

Boid 型魚群行動モデルに基づく数値魚道の開発

DEVELOPMENT OF NUMERICAL FISHWAY BY FISH-SCHOOL BOIDS

橋本麻未¹・後藤仁志²・原田英治³・酒井哲郎⁴

Mami HASHIMOTO, Hitoshi GOTOH, Eiji HARADA and Tetsuo SAKAI

¹ 学生会員 京都大学大学院修士課程 都市環境工学専攻 (〒 606-8501 京都市左京区吉田本町)

² 正会員 工博 京都大学助教授 工学研究科都市環境工学専攻 (〒 606-8501 京都市左京区吉田本町)

³ 正会員 工博 豊田工業高等専門学校講師 環境都市工学科 (〒 471-8525 愛知県豊田市栄生町 2-1)

⁴ フェロー 工博 京都大学教授 工学研究科都市環境工学専攻 (〒 606-8501 京都市左京区吉田本町)

Fishway is constructed to keep the migration of anadromous fishes, which are often prevented by the river structures, such as weir and dam. In the design of fishway, wide-range distribution of flow velocity is important, to help fishes, which choose their cruising speed and dashing speed with feeling strength of neighboring flow velocity. To simulate fish behavior in fishway, the individual based characteristics including the interaction with neighbors is the key factor. To describe this, the fish-school Boid, or individual based model, is developed herein. The numerical fishway is proposed by combining this fish-school Boid with the 2D-Raynolds-equation based flow simulation. Time dependent characteristics of the migration of fish school is virtually demonstrated by the CG-based animation.

Key Words: fishway, fish school, Boid, individual based model, 2D-Raynolds equation

1. はじめに

堰等の河川横断型水理構造物周辺では、魚類の回遊行動を保障するために魚道が設けられることが多い。魚道の設計に際しては、対象地点の水理条件下で魚道内の流速分布特性を推定し、対象魚の遊泳速度を勘案すれば、遡上の可否の概略的な推定は可能である。魚道の流速場としては、魚が巡航速度と突進速度を使い分けて遡上できるような高流速部と低流速部の混在状態が望ましいと言われるが、魚類の遡上行動は単純ではなく、複雑な魚道内流速場をどのように遊泳して遡上するのか推定するのは容易ではない。さらに、魚道周辺では群れ行動の存在が遡上行動に影響を与えるとの指摘もあり¹⁾、単一魚の運動能力の評価のみでは、遡上行動の予測には必ずしも充分とは言えない。

このような魚群行動のダイナミックスの重要性は、魚類生息環境評価(いわゆる PHABSIM)において指摘され、Individual Based Model(個体ベースモデル)²⁾が導入された。石川ら³⁾は、ウグイの魚群行動特性を行動観察に基づく Individual Based Model で記

述したシミュレーションツールを提案している。また、大橋・清水⁴⁾は、巡航速度と突進速度の切り替えを陽に考慮し、水理計算(浅水流解析)による流速場中での魚道内遡上過程のシミュレーションモデルを提案した。

石川らのモデルでは、いわゆる鳥の雁行モデルとして著名な Reynolds⁵⁾ 型の Boid をベースとした魚群行動の記述が行われているが、流速場の評価は実験に依存している。一方、大橋・清水は、水理計算に基づき流速場を評価しているが、単一魚を対象としており、魚群行動を考慮していない。このような既往の研究の現状に鑑みると、魚道の水理特性と魚群行動の両者を考慮できる数値モデルの構築が急務と言える。この種のモデルは、魚道形状の詳細の変更とそれに対応した魚群遡上行動の変化をビジュアルに表現する VR(virtual reality) として、魚道設計にも有用なツールとなるだろう。そこで、本研究では、流れ場の数値シミュレーションに Boid 型魚群行動モデルを融合した数値魚道の開発を行う。

2. 流れ場のモデル

一般に、魚道内流れでは3次元性が重要となるが、ストリーム型の魚道の中には、粗石付き斜路など幅広・低水深のものも存在する。ここでは数値魚道の手始めとして、流れ場の取り扱いが簡便な平面2次元流れが卓越する場を選択する。基礎式は、連続式と運動方程式

