

# 現地波浪の方向スペクトル特性およびピーク周波数を考慮した水面波伝達関数に関する研究

CHARACTERISTIC OF DIRECTIONAL WAVE SPECTRUM AND WAVE TRANSFER FUNCTION IN CONSIDERATION OF SPECTRAL PEAK FREQUENCY

泉宮尊司<sup>1</sup>・馬場真宏<sup>2</sup>  
Takashi IZUMIYA and Masahiro BABA

<sup>1</sup>正会員 工博 新潟大学教授 工学部建設学科 (〒950-2181 新潟県新潟市五十嵐2の町8050番地)

<sup>2</sup>学生会員 新潟大学大学院自然科学研究科環境システム科学専攻  
(〒950-2181 新潟県新潟市五十嵐2の町8050番地)

Directional wave spectra and spreading parameter are measured to investigate properties of wind waves observed in the Sea of Japan. Goda and Suzuki have shown that the peak value of spreading parameter  $s$  decreases as the deepwater wave steepness increases based on the observation by Mitsuyasu et al. and Wilson's formula. The values of directional spreading parameter  $s$  observed at Oyashirazu Coast faced the Sea of Japan do not decrease in accordance with the relationship proposed by them. It is found that the value of  $s$  decrease as the wave height larger than 4m increases.

Transfer function from water surface displacement to wave pressure fluctuation are also evaluated with the field observation data to study the effect of nonlinearity of waves on them and estimate water surface elevation from the wave pressure fluctuation. The values of transfer function in the range of frequency larger than twice the peak frequency decrease rapidly compared to the linear theory. The transfer function measured are formulated and used for estimation of representative wave heights from the wave pressure fluctuation.

**Key Words:** directional spectrum, directional spreading parameter, transfer function, numerical filter

## 1. はじめに

波浪の方向スペクトルは、海洋・海岸構造物に働く波圧や屈折・回折現象を支配する重要な要素である。設計波浪としては、光易らの観測成果にWilsonの波浪推算式を適用したもの<sup>1)</sup>が一般に用いられている。しかしながら、Wilsonの波浪推算式は比較的十分に発達した定常状態に近い波浪を対象としており、日本海側の波浪のように風域場が急速に変動し、波高が大きくかつ白波碎波が発生している波浪場に対して適用できるかどうかは未だ不明である。また、このような風波性の強い波浪に関しては、白波碎波による気泡の混入が生じるために、超音波式波高計では特に波頂部付近では水位変動が正確に測定できない場合がある。このため、水圧波から水面波に換算する方法が数多く提案されている<sup>2), 3), 4)</sup>が、その適用性について検証した事例は少なく、特に日本海側のような波形勾配の比較的大きな波浪に対する検証は殆どなされていない。

そこで本研究では、日本海側の波浪特性を詳細に調べる

ために、新潟県親不知海岸の沖合において、超音波式波高計、水圧式波高計および電磁流速計を用いて波浪を観測した。その結果を用いて、クロスマスクロットル、周波数毎の方向集中度および最尤法による方向スペクトルを算定し、有義波高と方向集中度や分散角等の関係を明らかにする。

また、日本海側の風波性の強い波浪に対して、これまでの水圧波と水面波との伝達関数が適用できるかを確認するために、実際に観測された両データから伝達関数を直接評価し、それをピーク周波数と相対水深等を用いてモデル化する。その伝達関数を用いて、水圧波から水面波形および代表波高を算定する。これらの結果と従来法と比較し、本研究の方法の適用性と精度を検証する。

## 2. 方向集中度および方向スペクトルの算定

方向スペクトルおよび伝達関数の解析には親不知海岸高架橋周辺の沖合水深20m付近における観測データを用いた。観測機器は超音波式波高計、水圧式波高計および電

磁流速計である。観測期間は、2003年11月20日から翌年3月11日まであり、観測頻度は毎正時をはさんで20分間の観測で、サンプリング間隔は0.5秒、ナイキスト周波数は1Hzである。波浪の非線形性は、ピーク周波数の1.5倍程度以上で有意に現れるが、方向スペクトルおよび方向集中度に関してはエネルギーピーク周波数付近を中心に議論するため、ここでは線形の伝達関数を用いても余り誤差はないものと考えられる。

