

河川を溯上する津波に関する数値的研究

NUMERICAL STUDY ON THE PROPAGATION OF TSUNAMI IN RIVERS

安田 浩保¹・渡邊 康玄²
Hiroyasu YASUDA and Yasuharu WATANABE

¹正会員 博(工学) 独立行政法人 北海道開発土木研究所 河川研究室(〒062-8602 札幌市豊平区平岸1条3丁目)

²正会員 博(工学) 独立行政法人 北海道開発土木研究所 河川研究室

Tsunami waves in river channel typically form undular bore to ascend the channel. The undular bore can not neglect the acceleration of vertical direction, so that the nonlinear dispersive wave theory can be applied to the governing equation. In this paper, the equation was used to conduct numerical experiments in order to investigate the propagation characteristics of tsunami in the river channel. The experiments were conducted by varying parameters which were Froude number of steady flow in river, bottom friction, the slope of the river bed and incident waveform of tsunami. As a result of the experiments, the following useful knowledge was obtained. The river channel topography is likely to induce the wave dispersion, and this tendency increases with decrease in the bed slope. The high hazardous reach by the infiltration of tsunami is almost same from river mouth despite the bed slope.

Key Words : tsunami, undular bore, river, numerical experiments, nonlinear dispersive wave theory, Tokachi-oki earthquake

1. はじめに

海域で津波が発生してこれが河川に浸入すると、堤内地の越流氾濫や場合によっては堤防の流失、さらには貯木場内の木材の散乱とそれによる二次災害など種々の被害を発生させる恐れがある。今後発生が予想されている東海、東南海地震の被害予測では津波を原因とする死者がそれらの大半を占めるとの試算もあり、防災上見逃せない問題である。

国内で最近発生した津波のうち、1993年7月の北海道南西沖地震では後志利別川で、2003年9月の十勝沖地震では北海道の太平洋側の複数の河川で、また、2004年9月の紀伊半島南東沖地震において津波が河川に浸入してきたことが確認されている。このうち、十勝沖地震では、北海道の太平洋に面した複数の河川で津波が河口から約10km以上も上流まで溯上したことが確認されている¹⁾ほか、津波が波状段波を形成して十勝川を溯上する様子を自衛隊がビデオに撮影した。

津波が河川に浸入すると波状段波を形成して河川を溯ることがその特徴のひとつで、このとき、溯上に伴い波高を増幅することがある。このような流れを溯る段波の変形は、流体力学的に非常に興味深い。一方で、河川工学の観点からは、溯上・伝播に伴う河道内での最大水位や最大浸入距離の把握が重要となる。

これまでにこのような河道内を溯る津波に関する研究^{2)~4)}がいくつか行われてきた。ただし、これらの研究は支配方程式に浅水理論式を用いたものがほとんどで、溯上過程で顕れる波状性やそれに伴う波高増幅現象を十分に視野に入れていない。現状では、分散性非線形波動の解析に適した非線形分散波理論式を支配方程式として河川を溯上する津波の解析を行った研究例は著者らが知る限り少なく、現象を理解するための十分な知見が得られているとは言い難い。本研究は、非線形分散波理論式を支配方程式とした数値解析を用い、このような津波の基礎的な特性を明らかにすることを目的としている。

なお、最大波高を適切に推定するためには碎波による波高減衰も合わせて考慮する必要がある。しかし、現段階では非線形分散波理論式を適用した場合の知見が十分でないため、本論文では論点をそこに絞り込んだ。

2. 数理モデル

(1) 支配方程式

河道内の流れの解析に一般に用いられる浅水理論式の数学的な性質は、非線形方程式 $u_t + uu_x = 0$ に帰着され、その解は $u(x, t) = F(x - ut)$ で与えられる。この解は、波の伝播に従って u の大きい部分は u の小さ

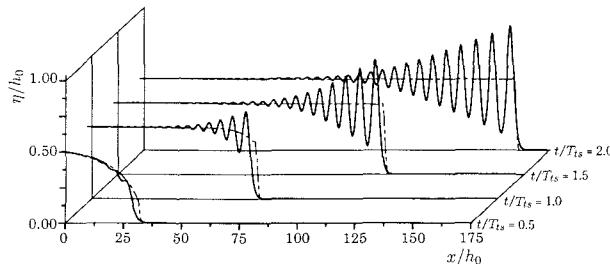


図-1 段波波形の伝播に伴う波形変形の数値解の比較（静水深 $h_0 = 2.0\text{m}$ の数値水槽に周期 30 秒の正弦波を $1/4$ 周期だけ入射、実線が非線形分散波理論式、破線が浅水理論式）

