非構造格子浅水流数値モデルを用いた 側岸凹部流れの水面振動構造の解析

WATER SURFACE OSCILLATION ANALYSIS OF SIDE CAVITY FLOW USING SHALLOW-WATER MODEL WITH UNSTRUCTURED GRID

椿　涼太[1]・藤田一郎[2]
Ryota TSUBAKI and Ichiro FUJITA

[1] 学生会員　工修　神戸大学大学院　自然科学研究科　博士後期課程 日本学術振興会特別研究員
（〒 657-8501　神戸市灘区六甲台町）
[2] 正会員　学博　神戸大学教授　工学部　建設学科（同上）

Numerical simulation and experimental measurement are used to investigate the resonant instabilities in flow past a side cavity. The shallow water flow equations are solved by using the finite volume method with an unstructured grid system. The flow characteristics of numerical and experimental results are compared and found to be in favorable agreement qualitatively between the results, especially behavior of a long term and large scale oscillation mechanism. The frequencies of oscillation mode analyzed by POD (Proper Orthogonal Decomposition) are compared to theoretical and semi-empirical formulae, from which the feature of the short term oscillation and the long term one are distinguished. The condition which provides an intense long term oscillation are discussed by using experimental and numerical results.

Key Words : *Side cavity flow, water surface oscillation, shallow water model, unstructured grid, POD*

1. 緒論

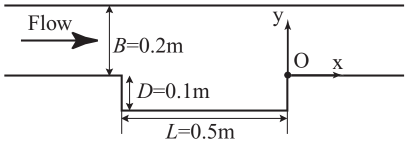
航空・宇宙分野では構造物周辺で発生する圧力変動が，騒音の発生や振動による疲労破壊の原因となるため，古くから様々な研究がなされてきた．これらの研究では，主に流体と構造物との相互作用による圧力変動を対象としており，水面の影響が大きい開水路流れとは直接比較することはできないが，気体における圧力変動を開水路流れにおける水深変動と置き換えると，変動現象のメカニズムには共通する部分も多い[1,2]．

キャビティー周りの圧力変動についての研究には，Rockwell and Naudascher によるレビュー[3]などがあり，A. キャビティー上流端での剥離と渦の発生，B. 渦の成長と流下，C. キャビティー下流端での渦の衝突，D. 圧力変動の上流への伝播という四つの要素からなる周期的な変動サイクルが発生することが知られている．

一方，Gharib and Roshko は，キャビティー形状が比較的長い場合には，上記のようなサイクルとは別の変動機構が見られることを明らかにした[4]．この変動機構ではキャビティー内の循環構造が大規模に変化することで圧力変動が発生し，その変動周期は Mach 数に依存せずに Strouhal 数 (St)=0.25 程度の値をとるとされている[5]．この二つのサイクルはそれぞれ Shear-layer モードおよび Wake モードと呼ばれて区別されており，Wake モード発生時には，変動が大規模化するだけでなく，Shear-layer モード発生時に比べて抵抗係数 C_D 値も大きな値となることが明らかとなっている．

開水路側岸凹部流れにおける渦と水面変動に関する研究には，木村ら[6]によるものがあり，開水路側岸に矩形の死水域 (凹部) を設置した場合における振動現象がセイシュとの共鳴により増幅されることを示すとともに，この変動が浅水流二次元モデルと比較的簡便な乱流モデルを利用した数値計算においても良好に再現できることを示した．また，流れの条件に依存する水面振動強度を開口部長さを長さスケールとした Fr 数により評価できると考え，この Fr 数に基づく変動のモデル化により実験結果をよく説明できるとしている．