現地波浪観測データから、まず最大波高 $H_{max}$ ・有義波高 $H_{1/3}$ 、平均波向 $\theta_m$ および分散角 $\theta_k$ を算定した。方向分布関数として光易型方向分布関数 $G_s(\theta|f)$ を用いると、方向集中度パラメタを $s$ として以下の式のように表される<sup>5)</sup>。

$$G_s(\theta|f) = g_s \left( \cos \frac{\theta}{2} \right)^{2s} \quad \cdots (1)$$

ここに、 $g_s$ は $G_s(\theta|f)$ の面積を1とするための定数であり、 $s$ の値が大きいほど方向集中度が高い。この方向関数を用いると、平均分散角 $\theta_k$ と方向集中度パラメタ $s$ の関係は次式のようになる<sup>6)</sup>。

$$\theta_k = \tan^{-1} \left\{ \frac{1}{s} \sqrt{\frac{(s+1)(2s+1)}{(s+2)}} \right\} \quad \cdots (2)$$

本研究では、方向スペクトルの解析には計算法が簡便で方向分解能が比較的高い最尤法(Maximum Likelihood Method, MLM)<sup>6)</sup>を用いている。

一般に任意波動量間のクロススペクトルと方向スペクトル $S(k, \sigma)$ との関係は次式のように表される。

$$\Phi_{mn}(\sigma) = \int H_m(k, \sigma) H_n^*(k, \sigma) e^{-ikX_{mn}} S(k, \sigma) dk \quad \cdots (3)$$

ここに、 $\sigma$ は角周波数、 $k$ は波数ベクトル、 $\Phi_{mn}(\sigma)$ は波動量 $m$ と波動量 $n$ のクロススペクトル、 $H_m(k, \sigma)$ は波動量 $m$ の伝達関数、 $*$ は共役複素数、 $i$ は虚数、 $X_{mn}$ は観測機器間を結ぶ距離ベクトル、および $S(k, \sigma)$ は方向スペクトルである。

最尤法により、方向スペクトルの推定値は以下の式のように表される。

$$\hat{S}(k, \sigma) = \frac{K}{\left[ \sum_m \sum_n \Phi_{mn}^{-1}(\sigma) H_m^*(k, \sigma) H_n(k, \sigma) e^{ikX_{mn}} \right]} \quad \cdots (4)$$

ここに、 $\hat{S}(k, \sigma)$ は方向スペクトルの推定値、 $K$ は比例定数、 $\Phi_{mn}^{-1}(\sigma)$ は $\Phi$ の逆行列の $(m, n)$ 成分である。式(4)より方向スペクトル $S(\theta, \sigma)$ を求めるためには、着目する $\sigma$ から分散関係式によって波数 $k$ を決定し、波数ベクトル $k$ を波向 $\theta$ の関数として計算する。

### 3. 方向スペクトルの変化に関する考察

観測データから求めた最大波高 $H_{max}$ 、有義波高 $H_{1/3}$ 、平均波向角 $\theta_m$ 、分散角 $\theta_k$ および方向集中度 $s$ の経時変化を、図-1から図-3に示す。図-1の実線は $H_{max}$ 、破線は $H_{1/3}$

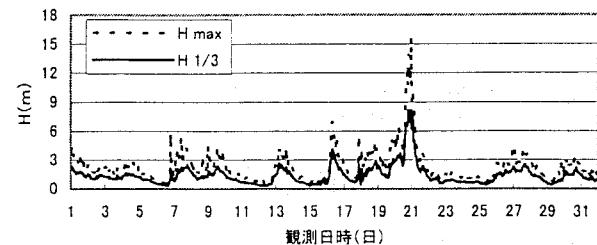


図-1 波高の経時変化(2003年12月)

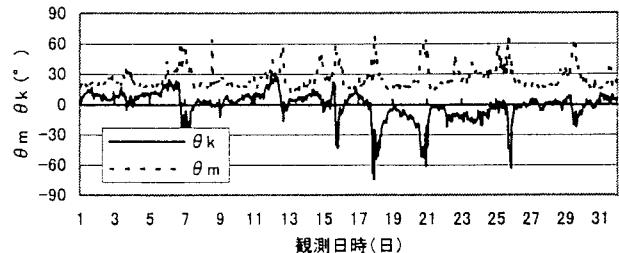


図-2 平均波向と分散角の経時変化(2003年12月)

