

運動する任意形状物体を含む流れ場の MICSによる数値計算法

NUMERICAL PREDICTION OF FLUID FIELDS WITH ARBITRARY-SHAPED
SOLID BODIES WITH MICS

藤岡 奨¹・牛島 省²

Susumu FUJIOKA and Satoru USHIJIMA

¹ 学生員 京都大学大学院工学研究科 社会基盤工学専攻

² 正会員 工博 京都大学大学院助教授 社会基盤工学専攻 (〒 606-8501 京都市左京区吉田本町)

The numerical prediction method to solve both fluid fields and motion of arbitrary-shaped solid bodies is discussed in this paper. MICS (Multiphase Incompressible flow solver with Collocated grid System), one of the multi-phase flow computation methods, needs some development in the treatment of arbitrary-shaped solid bodies in flow fields. A further development of DEM enable us to predict motion of arbitrary-shaped bodies. In this paper an arbitrary figure, called branch, consists of groups of spheres called stick. The inertial tensor of the stick requires to be known so that the value of branch is easily obtained. For stable computations, the evaluation of contact force needs additional procedure; to distribute contact forces according to contact velocities. Although the procedure contributes to stability to some extent, there seems to be room left to be improved. The validity of evaluation method of fluid forces is confirmed by calculating drag coefficients of a sphere, a cylinder and grids.

KeyWords : MICS, The Distinct Element Method, multi-phase flow, arbitrary-shaped solid bodies

1. はじめに

流木や土石流など水工学の分野で対象とする現象には、接触を伴いながら複雑な運動を行う大スケールの任意形状物体を含む固液混相流れがある。本論文では水工学的に重要なこれらの現象を解析するために、接触を伴いながら運動する任意形状の剛体を含む固液混相流れを取り扱う数値計算法について検討した。

流体と固体の相互作用を考慮した固気液混相流れの数値計算法の一つとしてMICS(Multiphase Incompressible flow solver with Collocated grid System)^{1, 2)}が挙げられる。従来のMICSでは固体として球のみを取り扱って来たが、本論文では個別要素法(The Distinct Element Method, DEM³⁾)を用いて任意形状の剛体の運動を扱った。任意形状の剛体を表現する方法としては、球を複数組み合わせる方法を用いた。剛体の運動は、Eulerの方程式を利用して解析した。

固体に働く力としては流体力と接触力、重力を考慮した。接触力の評価法は接触深さと接触速度から接触力を評価する従来の方法を用いた。計算の安定性を増すために、複数点接触の取り扱いに際しては接触力分配を行った。一方で流体力の評価法が適切であるかど

うかを確認するために各種形状の物体の抗力係数を求めた。最後に、数値計算例としてT字型の物体とV字型の物体が接触を伴いながら運動する様子を解析し、本手法が任意形状の剛体を含む流れ場に適用できる可能性を示した。

2. 任意形状剛体の取り扱い

(1) 形状生成の方法

従来のDEM³⁾においては、固相は球または円として表現されて来た。本研究では球または円を組み合わせ任意形状を表現する方法について考察した。任意形状を球の組合せで表現する場合、単体の球を扱う場合とは異なり、以下の課題が現れる。一つは球の重なり部分が生ずる為に物体の体積の正確な評価法が必要となることである。もう一つは、物体の回転運動を解くために必要な慣性テンソルの正確な評価が必要となることである。

本研究では、比較的簡単に任意形状を表現するために形状生成に際して二段階の手順をとった。まず、球の集合によって円柱等の慣性テンソルの値が理論的に計算しやすい形状を作る。この段階での球の集合を本研究ではstickと呼ぶ。さらに、単純な形状である

stick を任意に組み合わせて任意形状を形作る．この状態での球の集合体を本研究では branch と呼ぶ．stick と branch の例を以下の図-1 に示す．このように，慣性テンソルの値が分かっている stick の組合せで branch を表現することは branch の慣性テンソルが比較的精度良く計算できるという利点がある．