流体という観点からみると先に述べたとおり，圧力変動と水深変動はある程度置き換えて解釈できると考えられるが，圧力を非接触で定量的に計測することは一般的



図–1　水路形状の平面図

表–1　水理条件

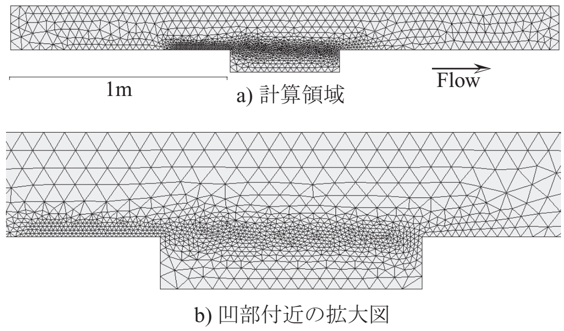
Case名	勾配 I	流量 Q (m^3/s)	代表流速 U (m/s)	代表水深 H (m)	Re 数	Fr 数
4C	0.001	0.0024	0.295	0.0400	13214	0.47
4D	0.0015	0.0029	0.362	0.0400	16215	0.58
4E	0.002	0.0033	0.418	0.0400	18701	0.67
4F	0.003	0.0041	0.512	0.0400	22900	0.82
4G	0.005	0.0053	0.661	0.0400	29619	1.06
6C	0.001	0.0043	0.354	0.0600	23796	0.46
6D	0.0015	0.0052	0.434	0.0600	29143	0.57
6E	0.002	0.0060	0.501	0.0600	33651	0.65
6F	0.003	0.0074	0.613	0.0600	41195	0.80
6G	0.005	0.0095	0.792	0.0600	53191	1.03
8C	0.001	0.0063	0.397	0.0800	35543	0.45
8D	0.0015	0.0078	0.486	0.0800	43533	0.55
8E	0.002	0.0090	0.561	0.0800	50269	0.63
8F	0.003	0.0110	0.687	0.0800	61590	0.78
8G	0.005	0.0141	0.886	0.0796	78947	1.00
10C	0.001	0.0086	0.429	0.1000	48040	0.43
10D	0.0015	0.0105	0.526	0.1000	58847	0.53
10E	0.002	0.0121	0.607	0.1000	67973	0.61
10F	0.003	0.0149	0.743	0.1000	83287	0.75
10G	0.005	0.0192	0.960	0.1000	107503	0.97

に困難である．一方，水深は非接触計測が可能であり，壁面から離れた地点での水深を測ることも容易である．著者らはステレオ画像を用いた水面計測法[7]を利用することにより水面形状の時間変化の直接 (二次元) 計測を行った[8]．これらの計測により，水面振動には大まかに長周期の振動と短周期の振動の異なるモードが存在することを確認している[9]．特に長周期の振動は，Fr 数が 0.8 程度の時に顕著となり，比較的大きな水面変動を引き起こすことがわかっている．

以上の既往研究を踏まえて，本研究では主に基礎研究の観点から，開水路凹部周辺でみられる変動の中で，特に長周期の発生機構の検討に注目し計測データ[8]および，浅水流方程式に基づく数値計算法[9]を援用して開水路側岸凹部流れの解明を行うものである．具体的には主流部を含む面的な水面変動パターンの時間変化や空間スケールを調べ，その変動構造を明らかにするとともに，既往研究との共通点および相違点を整理し，振動メカニズムの解明を目指すものである．

2. 水理条件

対象とする水路形状を**図**–1 に示す．水理条件は主流部の代表流速 (断面平均流速)U および代表水深 H を用いた Fr 数 ($U/\sqrt{gH}$) を約 0.45,0.55,0.6,0.8,1.0 と変化させ，水路幅 B によって無次元化された水深 H/B は 0.2,0.3,0.4,0.5 の 4 通りとし，実験では凹部周辺の水深が設定した代表水深となるよう，下流の堰を調整した．具体的な水理条件を**表**-1 に示す．



図–2　計算格子

3. 計算モデル

凹部周辺にみられる変動の主要な構造は二次元変動と考えられる[1,5]ので，本研究では，水深平均された連続式と運動方程式を基礎式とし，離散化には非構造格子を利用した有限体積法[10]を利用した．類似の計算法には一般座標系や直交曲線座標系を用いるものがあるが，本手法では非構造格子を用いることでせん断層のみに格子を集中させることが可能である．また，通常の FDS 法のみではその数値粘性の影響からせん断流れを適切に評価することは困難であるため，空間微分の離散化には二次精度風上法である MUSCL 法を利用し，時間積分には二次精度アダムス・バッシュフォース法を利用して高精度化を実現している[9]．壁面付近の渦動粘性係数については減衰関数を利用して補正を行った[1]．