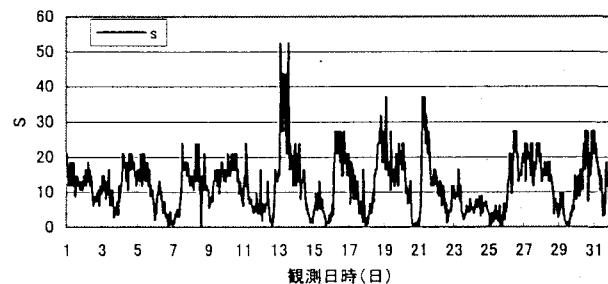


図-3 方向集中度パラメタの経時変化(2003年12月)

である。図-2の実線は $\theta_m$ 、破線は $\theta_k$ である。さらに図-4には、方向集中度 $s$ と有義波高 $H_{1/3}$ との関係を示している。これら4つの図から、波高が大きくなるほど分散角 $\theta_k$ の値が小さくなり、逆に方向集中度 $s$ の値が増大する傾向にあることが分かる。しかしながら、有義波高が4mを超える値になると、図-4に示すように、逆に方向集中度は減少し、分散角は増大する。これは、低気圧が接近する初期の段階では、特定方向の風速が強まることにより、特定方向の成分の波が発達し、波の集中度が高くなるが、波高が一定の大きさを越えると白波碎波が生じて側方にエネルギーが輸送されるため、方向集中度が小さくなるためではないかと考えられる。

図-5と図-6には、波形勾配と方向集中度との関係を示す。図-5は12月の全波浪に関する観測データであり、図中の破線は光易らの観測とWilsonの波浪推算式による推定値<sup>7)</sup>を表している。この図を見ると、観測値はばらつきが大きく、光易らの結果とあまり一致していない。ただし、これは波高の小さい波浪も含まれており、観測誤差や推定誤差の影響が相対的に大きくなると考えられるため、 $H_0$ が2m以上の場合のみをプロットすることにした。この場合の観測値の分布を、図-6に示す。この図を見ると、概ね推定値と似た特徴を示しているが、光易らの結果と比較して全体的にやや小さい値

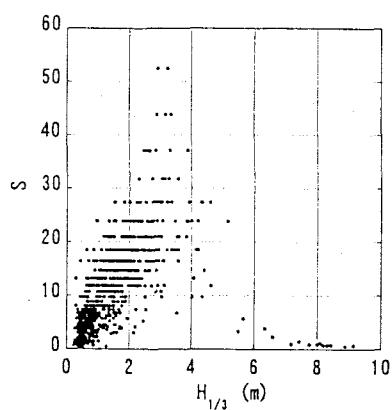


図-4 方向集中度と有義波高との関係

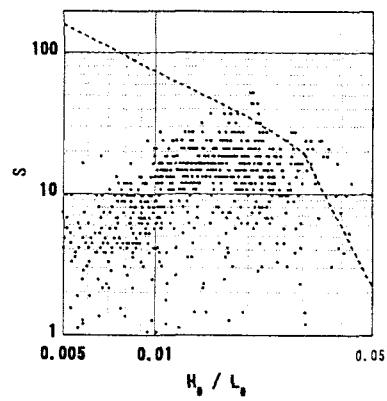


図-5 波形勾配 $H_s/L_s$ と方向集中度 $s$ との関係

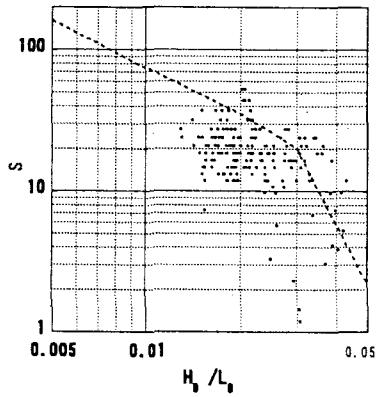


図-6 波形勾配 $H_s/L_s$ と方向集中度 $s$ との関係  
( $H_s > 2m$ )