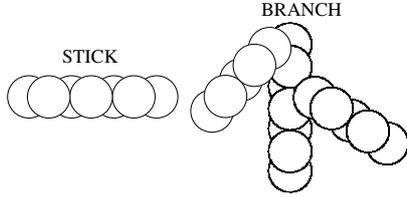


図- 1stick および branch の例

(2) 体積および慣性テンソルの計算法

まず，体積の計算法であるが，これには牛島ら²⁾のサブセル法を用いた．セル分割数は8とした．

次に慣性テンソルの計算法について考察する．半径 r 高さ h の円柱である stick の慣性テンソル $A^p, p = 1, 2, \dots$ は図-2 のように円柱の軸が z 軸と一致する座標系で計算すると次のように表現される． p は stick に関する指標である．

$$A^p = \frac{\pi h r^4}{12} \begin{bmatrix} 3 + \frac{h^2}{r^2} & 0 & 0 \\ 0 & 3 + \frac{h^2}{r^2} & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{bmatrix} \quad (1)$$

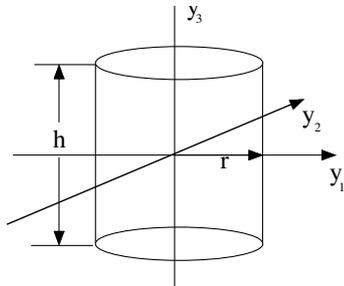


図- 2 円柱としての stick の座標系

次に，複数の stick の組合せによって branch を作る過程を考える．図-3 で G は branch の重心である． G' は branch を構成する stick のうちの一つの重心であり， $\overrightarrow{GG'} = \mathbf{t}$ であるものとする．branch に張り付けられた座標系 \mathbf{y} と stick に張り付けられた座標系 \mathbf{y}' の間には次の関係式がある．

$$\mathbf{y} = \mathbf{t} + B\mathbf{y}' \quad (2)$$

ここで， $B(=\{b_{ij}\})$ は座標系の回転を表す回転行列であり Euler 角 $(\phi, \theta, \psi, 0 \leq \psi, \phi \leq 2\pi, 0 \leq \theta \leq \pi)$ によって表される．本論文では回転行列 B を単位ベクトル $\mathbf{e}_3 = [0, 0, 1]^T$, $\mathbf{e}_2 = [0, 1, 0]^T$ を用いて次のように表現した．

$$B = \exp(\phi R(\mathbf{e}_3)) \exp(\theta R(\mathbf{e}_2)) \exp(\psi R(\mathbf{e}_3)) \quad (3)$$

ただし，stick として円柱を扱う場合は円柱の軸周りに回転しても branch の形状に影響を与えないので $\phi = 0$ と出来る．また， $R(\mathbf{a})$ は写像であり，ベクトル $\mathbf{a} = [a_1, a_2, a_3]^T$ に対して以下で定義される．

$$R(\mathbf{a}) = \begin{bmatrix} 0 & -a_3 & a_2 \\ a_3 & 0 & -a_1 \\ -a_2 & a_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

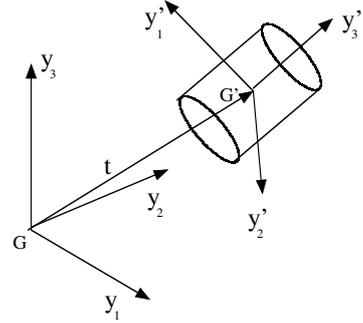


図- 3branch の座標系

\mathbf{y}' 系での慣性テンソルは式 (1) で与えられるので，座標変換して \mathbf{y} 系での慣性テンソルを求める．

$$a_{ij}^p = m^p t_i t_j + b_{im} b_{jn} a_{mn}^p \quad (5)$$

ただし， m^p は p 番目の stick の質量である．よって，branch の座標系での branch の慣性テンソルは次式で近似される．

$$a_{ij}^b = \sum_p m^p t_i^p t_j^p + b_{im}^p b_{jn}^p a_{mn}^p \quad (6)$$

ここで，式 (6) が近似となるのは，stick を複雑に組み合わせる場合では stick 同士の共有する領域が生まれるが，本手法では共有する領域の密度はそのまま足しあわされてしまう可能性があることを指している．stick 同士が共有領域を持たないように形状生成できれば，式 (6) に示される慣性テンソルは理論解となる．

(4) 運動の計算

剛体の運動については，以下の Euler の方程式を用いた．

$$\dot{\Omega} = A^{-1}(g^{-1}(\sum \mathbf{x} \times \mathbf{F}) - R(\Omega)A\Omega) \quad (7)$$