格子生成では凹部と主流部の境界層に格子を集中させた (**図**-2)．格子数は約 2500 個，格子の辺の長さは密な部分で 6mm，粗い部分は 40mm とした．上流の境界条件には一定断面流量を与え，下流境界では水位を固定して与えた．初期状態として仮の流速・水深分布を与えて計算を開始すると凹部上流端からの渦の放出が開始し，ある程度計算が進むと周期的な変動サイクルが形成されるので，この変動サイクルの安定を確認した後に，時系列データを取得して変動現象の検討を行った．

4. 実験

本研究では著者らの開発したステレオ水面計測法[7]を用いた．これは，二台の CCD カメラを用いて立体写真測量を水面に対して行うことが基本的な原理となっている．用いた CCD カメラは HitachiDenshi 製 KP-F100 で，1304 × 1024Pixels の 10bit グレースケール画像を 12Hz

で 150 枚 (約 12 秒) の画像を連続撮影可能である．

ステレオ水面計測では壁面近傍の計測が困難なため壁面の水位の可視化も行った[11)]．これは，アクリル壁面を通して見える水際の位置の変動を，垂直に設定した時空間断面画像を用いて解析した．計測点は凹部内の上流部および下流部の側壁部分とその対岸の計 4 点である．解析では 20 秒間の連続画像を用いた．

5. 結果と考察

まず，数値モデルによる流れの変動の再現性を確認するために実験値との変動周期の比較を行う．次に，実験値および計算値を利用して，振動周期と理論値との比較，空間変動パターンの検討を行う．

（1） POD を用いた主要変動周期の比較

POD(Proper Orthogonal Decomposition) は多変量解析の分野で主成分分析と呼ばれている手法と同様の操作を施すことで[12)]，時空間変動データを幾つかのモードに分解することができ，それぞれのモードはさらに空間変動成分 (パターン) と時間変動成分 (変動周期) に分割される[13)]．たとえばある時空間変動データ $h(x,y,t)$ を考える．ここで，x,y:空間座標，t:時間座標である．POD では，この変動を最も良く再現できる空間変動パターン $\Phi_k(x,y)$ と時間変動成分 $a_k(t)$ の積により表現する．ここで k:モードであり，次式のモード n までの累積において $error$ が最小となる組み合わせを得る．

$$h(x,y,t)=\sum_{k=1}^{n}\Phi_k(x,y)a_k(t)+error. \tag{1}$$

それぞれのモードの時空間変動を再構成する場合には空間変動パターン $\Phi_k(x,y)$ と時間変動成分 $a_k(t)$ の積を計算する．POD は，その仕組み (空間変動パターンと時間変動成分の分離) からセイシュのような定常波を一つのモードで表現することができるが，進行波のような非定常波は複数モードの組み合わせによってのみ再現される．

図–3 に示したのは，水深 H/B=0.4 における規準座標の時間変化である．主要な変動周期（長周期変動）とこれの半分の周期をもつ弱い変動（短周期変動）が確認できる．長周期変動が主に第 1 や第 2 モードに現れており，短周期変動は第 3 モードや第 2 モードに確認することができ，長周期変動の周期は，実験値と計算値でよく一致している．また，モード同士の時系列変化に注目すると，第 1 モードと第 2 モードの変化が対応していることが確認できるが，これは非定常波が第 1 および第 2 モードの組み合わせにより再現されていることを表している．変動の不規則性については実験値の方が強く現れている．これは，実験では流れの乱れなどがきっかけとなる振動モードの遷移[3)](Hysterisis) が発生するなどの振動の不安定性がみられるが，数値計算は単純な乱流モデルを用いた浅水流解析であり，非定常的な乱流構造の影響を直接考慮できないため，一旦振動が安定すると規則的な変動サイクルが形成されるという違いによるものである．しかし，概ね変動周期は数値計算においても再現されていることが確認できる．

