

水文データ時間分解能の影響を受けない 貯留関数パラメータ推定の試み

THE ESTIMATION OF PARAMETERS OF DRAIN-STORAGE FUNCTION INVARIANT WITH TEMPORAL RESOLUTION OF HYDROLOGICAL DATA

山本隆広¹・陸旻皎²

Takahiro YAMAMOTO and Minjiao LU

¹学生会員 修士(工学) 長岡技術科学大学大学院 工学研究科 (〒940-2188長岡市上富岡町1603-1)

²正会員 工学博士 長岡技術科学大学助教授 環境・建設系 (〒940-2188長岡市上富岡町1603-1)

The objective of this study is to evaluate the effects of temporal resolution of rainfall on flood runoff analysis. When the temporal resolution of rainfall is lower than the time scale of the catchment, the calibrated model parameters may include the uncertainty caused by the poor temporal resolution. The calibrated parameters may different with the "true value". Rainfall data with different temporal resolution are generated by a random cascade generator. Then, these data are used to investigate the effects of temporal resolution on the model parameters calibration. It is shown that the temporal resolution of the hydrological data has significant effects on flood runoff analysis. Furthermore, a method to eliminate the effects of temporal resolution of hydrological data is proposed. By using this method, their "true values" of the parameters invariant with temporal resolution can be estimated.

Key Words : *temporal resolution, flood runoff analysis, parameter calibration, random cascade model, drainage-storage type runoff model*

1. はじめに

洪水流出解析の不確実性は、i) 観測降雨の時空間分布、ii) モデル構造、iii) モデルパラメータ、iv) 初期値から生じている。過去の実測流量からパラメータを同定する場合はv) 観測流量の不確実性も含まれる。これらの不確実性の原因が明らかになれば、それらの成果をもとに現行のモデルの性能を検証、改良できる。降雨の時間分解能に関する不確実性として、高棹ら¹⁾は対象流域での流出現象がどのような時間スケールで変動するかを把握し、実現象に応じてモデルで用いる時間分解能(基準時間と呼ぶ。)を設定することが必要であることを指摘している。さらに、流量データを周波数データで記述することにより得られるパワースペクトル密度をもとに、各観測所で取るべきサンプリングの時間分解能を導き、基準時間、及び基準時間と流域面積の関係を示した。しかし、現実問題として洪水到達時間が数十分ないしは数時間のような中小河川において、1時間値の実測流量から洪水流出モデルのパラメータを同定する場合、

同定されたパラメータは真値からずれる可能性がある。水文データ時間分解能の不確実性の除去は真の水文特性の理解にとって極めて重要である。その一例として、このような不確実性を除去したパラメータを用いてパラメータの総合化を行うことは有益である。しかし、貯留関数法のモデルパラメータの総合化が多く行われているが、このような不確実性は除去されていない(例えば、馬場ほか²⁾；永井ほか³⁾)。

本研究では貯留関数法が実現象を正確に表現できているものと仮定し、水文データの時間分解能が同定されたパラメータに与える影響について調べ、時間分解能による影響を受けないパラメータの推定法を提案する。様々な時間分解能の、多数の降雨イベントを模擬的に発生させるために、ランダムカスケードモデル(以下、RCMと略記。)を用いる。

2. 手法

(1) 降雨の模擬発生

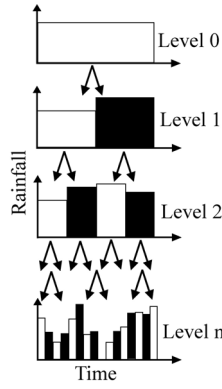


図-1 ダウンスケーリングの概念.

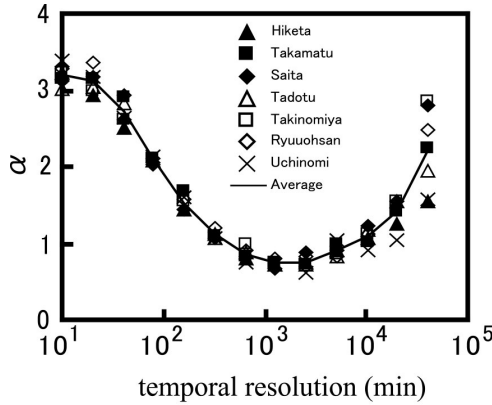


図-3 香川県内のAMeDAS地点のパラメータ α と時間分解能の関係.