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial hU}{\partial x} + \frac{\partial hV}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial hU}{\partial t} + \frac{\partial hU^2}{\partial x} + \frac{\partial hUV}{\partial y} = & -gh \frac{\partial z_s}{\partial x} - \frac{\tau_{bx}}{\rho} \\ & + \frac{\partial}{\partial x} \left(2D_h h \frac{\partial U}{\partial x} - \frac{2}{3} kh \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ D_h h \left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right) \right\} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial hV}{\partial t} + \frac{\partial hUV}{\partial x} + \frac{\partial hV^2}{\partial y} = & -gh \frac{\partial z_s}{\partial y} - \frac{\tau_{by}}{\rho} \\ & + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ D_h h \left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left(2D_h h \frac{\partial V}{\partial y} - \frac{2}{3} kh \right) \end{aligned} \quad (3)$$

である。ここに、 t : 時間、 (x, y) : 空間座標、 (U, V) : 流速の x, y 成分、 g : 重力加速度、 h : 水深、 ρ : 水の密度、 z_s : 基準面からの水位、 (τ_{bx}, τ_{by}) : 底面せん断応力の x, y 成分、 D_h : 渦動粘性係数、 k : 乱れエネルギーの水深平均である。水深平均乱れエネルギーは、

$$k = 2.07u_*^2 \quad (4)$$

によって摩擦速度 u_* と関係付けて評価し、底面せん断応力は Manning 則を用いて、

$$\tau_{bx} = \frac{\rho g n^2 U \sqrt{U^2 + V^2}}{h^{1/3}} ; \quad \tau_{by} = \frac{\rho g n^2 V \sqrt{U^2 + V^2}}{h^{1/3}} \quad (5)$$

と与える。ここに、 n : Manning の粗度係数である。計算は、長田⁶⁾による Fortran コード(スタガード格子; 有限体積法; 移流項に1次精度の風上差分、時間積分に Adams-Bashforth 法を適用)に基づいて実施した。図-1に示す数値魚道において、上流端単位幅流量 $q = 0.15 \text{ m}^2/\text{s}$ 、下流端水位 $h = 0.367 \text{ m}$ の水理条件を対象とした。Manning の粗度係数は、0.014、計算格子間隔 0.25m、計算時間間隔 $\Delta t = 0.005 \text{ s}$ で、18,000 ステップ (90.0 s) を計算し、十分に発達した流れ場を得た。

3. Boid 型魚群行動モデル

Boid(Birdoid すなわち『鳥もどき』の省略語)は、鳥の雁行モデルとして Reynolds⁵⁾ によって提案された群れ行動モデルである。Boid では、1) Separation(衝突回避)、2) Alignment(整列)、3) Cohesion(向心運動)の3つの基本規則(図-2参照)が導入され、群れの自律的構造が表現される。衝突回避は、近接する個体(Boid)同士が相互に衝突を回