水深 H/B=0.2,0.3 および 0.5 での変動周期を比較したところ水深 H/B=0.4 と同様に実験値の方が不規則性が強いという傾向はみられるものの，変動周期に関してはよく一致していることが確認できた．また，各ケースにおいて実験値と計算値の水面変動強度 h' の分布[8)]を比較したところ，Fr 数が小さい場合にはせん断層での変動が強く，Fr が 0.8 前後では凹部内部の下流端と凹部上流の主流部の二点での変動が強くなるという実験値の傾向を計算値でも確認することができた．ただし，実験では，$Fr=1.0$ では全体的な変動強度が $Fr=0.8$ に比べて弱くなる傾向がみられたが，計算値では $Fr=1.0$ ではより変動が強くなるという相違がみられた．

（2） 流れの条件と振動周期

本節では，実験値および計算値の周期を用いて，流れの条件と振動周期の関係を明らかにする．

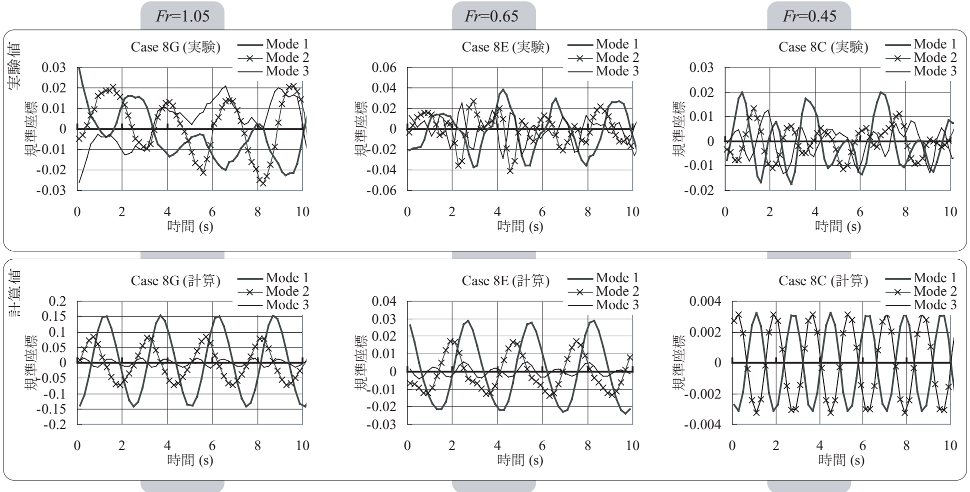
本実験条件によりみられる変動はその周期により長周期変動と短周期変動に分けることができる[11)]．ここでは，同じケースにおいて見られる変動ピークの中で，長周期のものと短周期のものを区別した．よって，その区別は相対的なものであるが，大まかには長周期変動は 3 秒程度の周期をもつ変動であり，短周期変動は 1 秒程度の周期をもっている．それぞれの変動は空間および時間スケールが異なるため，**図**–4a では相互作用を確認するために長周期変動および短周期変動の結果を合わせて示し，**同図** b には長周期変動のみ，**同図** c には短周期変動のみを抽出した．

木村らの比較的凹部が短い流れの研究では，水面変動周期は大規模渦の発生周期は閉鎖性水域のセイシュの周期と一致すると指摘している[6)]．ここで，閉鎖性水域でのセイシュの周期は以下のようである．