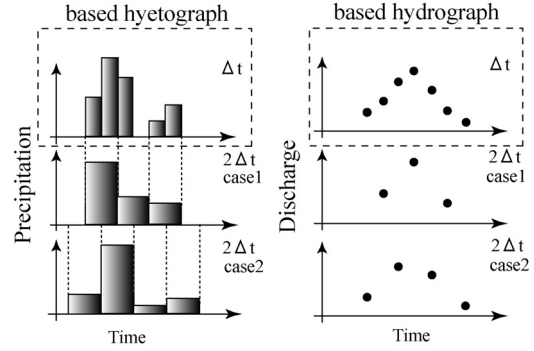


図-2 降雨の束ね方と流量データの抽出.

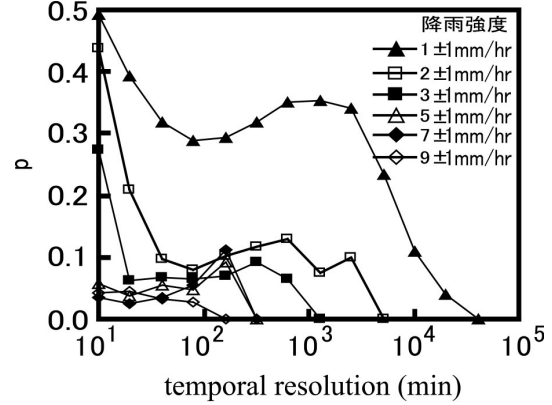


図-4 高松における降雨強度ごとのパラメータ p と時間分解能の関係.

RCMにより日降雨量300mmからダウンスケーリングを行い1.40625分間隔のハイトグラフを 10^4 個模擬的に発生させ、このハイトグラフ群を基準ハイトグラフ群と呼ぶことにする。ダウンスケーリングの概念を図-1に示した。この基準ハイトグラフから11.25分, 33.75分, ..., 191.25分間隔のハイトグラフをアップスケーリングすることにより作成する。但し、時間分解能を粗くするときに降雨の束ね方は N 通りあり、次式のように表現される。

$$N = \frac{TR}{TR_0} \quad (1)$$

TR_0 は基準時間分解能（本研究では $TR_0=1.40625$ 分）、 TR は TR_0 の整数倍の時間分解能である。例えば時間分解能が2.8125分の場合、図-2に示すように降雨の束ね方は2通り存在する。本研究ではこの束ね方をランダムに決定した。

降雨量のフラクタル性に注目したRCMはSchertzer and Lovejoy⁴⁾, Gupta and Waymire⁵⁾, Over and Gupta⁶⁾などにより検討されてきた。降雨の時間分布特性については、Olsson⁷⁾が1分雨量を用いてRCMの実用性を確認した。図-1に示すように、RCMは初期領域 L_0 （レベル0）に雨量 R_0 を割り当て、分割レベルごとに領域を b 分割（本研

究では $b=2$ ）して雨量を割り当てていくモデルである。分割レベル n におけるサブ領域の長さは

$$L_n = L_0 / b^n \quad (2)$$

となり、 i 番目のサブ領域の雨量 $R_{n,i}$ は

$$R_{n,i} = R_0 \prod_{j=1}^n X_{j,i} \quad (3)$$

となり、降雨強度 $I_{n,i}$ は

$$I_{n,i} = R_{n,i} / L_n \quad (4)$$

となる。 X はカスケードジェネレータと呼ばれる各領域に雨量を割り当てる重みであり、降雨の統計特性に従って発生させられる。本研究では、陸・山本⁸⁾のカスケードジェネレータを採用した。カスケードジェネレータの確率密度分布は以下の式で表される。

$$f(x) = p\delta(x) + p\delta(1-x) + \frac{1-2p}{\beta(\alpha, \alpha)} [x(1-x)]^{\alpha-1} \quad (5)$$

ここで、 δ はデルタ関数で、 β はベータ関数である。 p と α はパラメータである。このカスケードジェネレータは各レベルにおいて雨量を保存する微正規性（microcanonical property）を有する。ある雨量 R を次のレベルにおける2個の雨量に割り当てるときに、前半に

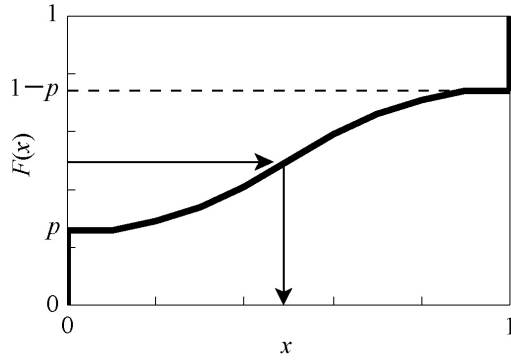


図-5 カスケードジェネレータの概念.