となっていることが分かる。これは、光易らの観測結果とWilsonの推定式を用いた関係式はほぼ定常状態に達した風域場に対して成立つが、風域の変化する、波形勾配の大きい日本海側の波浪に対しては、このような違いが生じるものと考えられる。

次に方向スペクトルの推定結果を示す。本研究では2003年12月16日3時から2003年12月17日4時までのやや強い冬季の気圧配置になっている日時についてスペクトル解析を行った。図-7は、12月16日3時における方向スペクトルの分布を示したものである。

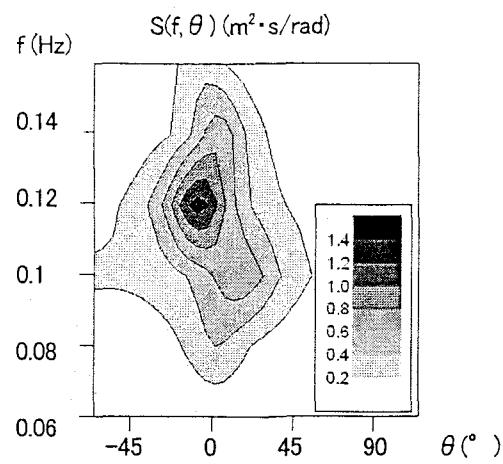


図-7 方向スペクトル推定値(12月16日3時)

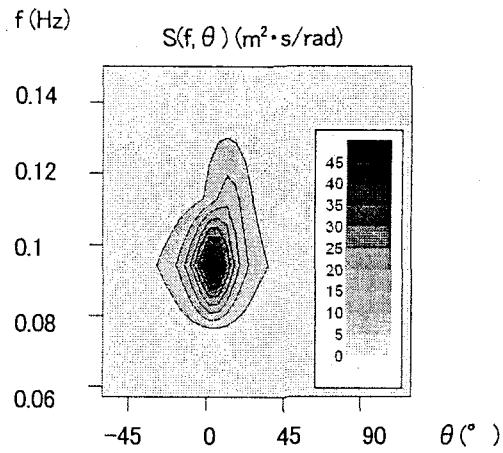


図-8 方向スペクトル推定値(12月16日7時)

この時刻での有義波高は約1.5mであり、風波の発達の初期の段階にある。 $f_p$ はおよそ0.12Hzであり、平均波向は北からおよそ355°(-5°)であった。方向集中度 $s$ の値は約6となっていることから、波の方向集中度は低いといえる。図-8は、その4時間後の16日7時における方向スペクトルである。有義波高はおよそ5mである。3時の時点と比べて $f_p$ は約0.09Hz、平均波向はおよそ0°に変化している。このことから、波高が大きくなるにつれて波向がやや東よりに変化していると言える。また波のエネルギーが増大し、 $s$ の値が約30となっていることから、波の方向集中度も増加していることが分かる。

#### 4. 水圧波から水面波への伝達関数の評価

一般に水圧波から水面波への換算には、線形理論による水面波から水圧波への伝達関数の逆数が用いられる。この関数は周波数に関して指數関数的な単調増加関数であるため、この関数を直接用いて水面波への換算を行うと高周波数側においては水位変動が過大評価されてしまう傾向にある。特に日本海側のように波高や波形勾配が比較的大きい場合においては、この影響が大きくなるため、波高が過大評価される場合が多い。そこで本研究では、日本海側に