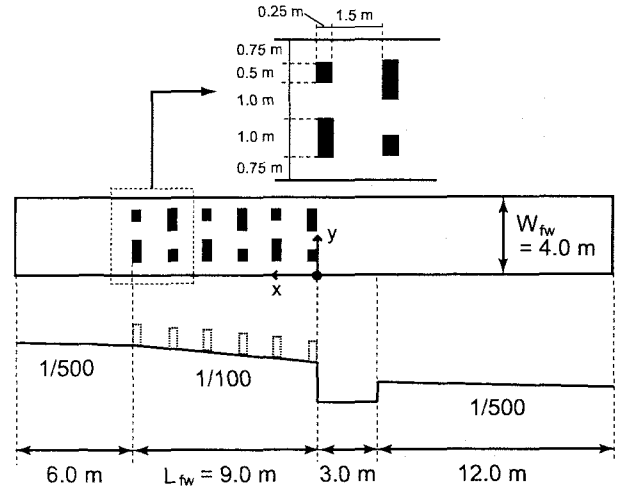


図-1 数値魚道の緒元

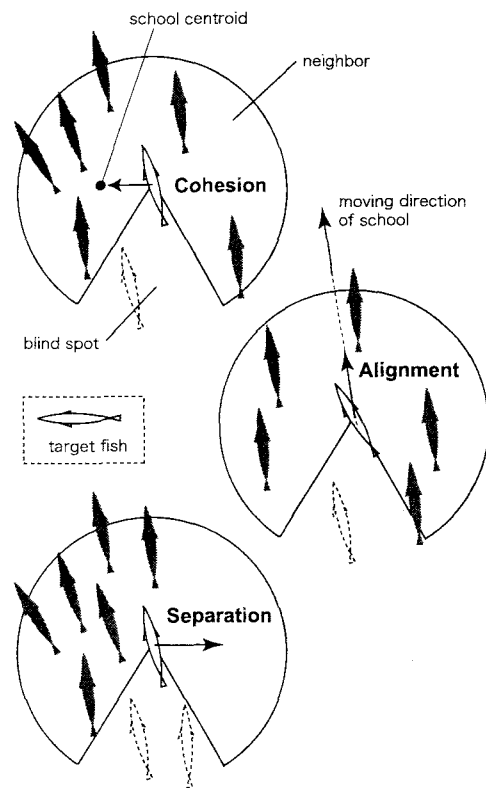


図-2 Boid の3つの基本規則

避するように運動方向を定める規則である。整列は、近接する個体との移動方向を合わせる規則である。向心運動は、個々の個体が群れの中心に向かって移動しようとする規則で、整列とともに群れ行動の維持を担っている。

本研究では、Reynolds が導入した 1) 衝突回避、2) 整列、3) 向心運動に加えて、4) 遡上指向(流れを遡ろうとする行動)、5) 慣性効果、6) 魚の遊泳速度特性(巡航速度と突進速度の使い分け; 魚の遊泳に関する第2定理¹⁾)、7) 気紛れ行動(個体行動のランダム性)を行動規則として考慮する。これら以外に、

魚の受動的移動を規定するのが 8) 周囲流速 (流体抗力) による移流である。

ここでは、1)～5) および 7) を移動方向を規定する要因として扱い、6) および 8) を移動速度の大きさを規定する要因として想定する。Boid は個体相互作用モデルであるから、個体を中心とする影響域 (ここでは、円) を想定する。個体の認識が主として視覚に依存すると仮定して、原則として視野範囲内の他の個体からの影響のみを考慮する。

衝突回避ベクトルは、

$$\mathbf{r}_i^{ca} = \frac{\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_{nei}}{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_{nei}|} \quad (6)$$

と書ける。ここに、 $\mathbf{r}_i$: boid i の位置ベクトル、 $\mathbf{r}_{nei}$: 半径 r_{ca} の影響域内で個体 i に一番近い個体の位置ベクトルである (衝突回避においてのみ視野範囲を考慮しない)。整列ベクトルについては、

$$\mathbf{r}_i^{vmd} = \sum_{j \neq i} \frac{\mathbf{r}_j}{|\mathbf{r}_j|} w(|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|) \quad ; \quad r_e = r_e^{vmd} \quad (7)$$

$$w(r) = \begin{cases} 1/N_w & (0 < r \leq r_e \quad ; \quad \cos \alpha_{ij} > -0.5) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (8)$$

$$N_w = \sum_{j \neq i} w(|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|) \quad ; \quad \cos \alpha_{ij} = \frac{\mathbf{r}_i \cdot (\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i)}{|\mathbf{r}_i| |\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|} \quad (9)$$

と表現する ($w(r)$: 重み関数)。ここに、 N_w : 影響域内の他の Boid 数、 α_{ij} : 視角である。向心運動ベクトルは群れの重心 $\mathbf{r}_g$ に向かうと定義し、

$$\mathbf{r}_i^{fc} = \frac{\mathbf{r}_g - \mathbf{r}_i}{|\mathbf{r}_g - \mathbf{r}_i|} w_{rand}(t) \quad ; \quad \mathbf{r}_g = \frac{1}{N_w} \sum_{j \neq i} \mathbf{r}_j \quad ; \quad r_e = r_e^{fc} \quad (10)$$

$$w_{rand}(t) = \begin{cases} 1 & (\xi_{rcap}(t) > 0.9) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (11)$$