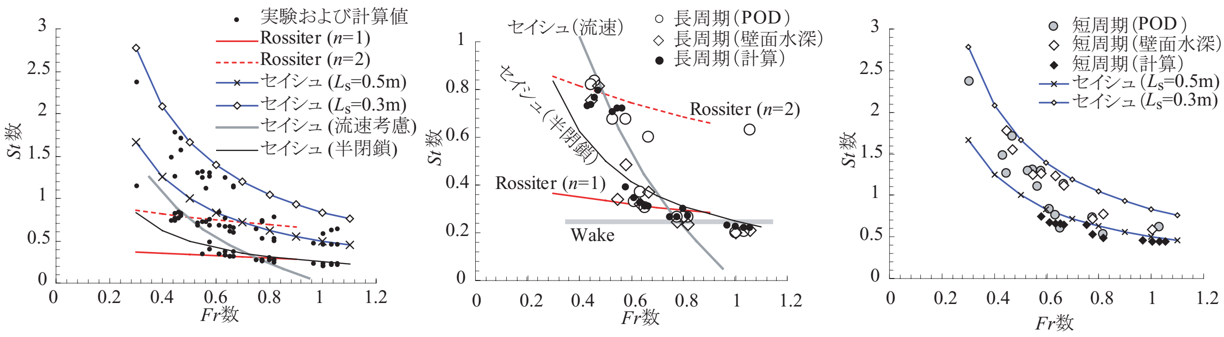
$$T=\frac{2L_s}{n\sqrt{gH}} \tag{2}$$

ここに，T:振動周期 (s)，L_s:水域の長さスケール (m)，g:重力加速度 (9.8m^2/s)，H:代表水深 (m)，n:振動モード ($n=1,2,..$) である．$n=1$ の時の振動周期を St 数により表すと $St=\frac{fL}{U}=\frac{1}{T}\frac{L}{U}=\frac{\sqrt{gh}}{2L}\frac{L}{U}=\frac{1}{2Fr}$ となり，Fr 数の関数となる．ここで，f:振動周波数 (Hz)，U:代表流速 (m/s) である．本実験条件では水域の長さスケール L_s として凹部長さ L=0.5m と凹部周辺の水路幅 $B+D$=0.3m の二つを検討の対象とした．

一方, 本研究で扱う凹部は幅 D に比べて長さ L が長いため，変動が凹部内部に留まらない可能性がある．この場合には，半閉鎖性水域のセイシュの発生も考えられる



図–3　規準座標の振動周期



図–4　Fr 数と振動周期

ため，その周期も検討する．半閉鎖性水域でのセイシュの周期は以下のようである．

$$T = \frac{4L}{(1+2n)\sqrt{gH}} \tag{3}$$

ここに，n:振動モード ($n = 0, 2, 4, ..$) であり，$n = 0$ の時の振動数は $St = \frac{1}{4Fr}$ となる．また，L は水域のスケールで 0.5m である．

また，Fr 数が高い場合には主流部での流速が変動周期に影響を与える可能性があるため，流速を考慮したセイシュの周期も検討した．

$$T = \frac{L}{\sqrt{gH}+U} + \frac{L}{\sqrt{gH}-U} \tag{4}$$

これは $St = \frac{1/Fr - Fr}{2}$ となる．

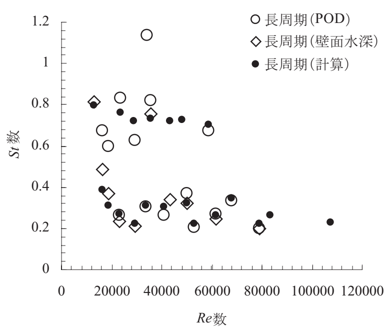
以上のセイシュの他に，圧力変動において広く用いられている Rossiter による半経験式[5, 14)]も合わせて図中に示した．式は以下のようである．

$$St = \frac{f_n L}{U} = \frac{n-\gamma}{M + 1/\kappa}, n = 1, 2, ..., \tag{5}$$

ここに，f_n:第 n モードの振動周波数，M:Mach 数である．γ および κ は実験定数でここでは，Rossiter による値である $\gamma = 0.25$，$\kappa = 1/1.75$ を用いた．ここではこの式 (5) の M を Fr 数に置き換えてプロットした．

まず**図**–4a を見ると，実験値および計算値の周期は，短周期側 (上限) は閉鎖性セイシュ (長さ 0.3m) に収まり，長周期側 (下限) は Rossiter の第 1 モードまでの間にほぼデータがプロットされていることが確認できる．