割り当てる割合を x_1 、後半に割り当てる割合を x_2 とすると下式が成り立つ.

$$x_1 + x_2 = 1 \quad (6)$$

2つに分けられる雨量を R_1 , R_2 とすると,

$$R_1 = x_1 R \quad (7)$$

$$R_2 = x_2 R = (1 - x_1) R \quad (8)$$

と表される. 実際には x_1 を発生させれば良い. パラメータ p と α は雨量時系列の不連続性と均一性を表す. p が大きくなればなるほど雨量時系列が不連続になり, 雨量が一部の領域に集中する. また α が大きくなればなるほど, $x=0.5$ 付近に x が集中し, 雨量時系列が均一になる. これらのパラメータは実際の降雨データを用いて求めることができる. 陸・山本⁸⁾はパラメータ α を香川県内の AMeDAS 観測10分間値の降水データから図-3のように推定している. 本研究では香川県内におけるすべての AMeDAS 観測所の平均的な値をモデルパラメータとして設定する. 但し, RCMにより日降雨量から1.40625分間隔のハイトグラフを発生させるために, 時間分解能10分未満のパラメータ α は図-3の時間分解能10分と20分の間の直線をそのまま直線的に伸ばして推定した. パラメータ p は時間分解能と降雨強度に依存し, 図-4のように降雨強度が大きい場合は p が小さくなる. 本研究ではその極限を考えて, $p=0$ とした.

実際にハイトグラフを発生させるために, 0から1までの一様乱数 y を発生させ, モデルパラメータ α と p から得られる分布関数 $F(x)$

$$F(x) = \int_0^x f(x) dx \quad (9)$$

の逆関数 $F^{-1}(y)$ を用いて, 前半に降雨を割り当てる割合 x_1 を算出することができる. 図-5は計算の概要を示している. このモデルを用いて, 日降雨量のパラメータを用いて12時間雨量を, そして12時間雨量のパラメータを

用いて6時間雨量を順次発生させていき, 最後に1.40625分雨量のハイトグラフを得る.

(2) 基準ハイドログラフ

次に, 基準ハイトグラフを貯留関数法に入力してハイドログラフを計算する. 本研究ではこのハイドログラフを基準ハイドログラフと呼ぶことにする. 貯留関数法は以下のタイプを用いた.

$$r_e(t) = \begin{cases} f_1 r(t) & (R_{sa} > \sum r(t)) \\ r(t) & (R_{sa} < \sum r(t)) \end{cases} \quad (10)$$

$$\frac{ds(t)}{dt} = r_e(t - TL) - q(t) \quad (11)$$

$$s(t) = Kq(t)^P \quad (12)$$

(10)式は観測降雨 $r(t)$ から有効降雨 $r_e(t)$ を算定する式である. 但し, 本研究では簡単でかつ, 流域応答に注目するため飽和降雨 $R_{sa}=0(\text{mm})$ とする. (11)式は連続の式であり $s(t)$ は貯留高, $q(t)$ は直接流出高を表している. 遅滞時間 TL は本研究において影響のないパラメータであるため, $TL=0(\text{h})$ とする. (12)式は貯留式であり, K と P はパラメータである. 従って, 本研究では5個のパラメータのうち, K と P の2個のパラメータのみを考慮する. 永井ら³⁾は貯留関数法と *kinematic wave* モデルを対応づけることにより, $P=0.6(=\text{const.})$, K は流域ファクターによって決まるパラメータであることを示した. 本研究ではそれを参考にして $P_0=0.6$ で固定して, $K_0=5, 10, 15, 20, 25(\text{mm}^{-1} \cdot \text{h}^P)$ の場合について検討する. K_0 , P_0 は基準ハイドログラフ算定のために用いたパラメータで, 任意の時間分解能において同定したパラメータと区別するために用いた.