と表現する。式中の重み関数 $w_{rand}(t)$ は、群れから離れようとする気紛れ行動の発生を表現するためのもので、10% の割合で個々の Boid が群れに従わない事象が発生するように設定した (ξ_{rcap} : 一様乱数)。また、慣性 (現在の運動方向を維持しようとする作用) ベクトルは、1 ステップ前の個体の運動方向ベクトルと定義して、

$$\mathbf{r}_i^{ine}(t) = \mathbf{r}_i^{unit}(t - \Delta t) \quad (12)$$

と表現し ($\mathbf{r}_i^{unit}$: Boid i の移動方向を規定する単位ベクトル、式 (15) で定義)、遡上指向ベクトルは、個体近傍の局所流速と逆向きに定義して、

$$\mathbf{r}_i^{ns} = - \frac{\sum_{j \in G_{nn}} w_{flow}(r) \mathbf{V}(\mathbf{r}_j)}{\left| \sum_{j \in G_{nn}} w_{flow}(r) \mathbf{V}(\mathbf{r}_j) \right|} \quad ; \quad w_{flow}(r) = \frac{1}{r \sum_{j \in G_{nn}} \frac{1}{r}} \quad (13)$$

と表現する。ここに、 G_{nn} : 個体を含む流体セルを構成する格子点の集合、 $\mathbf{V}$: 格子点上の流速ベクトルである。Boid は Lagrange モデルであり、流れ場の

計算は標準的な Euler モデルであるので、個体近傍流速の評価に内挿補間が必要となる。最後に、気紛れ行動ベクトル (移動方向の擾乱) は、

$$\mathbf{r}_i^{rand} = \begin{pmatrix} 2\xi_{rx}(t)-1 \\ 2\xi_{ry}(t)-1 \end{pmatrix} w_{rand}(t) \quad (14)$$

と表現する (ξ_{rx}, ξ_{ry} : 一様乱数)。式中には、重み関数 $w_{rand}(t)$ を導入し、群れに従わない事象と移動方向の擾乱の付与が同時に発生するようにした。

以上の様に記述される各移動方向ベクトルを重み付き平均して、個体の移動方向ベクトルを、

$$\mathbf{r}_i^{unit} = \frac{c_{ca} \mathbf{r}_i^{ca} + c_{vmd} \mathbf{r}_i^{vmd} + c_{fc} \mathbf{r}_i^{fc} + c_{ine} \mathbf{r}_i^{ine} + c_{ns} \mathbf{r}_i^{ns} + c_{rand} \mathbf{r}_i^{rand}}{|c_{ca} \mathbf{r}_i^{ca} + c_{vmd} \mathbf{r}_i^{vmd} + c_{fc} \mathbf{r}_i^{fc} + c_{ine} \mathbf{r}_i^{ine} + c_{ns} \mathbf{r}_i^{ns} + c_{rand} \mathbf{r}_i^{rand}|} \quad (15)$$

と記述する。ここに、 $c_{ca}, c_{vmd}, c_{fc}, c_{ine}, c_{ns}, c_{rand}$ は、衝突回避、整列、向心運動、慣性、遡上指向、気紛れ行動の強度を規定する重み係数であり、魚種別の群れ特性に依存して群れ行動をチューニングするために導入されている。例えば、 $c_{ca}=c_{vmd}=c_{fc}=0.0$ と置けば、群れとしての行動の影響がゼロとなり、各個体は独立して運動する。

個々の Boid の能動的移動速度については、血合筋のみを使った際の巡航速度と血合筋と普通筋を併用した際の突進速度の存在を考慮して、

$$\mathbf{v}_i = \begin{cases} v_{dash} \mathbf{r}_i & (|U| \geq 0.8 v_{cru} \text{ and } \int_0^t \phi_{dash}(t) dt \leq T_{stam}) \\ v_{cru} \mathbf{r}_i & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (16)$$

と与えた。ここに v_{dash} : 突進速度、 v_{cru} : 巡航速度であり、体長 L_{fish} と関連づけた指標¹⁾にしたがって、

$$v_{dash} = 12 L_{fish} / t_{unit} \quad ; \quad v_{cru} = 4 L_{fish} / t_{unit} \quad (17)$$

と与えた。式中の t_{unit} は長さを速度次元に変換するための単位時間 (s) である。さらに、突進速度での移動には一定の持続限界 (持久力の限界) があるとして、遡上開始からの突進速度発揮限界時間 T_{stam} を導入した。突進速度発揮の有無を

$$\phi_{dash}(t) = \begin{cases} 1 & (|v_i| = v_{dash}) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (18)$$