それぞれの理論値同士の関係を調べると，$Fr > 0.8$ では，Rossiter の第 1 モードと半閉鎖性セイシュの値が近いことが確認できる．また $Fr = 0.7$ 付近では Rossiter の第 2 モードと閉鎖性セイシュ (長さ $L = 0.5$m) とが交差しており，その近辺では同程度の値となっている．次に，長周期変動と短周期変動を区別してそれぞれを理論値と比較すると，まず**図**–4b に示す長周期変動では，Rossiter の第 1 および第 2 モードによく一致していることが確認できる．ところで，圧力変動による既往のデータでは第 1 モードの変動は Rossiter 式よりやや高周波数側へ，第 2 モードは Rossiter 式より若干低周波側へずれる傾向がみられるようである[5)]が，$Fr = 0.8, 1.0$ 付近では実験値や計算値が Rossiter の第 1 モードより低周波側にずれており，$St = 0.25$ 程度の周期をもつ Wake モー



図–5　Re 数と振動周期

ド[4, 5]が発生している可能性も考えられる．ただし，半閉鎖性セイシュの周期ともある程度対応しており，周期だけでなく空間変動パターンも検討する必要があるため，後に改めて議論する．

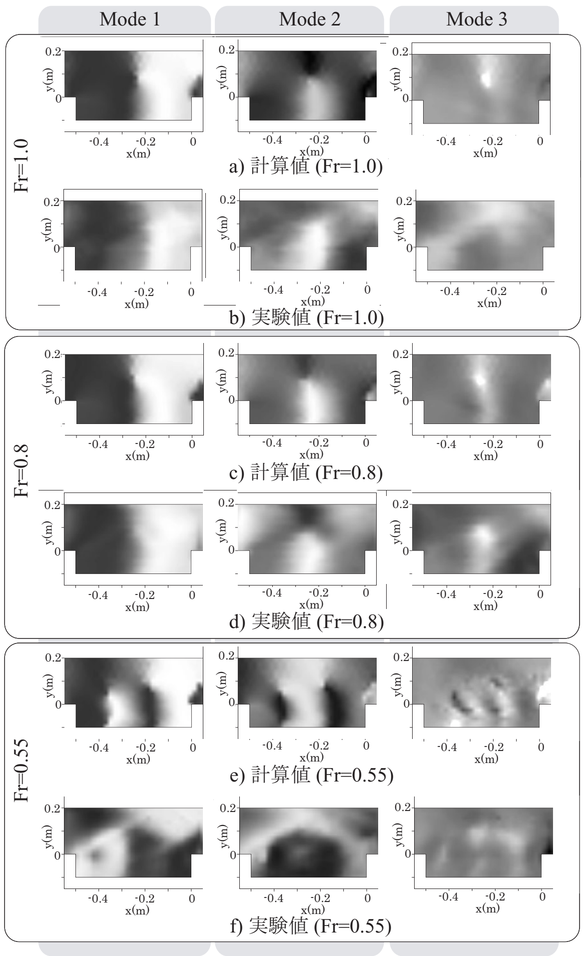
図–4c に示す短周期変動をみると，実験値および計算値の変動の Fr 数との関係は閉鎖性セイシュとよく対応しており，短周期変動はセイシュによる変動だと考えられる．$Fr > 0.6$ では実験値および計算値ともに流下方向 (長さスケール L) でのセイシュの周期とよく程度対応しているのに対し，$Fr \leq 0.6$ ではより短周期の変動が実験値でみられており，このような条件では横断方向 (長さスケール $D+B$) のセイシュが発生することにより周期が短くなったものと考えられる．ただし，このような $Fr < 0.6$ での短周期変動は微弱であり，今回の数値計算結果では確認することはできなかった．

図–5 に示したのは，長周期変動の周波数と Re 数の関係をプロットしたもので，St 数が 0.8 程度および 0.3 程度の二つのグループに分かれていることが確認できる．同じ長周期を Fr 数に注目してプロットした**図–4b** では Fr 数が増加するにつれて Rossiter の第 1 モードに沿うように St 数が低下しているが，**図–5** では Re 数に従い増減することはなく，ばらつきを持ったままである．よって，振動周期への Re 数の影響はみられないと考えられる．ただし，振動モードについては Fr 数や Re 数の増加とともに高位のモードへと移行する傾向は見られると考えられる．このようなモードの移行傾向は，圧力変動での既往研究でも確認されている．