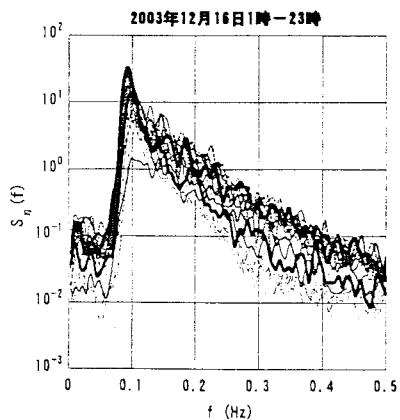


図-9 水面波の周波数スペクトル

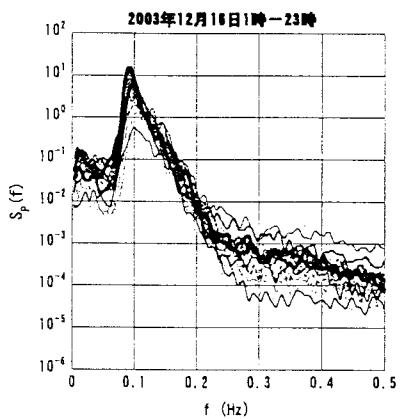


図-10 水圧波の周波数スペクトル

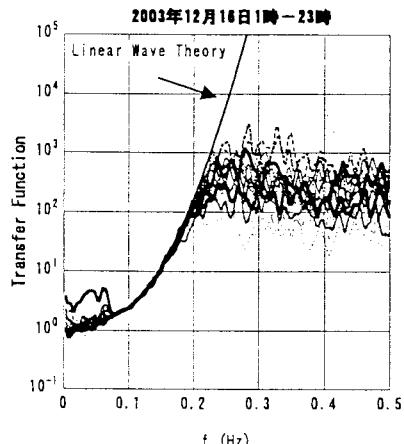


図-11 伝達関数の特性

おける実際の観測データを使用して、周波数スペクトルと伝達関数の特性および方向集中度とピーク周波数との関連性について検討することにする。

図-9から図-11には、2003年12月16日に1時間ごとに観測された1日分の24ケースの水面波と水圧波の周波数スペクトルおよびこれらをもとに計算された水圧波から水面波への伝達関数の実測値を示したものである。水面波のスペクトルはピーク周波数を頂点として高周波数側でケースごとの差異が確認できる。水圧波のスペクトルはピーク周波数の約2.0倍となる0.2Hz付近まではケースごとの差異は少ないが、