(3) パラメータ K の同定方法

ある時間分解能 TR のハイトグラフと, 基準ハイドログラフからそのハイトグラフの時間分解能に合うように流量データを抽出した模擬的な観測ハイドログラフ (図-2) を用いてパラメータ K を同定する. これ以降, このハイドログラフを単に観測ハイドログラフと呼ぶことにする. K の推定方法には観測貯留高と計算貯留高を対数に取り, 次式のように線型の最小二乗法を用いる.

$$\sum [\ln s - (\ln K + p \ln q)]^2 \rightarrow \min. \quad (13)$$

従って, 次式により K が同定される.

$$K = \exp \left[\frac{\sum \ln s - p \sum \ln q}{n} \right] \quad (14)$$

但し, 洪水流出解析ではピーク流出高が重要であること

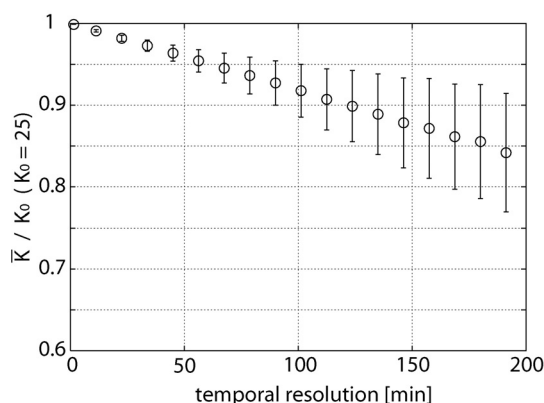


図-6 同定されたパラメータの平均値 $\bar{K}$ と時間分解能の関係 ($K_0=25$) .

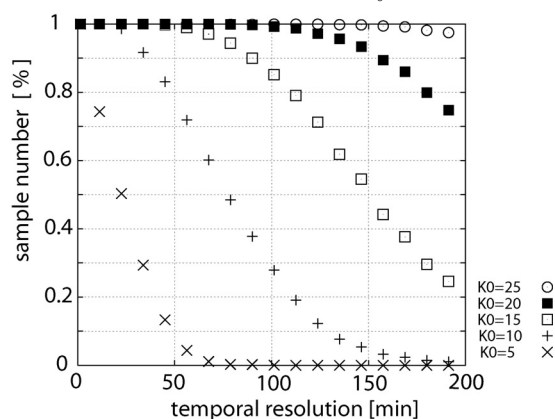


図-8 同定されたパラメータ個数と時間分解能の関係.

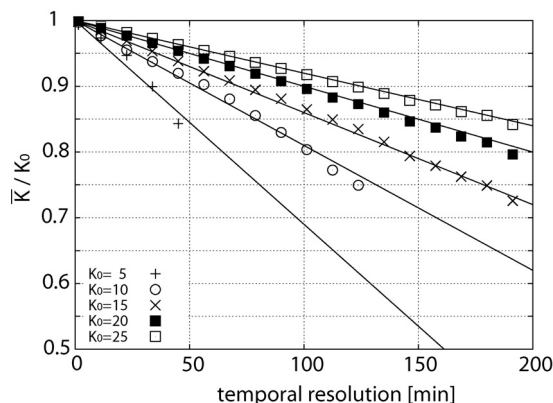


図-7 同定されたパラメータの平均値 $\bar{K}$ と時間分解能の関係.

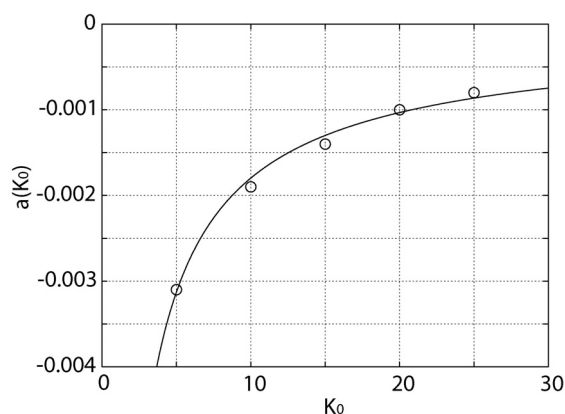


図-9 K_0 と a の関係.