と定義し、遡上開始から突進速度発揮時間の累積が T_{stam} (=8.0 s) に至ると巡航速度での移動しか不可能なように設定した。なお、大橋・清水⁴⁾ は持久力限界 (本稿の T_{stam} を 8.0 s に設定) と一定時間の休息の後の体力回復 ($T_{stam} > 8.0$ s の場合には、10 s 休息するごとに 1 s だけ突進速度を発揮可とする) と考慮しているが、体力回復の基準となる既存のデータがないので、本稿では体力回復は考慮しない。個々の Boid の能動的移動速度と局所流速の差を時間積分して変位を評価し、各 Boid の位置ベクトルを

$$\mathbf{r}_i(t) = \mathbf{r}_i(t - \Delta t) + (\mathbf{v}_i - \mathbf{U}) \Delta t \quad (19)$$

により更新する。

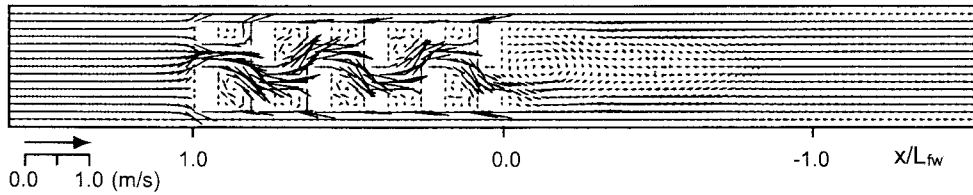


図-3 流速場

4. 数値魚道

(1) 初期条件・境界条件

第2章で示した水理条件について計算された発達した流れ場の流速ベクトルを図-3に示す。この流速場において、第3章のBoid型魚群行動シミュレーションを実行し、群れ行動を考慮して遡上過程を追跡する。対象魚はアユ、ウグイ等の遡河性魚類であり、標準体長 $L_{fish0}=10.0\text{cm}$ 、標準個体数 $n_0=10$ とする。10尾の魚が計算領域下流端から長さ $L_{fw}/3.0(=3.0\text{m})$ 、幅 $W_{fw}(=4.0\text{m})$ の領域にランダムに分布している状態を初期状態として、300s間の遡上行動を追跡する計算を基本試行とした。なお、水路壁や水路中の壁列の表面にはダミーBoidを配置し、Boid間相互と同様の衝突回避ベクトルを求めて、固定壁とBoidを反発させる方法を採用した。

(2) モデル定数の設定

シミュレーションの実行には、群れ行動のパラメータの設定が必要である。パラメータは、個体の相互作用の影響範囲を示すパラメータ(影響円の半径)と個々の行動規則の重み係数群(式(15)参照)である。影響円の半径については、石川ら³⁾のウグイを用いた計測による個体間距離データを参照し、 $r_e^{vmd}=r_e^{fc}=0.8\text{m}$ とした。衝突回避行動に関しては、陽解法型のモデルであるBoidの安定条件(Courant条件)として、

$$r_{ca}=2v_{rash}\Delta t \quad (20)$$

を満足するように設定する必要がある。 $L_{fish0}=10.0\text{cm}$ に対して、 $v_{rash}=1.2\text{m/s}$ であるから、 $r_{ca}=0.24$ となる。

一方、行動規則の重み係数群については、個々の規則の影響を独立して計測することが不可能なので、個別に検定することができず、群れの行動を総体として良好に表現する組み合わせを試行錯誤で推定せざるを得ない。ここでは、 $c_{ca}=0.5$ 、 $c_{rmd}=0.25$ 、 $c_{fc}=0.125$ 、 $c_{ine}=0.5$ 、 $c_{ns}=1.0$ 、 $c_{rand}=1.0$ と設定した(群れ行動のパラメータの感度については後述する)。標準試行($n_0=10$ 、 $L_{fish0}=10.0\text{cm}$)による遡上過程のスナップショットを図-4に示す。なお、図中の魚は実体長の10倍のスケールで表示している。魚群は、二つの群れとなって列壁部に至り、群れの一つは水路壁近傍の低流速部を選択して遡上を開始するが、列壁部では必ずしも上流方向に直進せず、各個体は複雑な挙

動を呈する。他方の群れは、水路中央の高流速部から列壁部に進入し、列壁背後の低流速部を結ぶように遡上しつつ、もう一方の群れに追いつき、合流する。個体の一部には列壁部上流端付近の列壁背後を回遊するものも見られるが、 $t=110.0\text{s}$ 程度で群れの70%が遡上を完了している。