ただし， \mathbf{x}, \mathbf{F} はそれぞれ剛体の重心からはかった作用点の位置ベクトル，剛体に働く接触力である．これらは実空間内でのベクトルであることに注意する． Ω は角速度ベクトル， g は形状空間から実空間へと変換する姿勢行列， A は慣性テンソル，姿勢行列の時間変化には以下の式 (8) を用いた．

$$\dot{g} = gR(\Omega) \quad (8)$$

3. 接触力評価法

(1) 接触判定法

接触判定は branch を構成する球同士の重なりの有無で判定した。従来の DEM と同様に球対球で接触判定すると branch の形状が複雑になる時に接触判定回数が多くなり、計算負荷が大きくなるものと考えられる。そこで、本研究では球のみならず、stick,branch にも仮想的な接触半径を設定することとした。branch,stick の接触判定の段階では接触量そのものよりも接触している可能性を探ることを目的としている。最初の段階では図-4 左側に示されるように branch に設定された接触半径を用いて branch 同士の接触を判定する。branch 同士の接触が確認された場合のみ、図-4 右側に示されるように当該 branch を構成する stick 同士で接触判定を行う。さらに、stick 同士で接触している可能性があるものと判定されたものに限って球同士の接触判定を行う。図-4 右側の例では、物体 A と物体 B の接触判定の作業は stickA2 と stickB1,B2 を構成する球の間のみで行われる。

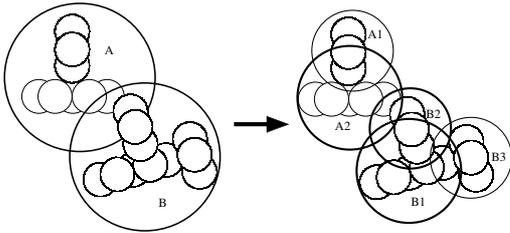


図- 4branch および stick 以下の接触判定

(2) 接触力分配法

接触力評価のモデルには式 (9) に示されるモデルを用いた。

$$\mathbf{f}' = -k_n \mathbf{r} - d_n \mathbf{v} \quad (9)$$

ただし、 k_n, d_n は川口ら⁴⁾を参照した。

複雑な三次元の形状を持つ branch 同士の接触においては、接触点が複数現れる、また回転運動が接触速度に影響するという特徴がある。これらの特徴のために、式 (9) を用いて branch 同士の接触を取り扱うと計算の不安定化を招く場合がある。そこで数値計算の安定性を増すために、これらの 2 点に注目した。

まず、複数点接触の場合には以下に示されるように接触力を分配した。物体 A が物体 B と接触している点の数を M とすると、分配された接触力 $\mathbf{f}^i, (i = 1, 2, \dots, M)$ は式 (10) に示される。

$$\mathbf{f}^i = \frac{|\mathbf{v}^i| \mathbf{f}^i}{\sum_{k=0}^M |\mathbf{v}^k|} \quad (10)$$

式 (10) で、 \mathbf{f}^i は i 番目の接触点で式 (9) によって評価された接触力、 \mathbf{v}^i は i 番目の接触点での接触速度で

表 1 物体の諸元

| | | T 型 | V 型 |
|----|----------------------|----------------|---------------|
| b | ϕ, θ, ψ | 30,90,90 | 120,0,0 |
| | t_1, t_2, t_3 | 0.45,0.30,0.25 | 0.5,0.5,0.65 |
| s1 | N_p | 3 | 3 |
| | ρ | 4.5 | 4.5 |
| | d | 0.25 | 0.25 |
| | ϕ, θ, ψ | 0,0,0 | 0,0,0 |
| | t_1, t_2, t_3 | 0.0,0.0,0.0 | 0.0,0.0,0.0 |
| s2 | N_p | 2 | 3 |
| | ρ | 4.5 | 4.5 |
| | d | 0.25 | 0.25 |
| | ϕ, θ, ψ | 90,0,0 | 90,0,0 |
| | t_1, t_2, t_3 | 0.0,0.25,0.0 | 0.25,0.25,0.0 |

ある。 \mathbf{f}^i は各接触力 \mathbf{f}^i を接触速度の絶対値に応じて比例配分したものとなっているが、これはモデル上接触力の大きさが接触速度の絶対値に比例することから推定したものである。

また、本手法では接触速度に回転による速度は考慮せず物体の並進速度のみを用いることとした。

以下の検証計算では、回転を考慮して接触力を分配した場合 (Case r) および回転を考慮せずに接触力も分配しない場合 (Case m) と本手法を比較検討している。