を鑑み、観測流出高 q を降順に並び替え、上位50%のデータを用いる。また、観測ハイドログラフは基準ハイドログラフからデータを抜き取っているため時間分解能が大きくなると水収支が合わなくなり、 s が負になる可能性がある。そのような場合、パラメータ同定は行わないものとする。同定されたパラメータの観測ハイドログラフに対する再現性をNash and Sutcliffe⁹⁾の効率係数（以下、NS係数と呼ぶ。）を用いて評価する。NS係数が0.8以上であれば再現性が良好であると判断されることが多い。しかし、本研究のような理想的な条件のもとで同定したパラメータのNS係数は非常に高くなることが期待される。そこで、同定されたパラメータのNS係数が0.9以下であれば、そのパラメータは以降の解析に用いないことにする。さらに、すべての洪水イベント（本研究では 10^4 個）の中から解析に用いることができるサンプル数が10%未満になった場合、それ以降の時間分解能のパラメータは用いないことにする。

3. 結果と考察

（1）時間分解能と同定されたパラメータの関係

表-1 回帰式の傾きと相関係数.

	$K_0=25$	$K_0=20$	$K_0=15$	$K_0=10$	$K_0=5$
$a(K_0)$	-0.0008	-0.0010	-0.0014	-0.0019	-0.0031
correlation	0.9996	0.9994	0.9977	0.9914	0.9552

図-6は $K_0=25$ の場合の時間分解能と同定されたパラメータの平均値 $\bar{K}$ との関係を示している。但し、 $\bar{K}$ を K_0 で除し、基準時間分解能において $\bar{K} / K_0$ が1になるように正規化している。また、エラーバーは正規化したパラメータの標準偏差を示している。この図より時間分解能が大きくなるに従って $\bar{K}$ は減少していることが分かる。異なる時間分解能のハイドログラフで、同じ流出パラメータを用いて流出解析を行った場合、より粗い時間分解能のハイドログラフを用いると平滑化作用によりピーク流量が小さくなると考えられる。従って、この平滑化作用を打ち消すために同定された K の値が K_0 よりも小さくなっている。また、時間分解能が大きくなるに従って K の分散が大きくなっていることが分かる。これは流域水文現象の時間スケールにあった時間分解能の水文データを用いなければ、個々の洪水イベントにおいて同定されたパラメータが大きく変動することを意味している。

図-7は $K_0=5, 10, 15, 20, 25$ の場合の時間分解能と

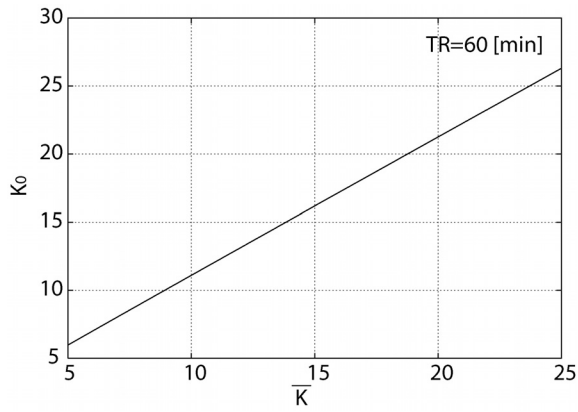


図-10 時間分解能が60分における $\bar{K}$ と K_0 の関係。

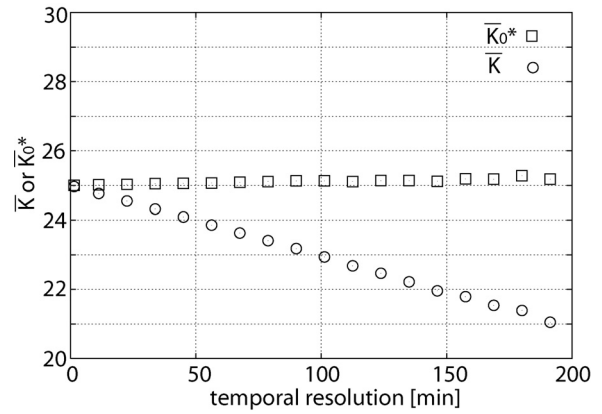


図-11 同定されたパラメータ K から K_0 の推定 ($K_0=25$) .