い部分に比べて速く進み、この性質によって波形の前傾化が生じることを意味している。そして、 $\partial u / \partial x$ はやがて無限大となり、その時刻は静水中では初期波形の波形勾配の最大値の逆数として与えられる。

洪水波のような周期が数十時間に及ぶ現象を考える範囲では波長が十分に長く波形勾配が非常に緩やかなため、この式の解が無限大となる性質による実質的な問題は生じない。一方で、河川に浸入した津波などの周期が数十分程度の波は洪水波や潮汐波と比べて波長が短いため、伝播に従ってその波形は短時間のうちに急速に前傾化する。この時、水面の曲率が大きい区間では水粒子の鉛直方向の加速度が次第に無視できなくなり、波状段波へと遷移していく。しかし、浅水理論式はその導出過程で鉛直方向の加速度を無視しているため、このような波動に対しては物理性を失った解を与える。この場合、この効果に対応する分散項 $\mu \partial^3 u / \partial x^3$ を含む非線形分散波理論式を適用する必要がある。

浅水理論式、非線形分散波理論式の両者の特性の一例を示したのが図-1である。周期 30 秒の正弦波を $1/4$ 周期入射した場合の波の伝播の様子を両理論式に基づく数値計算でそれぞれ求めている。本図中の破線で示した浅水理論式の数値解は、理論解が示すとおり、伝播に従って波頭の波形勾配が無限大となり、その後は入射波高のまま理想段波状となって伝播している。一方、実線は非線形分散波理論式の数値解で、実現象と同様に波高増幅を伴って波状段波の形態で伝播している。

これまでに様々な修正が加えられた非線形分散波理論が提案されている^{5),6)}など。著者の一人^{7),8)}は、本研究が対象とする水理現象と本質的には同義の流れを溯る段波の水理実験を行い、いくつかの提案式のうち断面積分型の Peregrine の式を支配方程式することでその実験結果を良好に再現できることを示している。本研究においてもこの式を適用することにした。

河道内に浸入した津波は河床の摩擦抵抗から大きな影響を受ける²⁾。その表現には、Manning の粗度係数による表現が用いられることが多い。これに対し、本研究では水深と粒径の関係から決定される河床抵抗係数 C_f を用い、計算に反映することにした。

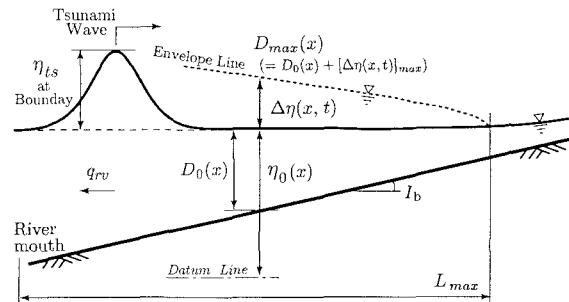


図-2 記号の定義(点線は各地点での $D_{max}(x)$ の包絡線である)

(2) 数値解析法

非線形分散波理論式は、局所項のほか分散項においても時間微分項を含むため、適当な数値解を得るために Implicit スキームを用いなければならず、その差分スキームには 2 段階混合差分法⁹⁾¹⁰⁾を適用した。浅水理論式の計算に関しては、移流項以外に Staggered Leap-frog 法を適用し、移流項には 1 次精度の風上差分を適用して計算を実施した。

3. 数値実験

(1) 共通の実験条件

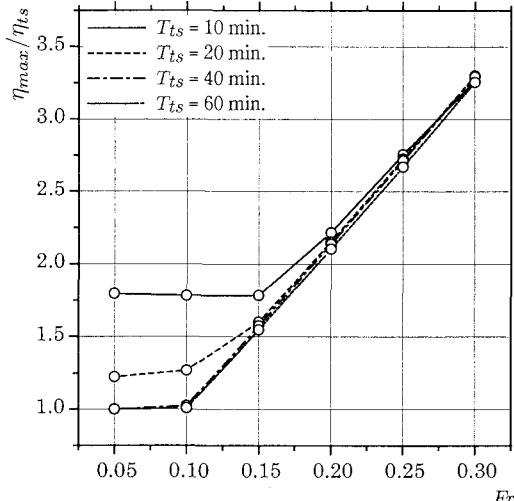
本研究では、河道に浸入した津波の特性を明らかにするとともに、同現象下における支配方程式の差異を見出すことを目的として数値実験を行った。以下で実施した数値実験では、入射波形は正弦波を与え、波状段波形態における波数分散現象を十分に解像できるように空間格子間隔を 2 m、時間格子間隔を 0.02 秒に設定した。この設定値は、条件の整合を考え、両理論式の数値解析のいずれとも同一とした。本研究での水理諸量を図-2 に示すとおり定義し、ここで、 D_0 、 η_0 はそれぞれ初期条件での水深、水位、 $\Delta\eta$ は η_0 からの変動量、 q_{rv} は河川流量、 I_b は河床勾配、 η_{ts} は境界で与えられる入射波の最大波高である。