（3） POD による空間変動パターン

図–6 に示すのは，三通りの Fr 数に対する水面変動パターン $\Phi(x, y)$ をモード別に示したものである．まず，$Fr = 1.0$ のケースに注目すると，第 1 モードでは凹部の上流部と下流部が反転した変動を示しており，第 2 モードでは凹部内を中心に流下方向に三つの振動の腹が見られる．第 3 モードは，ほぼ第 2 モードのパターンが反転した分布となっている．以上の傾向は，計算値と実験値に共通してみられている．

次に $Fr = 0.8$ のケースでは $Fr = 1.0$ の分布と全体



図–6　POD による空間変動パターン $\Phi(x, y)$ の比較

的には同様の傾向を示しており，振動現象のベースとなる機構は共通していると考えられる．

最後に $Fr = 0.55$ のケースでは，せん断層付近に沿って複数の極値が並んでおり，主流部では第 1 モードでは凹部中心 (x=-0.25m) を軸として上下流が反転した振動が見られ，第 2 モードでは凹部中心を軸とした軸対象の変動が確認できる．第 3 モードにはせん断層近辺での細かな変動が捉えられている．ただし，$Fr = 0.55$ のケースでは，前記の通り，計算値に比べ実験値ではより細かな空間および時間変動が含まれていることもあり，実験値と計算値の空間変動パターンの相違がやや大きくなったものと考えられる．

Fr=0.8 および 1.0 での POD の第 1 モードの分布形は，凹部中央を節とした流下方向の振動であり，一見して流下方向のセイシュを表しているように思われる．しかし，Fr=0.8,1.0 での主要な変動周期の St 数は 0.25〜0.3 程度であり，**図–4a** に示したように，閉鎖性水域のセイシュで想定される振動周期とは一致しない．一方，半閉鎖性セイシュと，流速を考慮したセイシュは長周期変動の周期とある程度一致する．ところが，この第 1 モードの変動の空間スケールは**図–6a〜d** で確認できる通り

腹から腹までの長さが L 程度であるが，半閉鎖性セイシュで想定した長さは $2L$ であり一致しない．流速を考慮したセイシュでは長さは L であり，POD による空間スケールと一致する．よって，流速を考慮したセイシュは $Fr = 0.8$ での振動については周期および空間スケールが一致する．しかし，POD による空間変動パターンは $Fr = 0.8$ および 1.0 でほぼ共通していることから，その変動構造は $0.8 \leq Fr \leq 1.0$ において基本的には共通していると考えられるが，流速を考慮したセイシュ (式 (4) では $Fr = 1.0$ では波が遡上しないため $Fr = 1.0$ での変動を説明することはできない．ただし，先に述べたとおり，第 1 モードの分布形は流下方向のセイシュの分布と解釈するのは自然であり，本研究で用いた式 (4) 以外の流速の影響が強いセイシュが発生している可能性も高いと考えられる．

最後に Wake モードについて考えると，Fr=0.8,1.0(**図–6a〜d** を参照) の第 1 モードの変動スケール L は大規模渦のスケールを示しており，第 2 モードのスケール $\frac{1}{2}L$ は，凹部下流端への衝突により発生する，より小規模な渦のスケールを表していると考えることができる．

よって，Fr=0.8 および 1.0 での大規模かつ長周期の変動は，流速を考慮しないセイシュでは説明できず，凹部内の循環流の渦構造の大規模な変動をともなう Wake モードの振動か，流速の影響を受けたセイシュの発生とせん断層中の渦との相互作用によるもの，あるいは双方が混在したものと考えられる．

6. 結論

本研究で得られた結論を以下に示す．

まず，POD による主要変動周期を用いて実験値と計算値の比較を行い，振動構造が計算でも再現されていることを確認した．

次に，実験結果と計算結果を用いて振動周期に与える Fr 数の影響を調べ，各種のセイシュの周期や，圧力変動において用いられる Rossiter の半経験式および Wake モードの周期との比較を行った．その結果，短周期変動については閉鎖性水域のセイシュとほぼ対応するが，主要でより大規模な長周期変動には，Rossiter の半経験式とよく対応しており，$Fr \geq 0.8$ では Wake モード，半閉鎖性水域のセイシュなどとも同程度となることが分かったが，POD による変動スケールと比較した結果，半閉鎖性水域のセイシュの空間スケールとは一致しないことが明らかとなった．