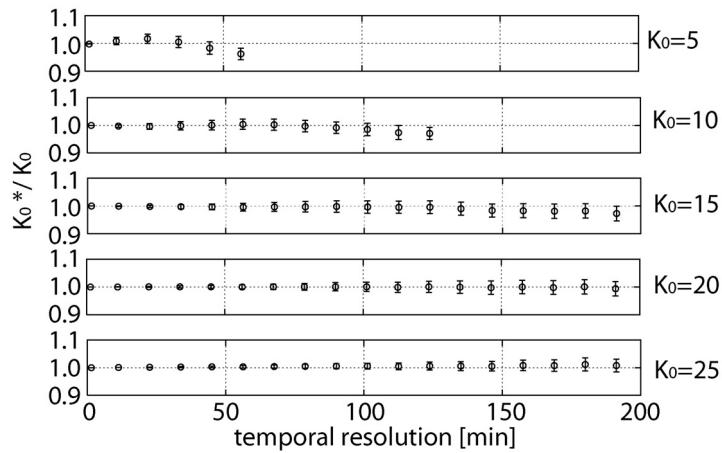


図-12 K_0 による K_0^* の変動 ($n=10$) .

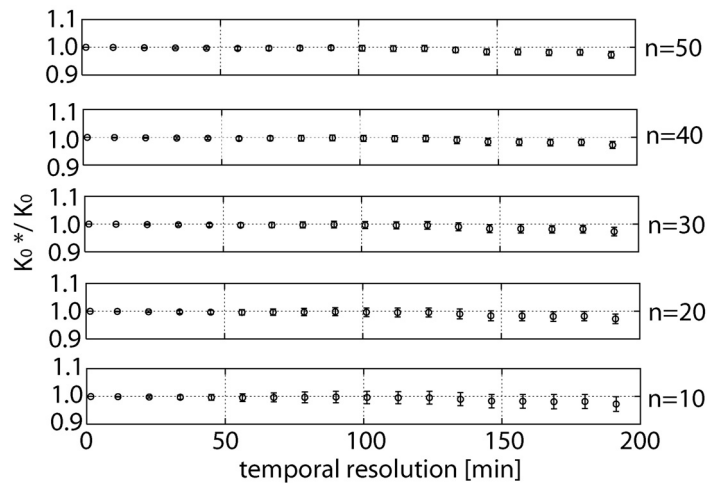


図-13 洪水イベント数による K_0^* の変動 ($K_0=15$) .

$\bar{K}$ との関係を示している。 $\bar{K}$ がプロットされていないところがあるのは図-8で示したように同定されたパラメータ数が10%未満だからである。図-7より、 $\bar{K}$ と時間分解能の関係は線型関係であり、 K_0 が小さくなるに従ってその傾きが大きくなっていることが分かる。永井ら³⁾は流域面積が300km²以下の山地河川流域で得た結果を重視して、流域面積 A (km²) と K (mm-h単位) の関係を次

式のように示している。

$$K = 5.5A^{0.14} \quad (15)$$

参考値として、本研究で検討しているパラメータ K_0 を(15)式に代入すると、 $K_0=5, 10, 15, 20, 25$ はそれぞれ $A=0.5, 70, 1300, 10^5, 5 \times 10^5$ (km²) 程度になる。流域面積が小さくなるほど、言い換えれば流域応答が速いほど

傾きが大きくなっていることを表していることになる。
図-7の直線は最小二乗法によって得られた回帰式であり、次式のように表現される。

$$\frac{\bar{K}}{K_0} = a(K_0)TR + 1 \quad (16)$$

表-1にそれぞれの a 値と相関係数を示しており、よく適合していることが分かる。上式の傾き a は K_0 によって変化するパラメータで、図-9に K_0 と a の関係を示した。図中の実線はデータに次式をあてはめたものであり、パラメータ b と c を試行錯誤的に決定した結果、 $b=0.0037$ 、 $c=0.8$ であった。

$$a(K_0) = -\left(\frac{b}{K_0}\right)^c \quad (17)$$

(16)式に(17)式を代入すると次式のような非線型方程式が得られる。

$$\frac{\bar{K}}{K_0} = -\left(\frac{b}{K_0}\right)^c TR + 1 \quad (18)$$

上式を解けば時間分解能による影響を受けないパラメータ K_0 を推定することができる。実務では主に1時間の降雨と流量データを用いて洪水流出解析が行われている。そこで、 $TR=60$ 分とした場合の $\bar{K}$ と K_0 の関係を図-10に示した。複数の洪水イベントから同定されたパラメータの平均値 $\bar{K}$ から図-10を用いて時間分解能による影響を受けないパラメータを推定することができる。