(3) 遡上率の推定

魚道の性能を評価する上では、遡上率が最も大切な指標である。遡上率には、個体の初期配置が影響を与えるので、サンプリング数の不足は予測精度を低下させる。そこで、基本試行(10尾の遡上シミュレーション)の個体の初期配置を変化させて複数のシミュレーションを実施し、試行回数 N_e と遡上率 R_{mig} の時間変化を図-5に示した。試行回数が少ないと遡上率曲線は大きく変動するが、試行回数が増加するにしたがって、試行回数の変化の影響は小さくなり、20回試行(サンプリング数200尾に相当)を越えると、50回試行との差は充分に小さくなる。そこで、以下における遡上率の評価では試行回数20回の平均結果を用いることとする。

群れ行動のパラメータの感度を検討するため、本研究の標準設定($c_{ca}=0.5$ 、 $c_{rmd}=0.25$ 、 $c_{fc}=0.125$)、群れ行動が支配的な場合($c_{ca}=c_{rmd}=c_{fc}=1.0$)および群れの影響を全く受けずに個別に行動する場合($c_{ca}=c_{rmd}=c_{fc}=0.0$)の3者について遡上率-時間曲線を求めたのが、図-6である。群れ行動が支配的な $c_{ca}=c_{rmd}=c_{fc}=1.0$ の場合に遡上率が最も低くなっている。この場合の個体の運動のアニメーション(紙面の都合で掲載できない)では、列壁背後の渦内部で相互に牽制しつつ回転運動する個体群の存在が確認された。一方、群れの影響を全く受けずに個別に行動する $c_{ca}=c_{rmd}=c_{fc}=0.0$ の場合に、遡上率が最も高くなっている。ここでは、群れの形成による見かけの抗力低下に関しては考慮していない(群れによる流れの変化は考慮しないone-wayの解析で、個体に作用する外力は個別に評価している)ので、各個体が高から影響されことなく個々の運動能力を充分に発揮できる場合に、最も遡上率が高くなるものと推察できる。

次に、個体の体長を $L_{fish}=8.0, 8.5, 9.0, 9.5, 10.0, 16.0, 20.0\text{cm}$ と変化させて、個体の運動能力と遡上率の関連を示したのが、図-7である。 $L_{fish}=9.5$ 前後に劇的な遡上率の変化が見られる。遊泳速度は個体の体長