(3) 検証

以下では、T 字の物体が 45 度に傾いた状態から自由落下し床に当たって跳ね返る様子を計算したときの物体の位置エネルギー、並進運動エネルギー、回転エネルギーの和の時系列を比較した。T 字物体の諸元は表-1 に示されている。ただし初期配置は表-1 と異なり、 $(\phi, \theta, \psi) = (0, 45, 90)$ 、 $(t_1, t_2, t_3) = (0.5, 0.5, 0.5)$ である。時間刻みは 2.0×10^{-3} [s] とした。図-5 で、 E/E_0 は、力学的エネルギーの初期値に対する比の時系列を示している。Case r, Case m 共に、力学的エネルギーが初期値を大きく上回るという非物理的な現象が起り、安定した計算が実現されていないことがわかる。本手法による計算でも、力学的エネルギーが着実に減少しておらず安定しているとは言いがたいが、他のケースと比べて安定していることが分かる。これらの現象は物体がまっすぐの状態から自由落下した場合には起こらないことが確認されているので、異常反発とは違ったものであると考えられる。本手法が、安定な計算を保証するものではないが、本研究では接触力評価法として採用することにした。

4. 流体力評価法

(1) 流体力の評価法

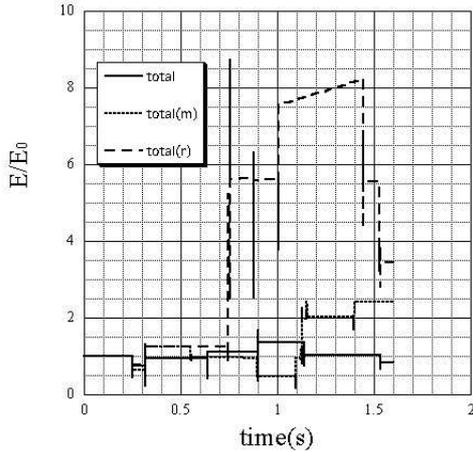


図- 5 力学的エネルギーの時系列

流体力の評価法は牛島ら¹⁾にならった。圧力に関しては剛体内部の全領域で体積分した。Vを剛体の体積とすると、圧力による流体力 \mathbf{F}_p を式(11)で求められる。

$$\mathbf{F}_p = \int_V \nabla p dV \quad (11)$$

粘性力については、その体積が全て剛体内部にあるセルを除いて体積分した。すなわち各セルの剛体占有率を α とすると、以下のようなフィルターをかけた。

$$f = \begin{cases} \alpha & \text{if } 0 \leq \alpha < 1.0 \\ 0 & \text{if } \alpha = 1.0 \end{cases} \quad (12)$$

このフィルター f は、剛体内部では粘性力が0となることから導入した。粘性による流体力 \mathbf{F}_d は式(13)で求められる。

$$\mathbf{F}_d = \int_V f \mu \nabla^2 \mathbf{u} dV \quad (13)$$

式(12)に示されるフィルターは以下の検証問題全てにおいて用いられた。

(2) 検証計算 (抗力係数)

流体力の評価法が妥当であることの検証を行うために各種形状の物体の抗力係数を数値計算し、理論解または実験値と比較した。最初の計算例は文献²⁾でもRe数3000まで検討されているが、球の抗力係数である。計算領域は図-6に示される各辺の長さが $2 \times 1 \times 1$ の直方体領域でx方向の上流端に一定流速 $u(=1.0)$ と $dp/dx = 0$ の境界条件を与えた。また、下流端には $du/dx = 0, p = 0$ を与えた。周囲は全て周期境界条件とした。球の半径は0.15とし、中心は(0.5,0.5,0.5)に固定した。また、圧力の連立一次方程式の誤差のしきい値は 1.0×10^{-10} 、連続式の誤差判定のしきい値は 1.0×10^{-10} とした。ただし、CHSMAC法の反復回数は最大でも100回とし、100回ステップで連続性の誤差がしきい値を下回らなくても次のステップに進むこととした。格子点はRe数50000, 10000, 1000, 100の