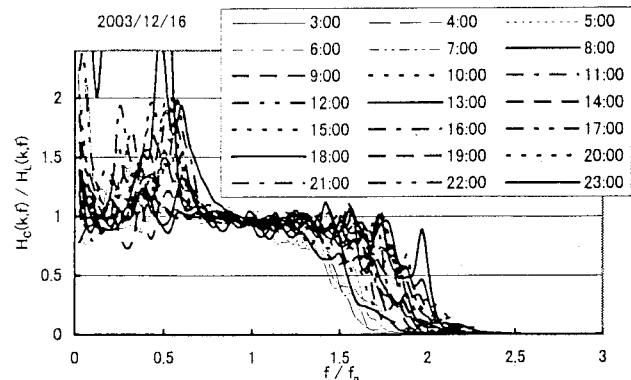


図-12 無次元周波数と基準化された伝達関数との関係

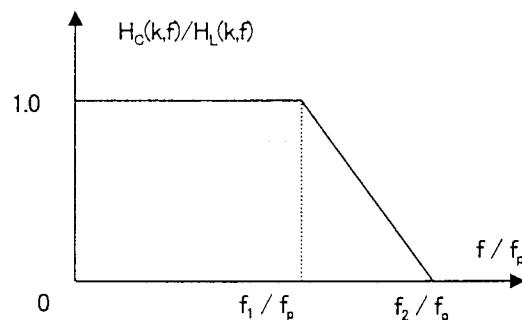


図-13 本方法による無次元数値フィルタ

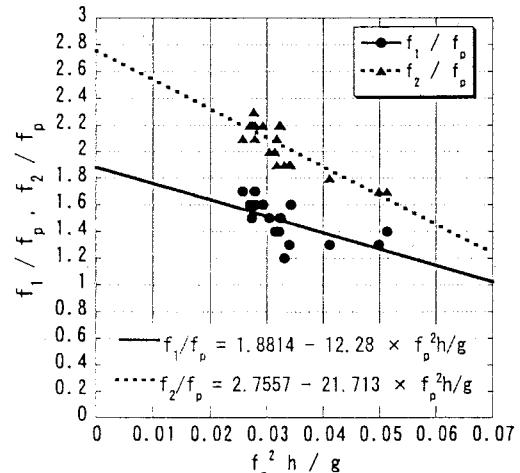


図-14 ピーク周波数と $f_1$ および $f_2$ との関係

それより高周波数側においてケースごとに差異が現れていることがわかる。また、図-11に見られるように、対数グラフ上に表示した伝達関数は、ピーク周波数の約2.0倍程度までは概ね線形理論と合致しているが、それより高周波数側においては、線形理論とは合致せずに、伝達関数の値が $10^2$ から $10^3$ 付近で変動していることが分かる。また、0.08Hz以下の低周波数側においては理論値よりも大きな値となっていることが分かる。本研究では、適切な伝達関数を設計するために、伝達関数の実測値を理論値で除したパラメタと、ケースごとのピーク周波数 $f_p$ を考慮した無次元周波数との関係を

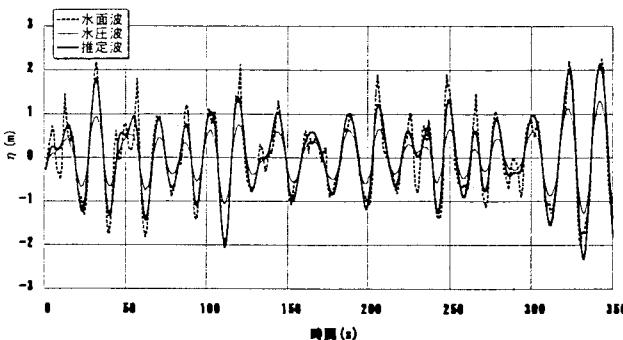


図-15 水面波および水圧波と推定波形との比較  
(2003年12月16日7時)

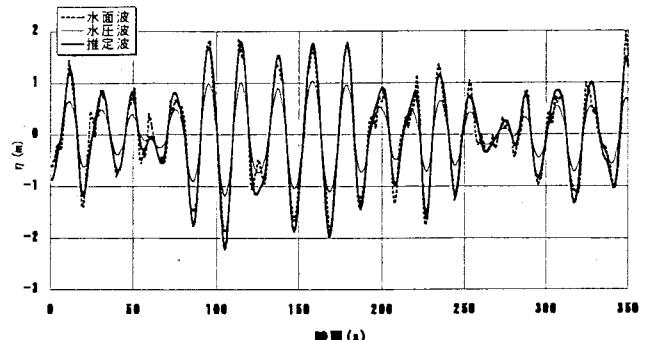


図-17 水面波および水圧波と推定波形との比較  
(2003年12月16日13時)

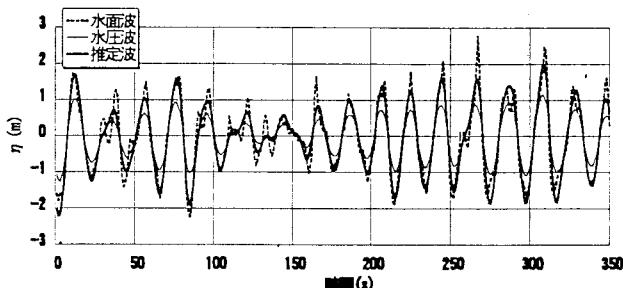


図-16 水面波および水圧波と推定波形との比較  
(2003年12月16日8時)

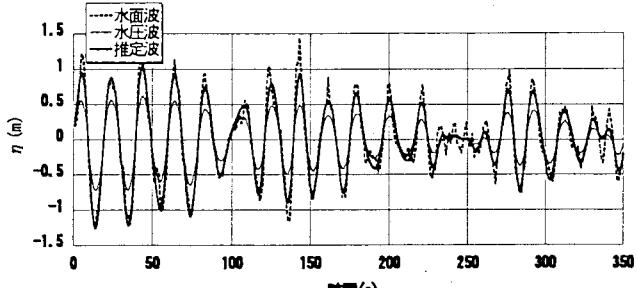


図-18 水面波および水圧波と推定波形との比較  
(2003年12月16日18時)