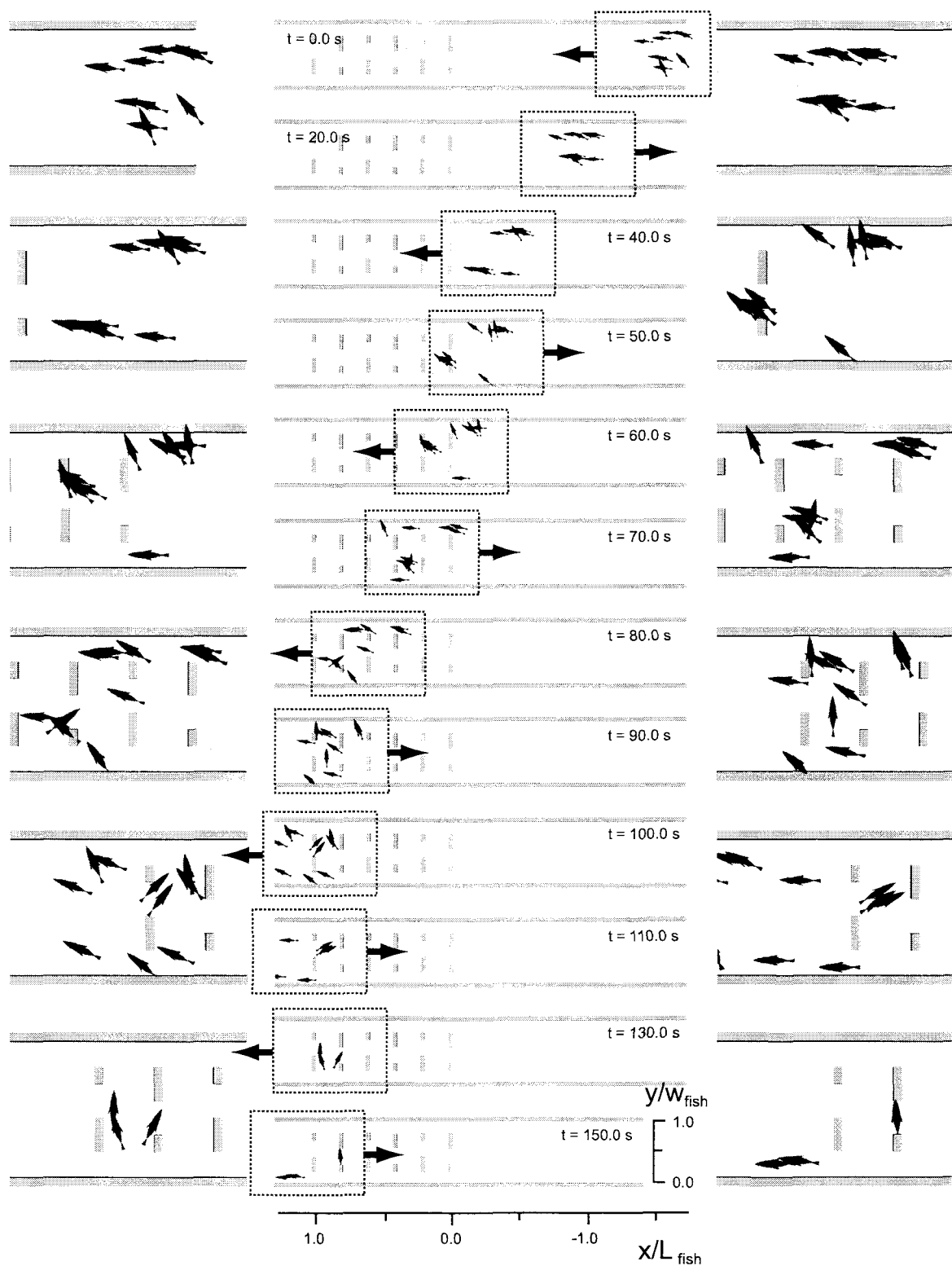


図-4 遡上過程の例

に関連するが、 $L_{fish}=9.5$ を下回ると、巡航速度が流速の最大レンジ(本研究の条件では40.0-55.0 cm/s程度)を下回ることとなり、遡上ルートを選択を誤った個体は、突進速度を発揮しない限り流れに抗しきれずに下流へと流される。

図-8は、群れの個体数($n=5, 10, 15, 20, 30$)と遡上率の関係を示している。各ユニットにおいて、Boid

の初期配置領域は不変であるから、大略的には、群れを構成する個体数が増加すると、群れの初期密度も増大する。シミュレーション結果は、群れの密度の増加とともに遡上率が低下することを示している。群れ特性のパラメータは同一でも、群れの密度が増加すれば個体間の相互干渉が強くなり、群れに拘束されて個体の運動能力が十分に発揮できなくな

