察された。この条件を対象として行った計算結果を図-5と図-6に示す。図-5の結果から、計算でも側壁近くから破壊が生じている。また、図-6は側面から同じ計算結果を見たもので、堰上げ効果により上流側水深が増加し、越流後の下流側水面が変動している状況が示されている。

次に、上記のような側壁付近の流れによる破壊ではなく、水路中央付近の越流による破壊過程を見るため、堰の側壁近傍の上下流側に50mm×50mmの角材を設置して同様の実験を行った。このときに生じた堰の破壊過程を示す実験結果と、これを対象とした計算結果をそれぞれ図-7と図-8に示す。実験では、流量約 $4.2 \times 10^3 \text{ cm}^3/\text{s}$ 、上流側水深が約90mm、下流側水深が約45mmのときに、最上層のガラス球の離脱が始まり、図-7に示すようにその後約2秒以内の短時間の間に多くのガラス球が流出して堰が破壊された。最初にガラス球が離脱する箇所は、水路中央付近あるいはやや側壁に近い部分など、複数回の実験でばらつきが見られたが、破壊が開始する水理条件は上記とほぼ同一であり、この点に関する再現性は高いと考えられる。

図-8に示すように、数値計算でも透水堰の破壊が再

現された。実験とほぼ同様に、最初のガラス球の離脱が始まってから短時間のうちに堰が一度に崩壊した。堰の下流側水深は実験と同様に境界条件により45mmに設定されているが、破壊時の上流側水深は計算では96から98mm程度であり、実験よりも大きな値となった。この原因としては格子分割が十分でなかったことなどが考えられる。このように、本報の計算では破壊時の上流側水深を正確に予測するには到らなかったが、抗力係数などの経験則を用いずに、実現象とほぼ同様の堰の崩壊過程を計算できることが示された。

4. おわりに

本報では、越流が支配要因となる透水堰の破壊過程に着目し、ガラス球による堰が崩壊する過程を実験的に把握した。この現象を対象として、3D MICSによる数値計算を行った結果、上流側水深には実験との相違があるが、同様の破壊過程を再現できることが示された。今後は浸透流など実際の透水堰で重要とされる効果を含めた詳細な検討を進める予定である。

参考文献

- 1) 前野詩朗, 道奥康治, 森永智, 菊池慶太. 捨石堰周辺の流況解析. 水工学論文集, Vol. 49, pp. 829-834, 2005.
- 2) 前野詩朗, 道奥康治, 加瀬瑛斗, 菊池慶太. 個別要素法を用いた捨石堰の破壊予測. 水工学論文集, Vol. 49, pp. 787-792, 2005.
- 3) 道奥康治, 石垣泰輔, 前野詩朗, 南條雅志, 池松健. 透過型水制の周辺・内部の流れに関する実験と解析. 水工学論文集, Vol. 49, pp. 799-804, 2005.
- 4) 内田龍彦, 福岡捷二. 流れによる護床ブロック群の変形・破壊の解析. 水工学論文集, Vol. 49, pp. 793-798, 2005.
- 5) 牛島省, 山田修三, 藤岡奨, 禰津家久. 3次元自由水面流れによる物体輸送の数値解法(3D MICS)の提案と適用性の検討. 土木学会論文集, 投稿中.
- 6) 牛島省, 山田修三, 禰津家久. 3次元MICSによる波動流れにおける物体輸送の並列数値計算. 海岸工学論文集, Vol. 52, No. (1), pp. 31-35, 2005.
- 7) 牛島省, 竹村雅樹, 山田修三, 禰津家久. 非圧縮性流体解析に基づく粒子-流体混合系の計算法(MICS)の提案. 土木学会論文集, No. 740/II-64, pp. 121-130, 2003.
- 8) P. A. Cundall and O. D. L. Strack. A discrete numerical model for granular assemblies. *Geotechnique*, Vol. 29, No. 1, pp. 47-65, 1979.
- 9) 森岡茂樹. 気体力学. 朝倉書店, 1982.
- 10) 牛島省, 竹村雅樹, 禰津家久. コロケート格子配置を用いたMAC系解法の計算スキームに関する考察. 土木学会論文集, No. 719/II-61, pp. 11-19, 2002.
- 11) 牛島省, 田中伸和, 米山望. 3次元複雑形状領域内における固気混相流中の固体粒子のラグランジュ的解析法. 水工学論文集, 第43巻, pp. 515-520, 1999.
- 12) F. M. White. *Viscous fluid flow*. McGraw-Hill, 1991.
- 13) 牛島省, 奥山洋平. 非圧縮性流体計算におけるC-HSMALC法とSOLA法の収束特性. 土木学会論文集, No. 747/II-65, pp. 197-202, 2003.

(2005.9.30 受付)