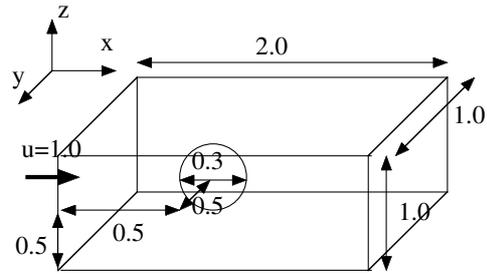


図- 6 計算領域 (球)

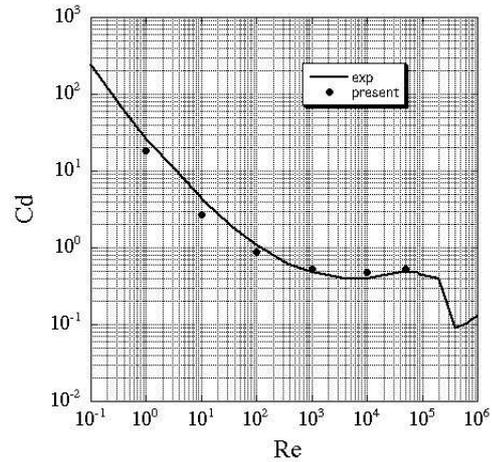


図- 7 球の抗力係数

場合は $80 \times 40 \times 40$ を用い、10, 1の場合は $40 \times 20 \times 20$ を用いた。Re数は動粘性係数の値を変化させて設定した。計算結果を図-7に示す。低Re数から中程度のRe数の領域で実験値⁵⁾に近い計算結果を得ることが出来たが、低レイノルズ数の領域で抗力係数が過小評価されている。

次に無限円柱の抗力係数を数値計算した。計算領域は図-8に示す。計算領域のサイズは球の場合と同様である。円柱の直径は0.3とし(0.5,0.5,0.5)に設置した。円柱は、6個の直径0.3の球を0.15の間隔で直列に並べた形状で模擬した。この場合をCase Aとする。誤差判定のしきい値は、連立一次方程式、連続性の誤差判定共に 1.0×10^{-4} とした。その他の境界条件等は球の場合と同様である。格子点はRe数75000, 50000の場合は $80 \times 40 \times 40$ を用い、その他の場合は $60 \times 30 \times 30$ を用いた。また、12個の球を0.075の間隔で直列に並べた形状でも同様な計算をRe数20000, 10について実施した。この場合をCase Bとする。

Case A, Case Bにおける計算結果を図-9に示す。球の場合と同様に中程度のRe数の領域で実験値⁵⁾に近い計算結果を得ることが出来たが、低レイノルズ数の領域では倍程度の誤差が生じた。また、連結する球の間隔によって計算結果がわずかに異なることも確認された。

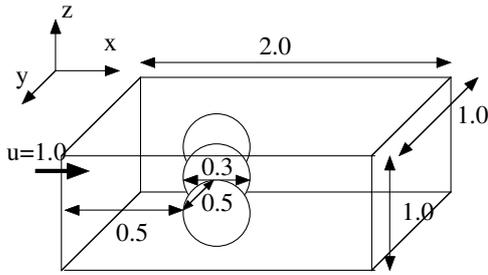


図- 8 計算領域 (円柱)