調べた。その結果を、図-12に示す。ここで計算に用いたピーク周波数 $f_p$ は、ゼロアップクロス法における平均周期の理論式から計算した値を用いている。

図-12に示すように、周波数がピーク周波数の約1.5倍程度になるあたりから、伝達関数の実測値は理論値と比較して概して直線的に減衰し、ピーク周波数の約2.0倍になるあたりで0に収束していることがわかる。また、周波数がピーク周波数の約0.5倍程度までの低周波側においては、伝達関数の実測値が理論値に比べてかなり大きな値となっていることが分かる。しかし、図-9に示されているように、周波数が0.5Hz以下の領域においてはスペクトルのパワーが $10^{-2}$ のオーダーとなっているため、伝達関数による誤差は小さいと考えられる。そこで本研究では、図-12に見られる特性をもとに、ピーク周波数を考慮した簡便な水面波の換算法を提案する。それぞれのケースにおける伝達関数の実測値が、理論値と合致しなくなり、ほぼ一定値となる周波数を $f_1$ 、実測値を理論値で除した値が、ほぼ0となる周波数を $f_2$ とした。そしてこの2つの周波数をピーク周波数で無次元化し、図-13に示すように直線近似を行うことで、新たな線形フィルタを提案することにした。

## 5. 線形フィルタを用いた水面波の換算

前節で述べた線形フィルタを用いるためには、周波数 $f_1$ 、 $f_2$ を推定する必要がある。そこで、周波数 $f_1$ 、 $f_2$ とピーク周波数を用いた相対水深パラメタとの関係を調べることにした。

図-14は、2003年12月16日に1時間ごとに観測された24ケースについて、周波数 $f_1$ 、 $f_2$ をピーク周波数で無次元化したパラメタと相対水深との関係を示している。実線と破線は、それぞれ $f_1/f_p$ および $f_2/f_p$ と $f_p^2 h/g$ との関係から、最小二乗法によって近似直線を引いたものである。

この図を見ると、 $f_1$ および $f_2$ の分布には若干のばらつきがあるものの、図のような直線で近似できることから $f_1$ 、 $f_2$ を推定することが可能である。この方法を用いれば、一般的な波浪に対してもピーク周波数を求めることにより $f_1$ および $f_2$ を定めることができ、図-13のような線形フィルタを設計することが可能となる。ただし、図-14から分かるようにピーク周波数 $f_p$ を用いた相対水深の値が0.02から0.05程度の波浪に対してこの数値フィルタを適用できるものと考えられる。

図-15から図-18は、超音波式波高計により観測された水面波と、同時に記録した水圧波および本研究による方法で推定した水面波との時系列を比較したものである。破線は観測された水面波、細線は水圧波、太線は本方法により推定された水面波の時系列を示している。

この図に見られるように、波高の大小にかかわらず、平均水面以下の水面波形はほぼ適切に推定できていることが分かる。しかしながら、波の峰の部分においては、超音波の波形に見られるような尖った波形を推定することはできていない。これは水面波の非線形性の影響が大きいと考えられるが、気泡混入による水中音速の低下の影響も考えられる。

図-19は、2003年12月16日に1時間ごとに観測された1日の24ケースを対象として、超音波式波高計と水圧式波高計によって観測された有義波高との比較を示したものである。

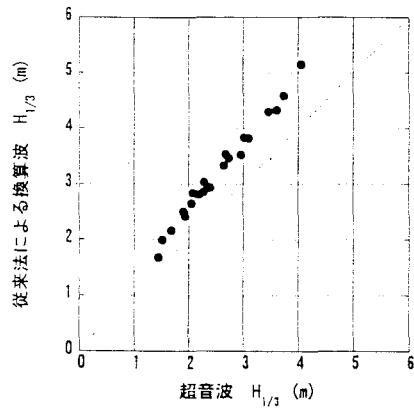


図-19 観測波と従来法による換算波の有義波高の比較

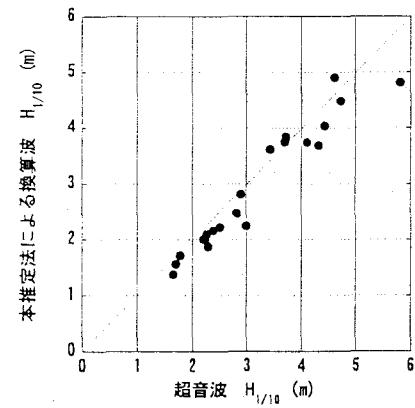


図-21 観測波と本推定法による推定波との比較( $H_{1/10}$ )