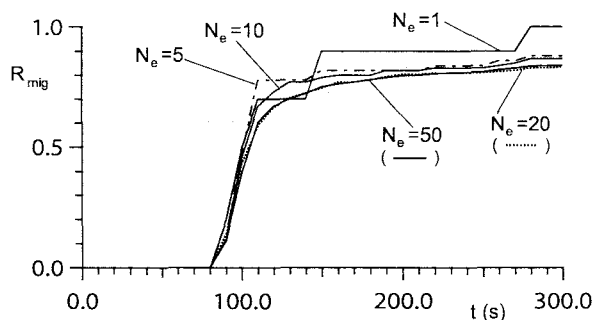


図-5 サンプル数の変化と遡上率

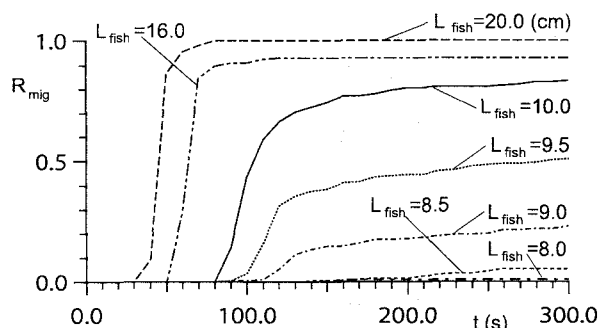


図-7 個体の体長と遡上率

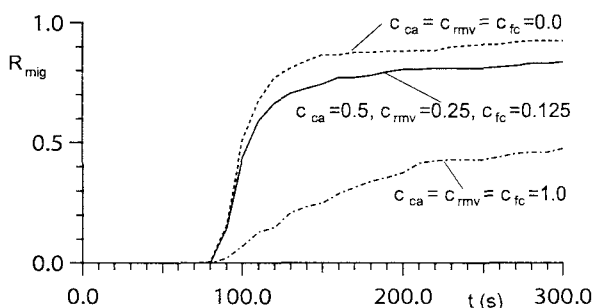


図-6 群れ行動のパラメータの感度

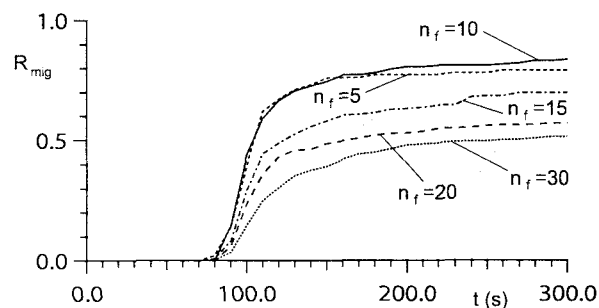


図-8 群れの個体数と遡上率

ることが、遡上率の低下をもたらしていると考えられる。なお、 $n_f=5$ の場合は、 $n_f=10$ と比較して僅かに遡上率が減少するが、サンプル数の減少（同一試行回数では、 $n_f=5$ のサンプル数は、 $n_f=10$ の半分となる）による個体の初期配置の影響に起因する誤差と判断するのが妥当であろう。

5. おわりに

本研究では、浅水流モデルによる流れ場の数値シミュレーションに Boid 型魚群行動モデルを融合した数値魚道を提案した。以下の点に関して、今後の検討が必要である。

(1) 魚道の流れ場は 3 次元性が支配的な場であるから、3 次元モデルへの拡張が必要である。Boid 型モデルは、Boid 間距離を指標として Boid の相互作用を記述するので、3 次元への拡張は容易である。また、粒子法型の自由表面流コードとの馴染みもよい Lagrange 型のフレームワークを有している。これらの特徴を生かした、コードの拡張が必要である。

(2) 群れ行動モデルのパラメータの最適設定に関しては、既往の行動観察の成果を詳細に調査し、検討を進める必要がある。さらに、群れによる遡上率への影響に関しては、negative な面のみが強調された結果となったが、群れることによる見かけの抗力の低下（遡上率の増加につながる要因）についても、粒子分散系における抗力係数の補正と同種の取り扱いを検討する必要がある。さらに詳細に考えると、

魚群から流れへのフィードバックを考慮した混相流的取り扱いが必要な状況も想定される。

今後、これらの点の検討・改善を進めて、魚道設計支援ツールとしての数値魚道を構築したい。

参考文献

- 1) 中村俊六：魚道のはなし，山海堂，1995。
- 2) Van Winkle, W., C. C. Coutant, H. I. Jager, J. S. Mattice, D. J. Orth, R. G. Otto, S. F. Railsback, and M. J. Sale: Uncertainty and instream flow standards, perspectives based on hydropower research and assessment. *Fisheries*, Vol.22(7), pp.21-22, 1997.
- 3) 石川雅朗・足立 恒・平野弘晃：個体ベースモデルによる魚類生息環境評価手法の構築，河川技術論文集，第 7 巻，pp.315-320, 2001。
- 4) 大橋弘道・清水康行：数値計算による魚道内における魚の挙動の解析，水工学論文集，第 48 巻，pp.1597-1602, 2004。
- 5) Reynolds, C. W.: Flocks, Herds, and Schools, A Distributed Behavioral Model, *the proceeding of SIGGRAPH*, Vol.21(4), pp.25-34, 1987.
- 6) 長田信寿：一般座標系を用いた平面 2 次元非定常流れの数値解析，水工学における計算機利用の講習会，土木学会水理委員会基礎水理部会，pp.61-76, 1999。

(2004. 9. 30 受付)