(2) 同定されたパラメータ K から K_0 の推定

n 個の洪水イベントから時間分解能 TR の水文データを用いてそれぞれのパラメータ K が同定された場合を考える。同定されたパラメータ K の平均値 $\bar{K}$ を求めることで、(18)式から K_0 を推定できる。これ以降、推定した K_0 を K_0^* と記すことにする。図-11は $n=10$ 、 $K_0=25$ の場合に推定したパラメータ K_0^* が K_0 とどの程度一致するのかを示したものである。この図から水文データ時間分解能の不確実性が貯留関数パラメータに与える影響が大きいことが分かる。また、 $\bar{K}$ から K_0 をよく推定できていることが分かる。これは真のパラメータを推定できることを示している。図-12は $n=10$ の場合に推定したパラメータ K_0^* が K_0 とどの程度一致するのかを示したものであり、 K_0^*/K_0 が1に近いほど良い。エラーバーは標準偏差である。推定したパラメータ K_0^* の平均値の誤差が10%以内であり、よく K_0 を推定できていることが分かる。また、時間分解能が大きくなるに従って標準偏差が大きくなっている。同じ時間分解能においては K_0 が小さくなるほど標準偏差が大きくなっている。次に、 $K_0=15$ で固定し、 $n=10, 20, 30, 40, 50$ としたときの場合を図-13に示した。この図より、洪水イベント数 n が多いほど、標準偏

差が小さくなっていることが分かる。洪水イベント数 n が10個の洪水流出解析での誤差が10%以内である。

4. まとめ

本研究では水文データの時間分解能が同定したパラメータに与える影響について調べた。その結果、同定されたパラメータは時間分解能の影響を大きく受けることが明らかになった。さらに、同定されたパラメータから時間分解能による影響を受けないパラメータの推定法を提案した。この推定法は複数の洪水イベントから時間分解能による影響を受けないパラメータをよく表現できることが示された。

謝辞：本研究は一部「科学研究費補助金 萌芽研究（課題番号16656147）」の支援を受けた。また、本研究は一部「河川環境整備財団」の支援を受けた。ここに記して謝意を表する。

参考文献

- 1) 高埴琢馬・椎葉充晴・立川康人・藤田暁・ニルパナ：流出現象の時間スケールに関する研究，京都大学防災研究所年報，第38号，B-2，pp. 381-394，1995。
- 2) 馬場仁志・星清・橋本織秀：損失機構を組み合わせた貯留関数モデルの総合化，水工学論文集，第43巻，pp. 1085-1090，1999。
- 3) 永井明博・角屋睦・杉山博信・鈴木克英：貯留関数法の総合化，京都大学防災研究所年報，第25号，B-2，pp. 207-220，1982。
- 4) Schertzer, D. and S. Lovejoy : Physical modeling and analysis of rain and clouds by anisotropic scaling multiplicative processes., Journal of Geophysical Research, 92, pp. 9693-9714, 1987.
- 5) Gupta, Vijay K. and Edward C. Waymire : A statistical analysis of mesoscale rainfall as a random cascade, Journal of Applied Meteorology, 32, pp. 251-267, 1993.
- 6) Over, Thomas M. and Vijay K. Gupta : A space-time theory of mesoscale rainfall using random cascades, Journal of Geophysical Research, 101(D21), pp. 26319-26331, 1996.
- 7) Olsson, Jonas : Evaluation of a scaling cascade model for temporal rainfall disaggregation : Hydrology and Earth System Sciences, 2(1), pp. 19-30, 1998.
- 8) 陸旻皎・山本隆広：ランダムカスケードモデルの基本高水流量算定への応用可能性について，水文・水資源学会誌，Vol. 18, No. 2, pp. 132-139, 2005.
- 9) Nash, J. E. and J. V. Sutcliffe : River flow forecasting through conceptual models. Part I - A discussion of principles, Journal Hydrology, 10, pp.282-290, 1970.

(2005. 9. 30受付)