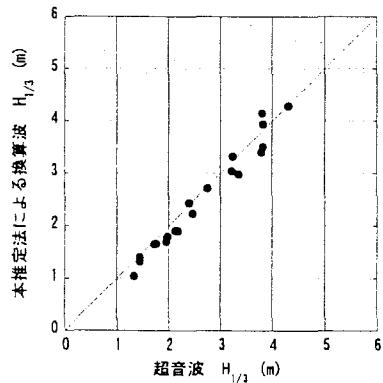


図-20 観測波と本推定法による推定波との比較( $H_{1/3}$ )

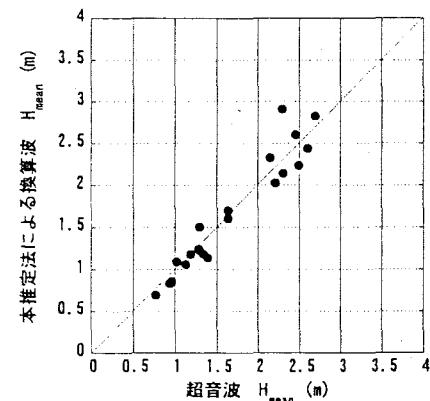


図-22 観測波と本推定法による推定波との比較( $H_{mean}$ )

図-20から図-22は超音波式波高計と本方法による結果とを比較したものである。本方法による推定結果は1/10最大波高、有義波高、平均波高のいずれの場合にも超音波式波高計による結果とよく一致していることがわかる。

## 6. 結論

現地波浪観測データより、方向スペクトル、方向集中度パラメタおよび伝達関数を算定した結果、以下の事柄が明らかになった。

- (1) 有義波高が大きくなるにつれて波の方向集中度パラメタ $s$ が大きくなる傾向にあることが分かった。これは低気圧の発達により北西から吹いてくる風が強まることおよび特定の風向に一致した波浪成分が急激に発達するためと考えられる。
- (2) 波高が大きくなるにつれて波向が東よりに変化することが分かった。これは、低気圧の東進により風波の発達域も東よりに移動することによるものと考えられる。
- (3) 有義波高が4m以上に発達すると、急激に波の集中度は小さくなる傾向があることが分かった。これは、有義波高が4m以上になると白波碎波が生じ、側方にエネルギーが輸送されるためと推測される。
- (4) ピーク周波数を考慮した線形フィルタによる水圧波から水面波への簡便な換算法を提案した。特に、波高や波形勾配

の大きい日本海側の波浪に関して、代表波高の適切な推定結果を得ることができた。

謝辞: 本研究で用いた波浪観測データは、日本道路公団北陸支社信越工事事務所によって取得されたものであり、データ提供に関して感謝いたします。

## 参考文献

- 1) 合田良實: 港湾構造物の耐波設計, 鹿島出版社, pp.17-31, pp.182-224, 1990.
- 2) 沿岸開発技術研究センター: 沿岸波浪・海象観測データの解析・活用に関する解説書, pp.30-85, 2000.
- 3) 橋本典明, 永井紀彦, 菅原一晃, 浅井正, 久高将信: 波浪の多方向性と弱非線形性を考慮した水圧波から水面波への換算法について, 海岸工学論文集, 第39巻, pp.171-175, 1992.
- 4) 小舟ら: 現地観測における水圧波形から水面波への換算手法について, 港湾技術研究所報告, 第27巻, 3号, pp. 161-183, 1988.
- 5) 合田良實, 鈴木康正: 光易型方向スペクトルによる不規則波の屈折・回折計算, 港湾技研資料, No.230 pp.45, 1975.
- 6) 磯部雅彦: 海岸環境工学, 東京大学出版会, pp.506-524, 1985.
- 7) Mitsuyasu, H. et al.: Observation of the directional spectrum of ocean waves using a cloverleaf buoy, Jour. Physical Oceanography, Vol.5, pp.750-760, 1975.

(2004. 9. 30 受付)