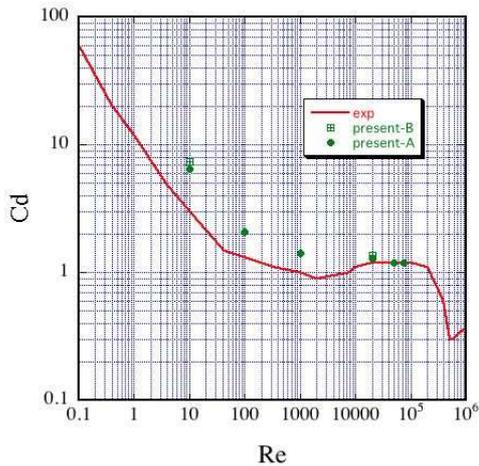


図- 9 円柱の抗力係数

最後に二次元格子の抵抗係数を数値計算した。計算領域は図-10の左側に示す。ただし、 $S=0.4$ のケースについては計算領域は $1 \times 1 \times 1$ としている。 S は面積比 ($\equiv \frac{a}{a+b}$)、 b は平板の間隔である。実験⁶⁾は、格子は台形の形状で縁が鋭くなっている条件で行われている。一方で今回の数値計算では、図-10右側に一例が示されるように球を組み合わせて幅 a 、厚さ d の平板形状を構成したため縁が丸くなっている。 d_0 は平板を構成するために用いた球の直径である。 $S=0.4, 0.6, 0.8$ のケースについて数値計算を行ったが、各ケースにおける主な計算条件を表-2に示す。計算結果を以下に示す。 Re はレイノルズ数 ($\equiv \frac{Va}{(1-S)\nu}$)、 Cd は抗力係数 ($\equiv \frac{\Delta p}{\frac{1}{2}\rho V^2}$) である。ただし Δp は格子前後の圧力差、 V は流入速度である。図-11に示されるように、実験値および理論値⁶⁾と近い値を得ることが出来た。

これらの検証計算の結果、粘性項のほとんど効かない領域では任意形状の剛体に働く流体力の評価法が妥当であることが確認された。一方で粘性が支配的な領域では流体力の評価に比較的大きな誤差が認められた。MICSでは、計算セルにおける物体の体積占有率を用いて固体の流体への影響を考慮しているため、物体の詳細な形状は流れ場に反映されにくいと考えられる。すなわち、球を連結して生成した形状であっても流体計算には概形のみが反映されているので、円柱や平板格子といった問題で実験結果に近い値が得られたもの

表 2 二次元格子の計算条件

| S | 0.4 | 0.6 | 0.8 |
|-------|---------------------------|--------------------------|--------------------------|
| a/d | 20 | 6 | 8 |
| d_0 | 0.02 | 0.1 | 0.1 |
| Grid | $100 \times 20 \times 20$ | $40 \times 20 \times 20$ | $40 \times 20 \times 20$ |
| Re | 6667 | 1500 | 4000 |

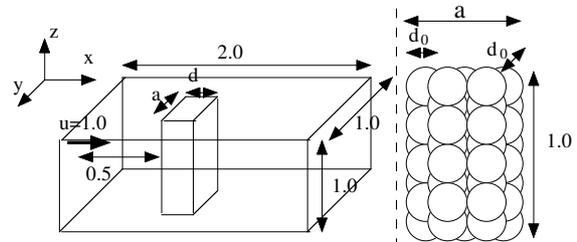


図- 10 計算領域 (格子)

と考えられる。

5. 数値計算例

(1) 計算条件

任意形状物体を含んだ固液混相流の数値計算例として以下の問題を設定した。初期条件では図-12(a)に示されるように一辺 1.0 の立方体内部に V 字型の物体と T 字型の物体が静止している。それぞれの物体の諸元は表-1の通りである。表-1の上から 2,3 行目はそれぞれ各物体の Euler 角、位置の初期値を示している。4-8 行目および 9-13 行目はそれぞれの物体の 1 番目、2 番目の stick の諸元である。 N_p は stick を構成する球の数、 ρ, d は stick を構成する球の密度、直径である。 $\phi, \theta, \psi, \mathbf{t}$ は形状空間内での stick の Euler 角、重心位置である。格子点の数は $15 \times 15 \times 15$ とした。流体計算の時間刻みは 1.0×10^{-3} [s]、個別要素法の時間刻みは 2.0×10^{-3} [s] とし 1.6×10^3 ステップまで計算した。流

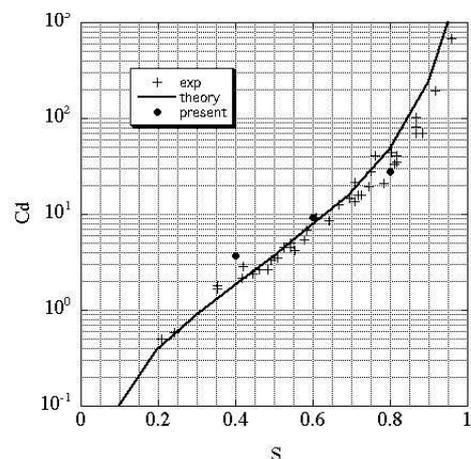


図- 11 格子の抵抗係数

体の動粘性係数は $1.0 \times 10^{-4} [\text{cm}^2/\text{s}]$, 剛体部分の動粘性係数は $1.0 \times 10^{-5} [\text{cm}^2/\text{s}]$, 重力加速度は $9.8 [\text{cm}/\text{s}^2]$ とした. 計算開始とともに重力によって物体が接触を伴いながら沈降し, 複雑な運動を行う.