従来の開水路凹部変動をセイシュと渦との共鳴によるものであるとの考えは本研究での短周期変動を説明することができるが，長周期のより強い変動については，セイシュのみで説明することは困難である．本研究の結果は圧力変動における Wake モードに対応する現象が開水路凹部流れでも発生している可能性があることを示している．Wake モードが実河川で発生すると変動スケールが増大することで凹部内外との物質交換が促進されるとともに流れの抵抗が増大することで疎通能力を低下させると考えれる．

振動強度については今回の計算値では実験値を定量的に評価することはできず，特に $Fr = 1.0$ では $Fr = 0.8$ に比べて振動が弱くなるという実験結果を再現することができなかったため，その原因の特定を行う必要があると考えている．

$Fr \geq 0.8$ と $Fr < 0.8$ での振動構造の違いを具体的に解明するためには流速分布の時間変化を捉えることが有効と考えられるので，数値解析結果を利用するとともに，PIV による可視化計測結果も利用してより具体的に流れ構造の変化の特定を行いたいと考えている．

参考文献

1) 木村一郎，細田尚，友近文志：死水域を伴う開水路流れの非定常振動特性，水工学論文集，第 38 巻，pp.425-430, 1994.
2) Rockwell, D. and Knisely, C.: Vortex-edge interaction: Mechanisms for generating low frequency components, Phys. Fluids, Vol.23(2), pp.239-240, 1980.
3) Rockwell, D. and Naudascher, E.: Self-sustained oscillations of flow past cavities, J. Fluids Engng., Vol.100, pp.152-165, 1978.
4) Gharib, M. and Roshko, A.: The effect of flow oscillations on cavity drag, J. Fluid Mech., Vol.177, pp.501-530, 1987.
5) Rowley, C., Colonius, T. and Basu, A.: On self-sustained oscillations in two-dimensional compressible flow over rectangular cavities, J. Fluid Mech., Vol.455, pp.315-346, 2002.
6) 木村一郎，細田尚，村本嘉雄，安永良：開水路流れにおける死水域内の流体振動に及ぼす水理パラメータの効果，水工学論文集，第 39 巻，pp.779-784, 1995.
7) Tsubaki, R. and Fujita, I.: Stereoscopic measurement of a fluctuating free surface with discontinuities, Meas. Sci. Technol., Vol.16, pp.1894-1902, 2005.
8) 藤田一郎，椿涼太：ステレオ水面計測法と POD を用いた側岸凹部流れの水面振動構造の解析，水工学論文集，第 49 巻，pp.535-540, 2005.
9) 藤田一郎，椿涼太：中小都市河川に設置された側岸凹部構造物の非構造格子有限体積法による影響評価，水工学論文集，Vol.47，pp.523-528，2003.
10) 重枝未玲，秋山寿一郎，浦勝，有田由高：非構造格子を用いた有限体積法に基づく平面二次元洪水流数値モデル，水工学論文集，Vol.45，pp.895-900，2001.
11) 藤田一郎，椿涼太，竹島雄介：側岸凹部を有する開水路流れの水面変動特性に関する研究，応用力学論文集，Vol.7, pp.969-978，2004.
12) 田村幸雄：固有直交関数展開のランダム変動場への応用のすすめ，日本風工学会誌，第 65 号，pp.33-41，1999.
13) 宮本仁志，神田徹：「多重解像度−固有直交関数」の複合展開を用いた開水路凹部流れの階層構造解析，土木学会論文集，No.712 ／ II-60，pp.11-23，2002.
14) Rossiter, J.: Wind-tunnel experiments on the flow over rectangular cavities at subsonic and transonic speeds, Aero. Res. Counc. R& M, No.3438, 1964.

(2005.9.30 受付)