(2) 計算結果および考察

計算結果を以下の図-12 に示す. 図には物体と流速ベクトルが併記されている. 計算開始から $0.32 [\text{s}]$ の時点では, V字型の物体がT字型の物体の上に沈降する. $0.64 [\text{s}]$ の時点ではV字型の物体がT字型の物体との接触によって右の方へ運動する. このように本手法を用いて任意形状の剛体を含んだ固液混相流の数値計算が行えることが示された.

6. おわりに

本論文では, 任意形状の剛体を含んだ固液混相流の数値計算法について考察した. 個別要素法によって任意形状剛体の接触を伴う運動を扱い, 固液混相流体計算には MICS を用いた. 剛体に働く流体力の評価法の妥当性を検証するために球, 円柱, 格子の抵抗係数を計算して実験値および理論値と比較した. 流体力の評価法が妥当であることが確認された一方で, 接触力の評価法については, 複数点接触の取り扱いに工夫を加えて計算の安定性を増すことができた. しかし, 接触力の評価に回転の運動エネルギーが考慮されていないために剛体運動の計算が破綻することがあるという問題点が残された. 今後は複雑な接触を伴う剛体の運動も安定に取り扱える接触力の評価法について検討する予定である.

参考文献

- 1) 牛島省, 竹村雅樹, 山田修三, 禰津家久: 非圧縮性流体解析に基づく粒子-流体混合系の計算法 (MICS) の提案, 土木学会論文集, No. 740/II-64, pp. 121-130, 2003.
- 2) 牛島省, 山田修三, 藤岡奨, 禰津家久: 3次元自由水面流れによる物体輸送の数値解法 (3D MICS) の提案と適用性の検討, 土木学会論文集 (掲載予定).
- 3) P.A.Cundall, and Strack, O.: A discrete numerical model for granular assemblies, *Geotechnique*, Vol. 29, No. 1, pp. 47-65, 1979.
- 4) 川口寿裕, 田中敏嗣, 辻裕: 離散要素法による流動層の数値シミュレーション (噴流層の場合), 日本機械学会論文集 (B編), Vol. 58, No. 551, pp. 2119-2125, 1992.
- 5) W.Wien, and F.Harms, : Handbuch der Experimentalphysik, Bd.4,2 Teil,1932.
- 6) W.G.Cornell, : Losses in Flow Normal to Plane Screens, *Trans. ASME*, Vol. 80, No. 4, pp. 791-799, 1958.

(2005.9.30 受付)

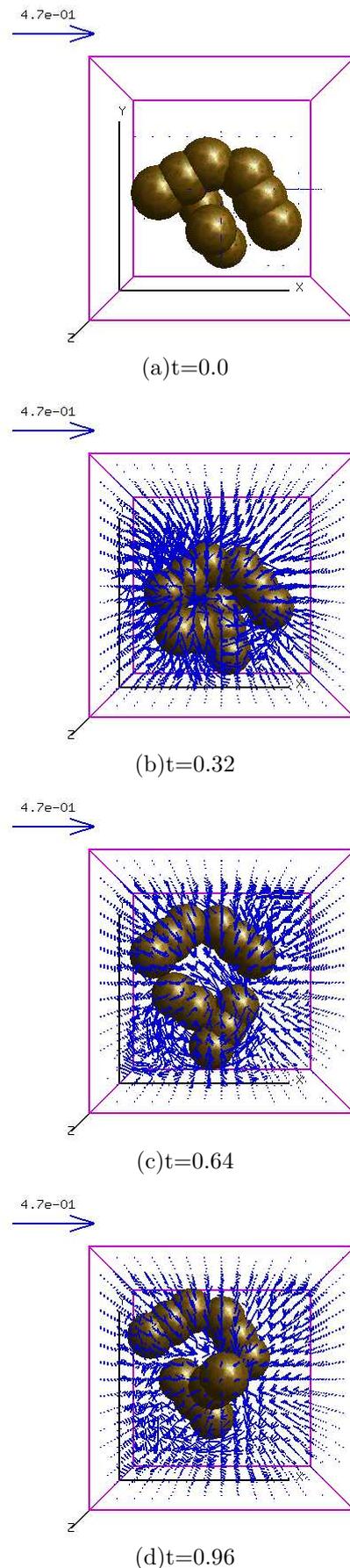


図- 12 数値計算例