(2) 流れの強さから溯上する津波が受ける影響

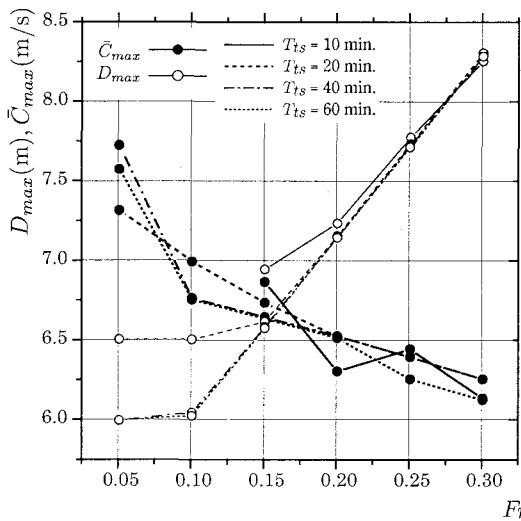
河口から河道に浸入した津波は、河川の平常時の流れから少なからず影響を受けることになる。この流量による影響を調べるために、流れの強さや入射させる津波の形状を変化させる数値実験を以下の通り行った。

a) 設定した実験条件と境界条件

流れの強さのパラメータには Fr 数に用い、平常時の緩勾配河川の下流区間における流れ程度の 0.05 から急勾配河川や洪水時に相当する 0.30 までの範囲で変化させた。河床の摩擦抵抗は無視し、計算する全区間で初期水深 D_0 を 5.0 m とした疑似等流状態を設定し、この疑似等流における Fr 数を Fr_0 とした。一方、入射する津波は、静水面からの最大波高 η_{ts} を 1.0 m とし、静水面から最大波高を経て再び静水面に戻るまでの周期 T_{ts}



(a) 流れの強さと最大波高変化率の関係



(b) 流れの強さと平均的な波速およびその水深の関係

図-3 流れの強さから溯上する津波が受ける影響

を 10, 20, 40, 60 分と変化させた。本論文では、この時間を周期 T_{ts} 、この η_{ts} を波高と定義する。入射波を伝播させる数値水槽の長さを 25km とし、計算は 3600 秒間行った。なお、浅水理論式では、理想段波を形成後はその段波波高を維持したまま伝播するため、この式を用いた実験は実施していない。

b) 実験結果

この実験では、 Fr_0 が小さいいくつかのケース以外では、入射後の間もない段階から波頭部で波高増幅を伴う波数分散現象（ソリトン分裂）が生じ、著しい波高増幅を示した。この傾向は Fr_0 が大きいほどに顕著となった。これは、流れの影響を受けて入射波の浸入方向波面の溯上速度が遅くなるのに対し、下流からは一定の変化速度で津波水位が入射されるため、結果として急速にその波面勾配が無限大に向かい、そこでは鉛直方向の加速度が顕著に作用するようになったためである。その後、波状段波に遷移した入射波は、一定の波高を維持しながら流れを溯っていく。伝播距離を

さらに長く設定すれば、 Fr_0 が小さなケースにおいても同じ傾向が現れるものと考えられる。

実施した 24 ケースの結果を流れの強さ Fr_0 と入射波高に対する波頭部の最大水位の変化率 η_{max}/η_{ts} 、波頭における平均的な波速 \bar{C}_{max} とその波頭から水底までの水深 D_{max} について図-3 (a), (b) のとおり整理した。

本図 (a) に示したとおり、 Fr_0 が 0.15 以上の場合は T_{ts} に依らず、 η_{max}/η_{ts} はほぼ同値をとる結果となつた。これに対して、 Fr_0 が 0.15 以下の場合では T_{ts} によって η_{max}/η_{ts} が異なつた。これは、実験時間内では波高増幅の原因となるソリトン分裂が十分に発達しなかつたためである。つまり、さらに長時間の計算を実施すれば、いずれの T_{ts} とも $T_{ts} = 10$ と一致する結果が得るものと考えられる。

本図 (b) からは、 D_{max} は Fr_0 に同調して増加するのに反して、波速 \bar{C}_{max} は次第に遅くなっていることが見て取れる。これは、長波の波速の式と Fr 数の定義式を連立して得られる、

$$C_P = (1 - Fr_0) \sqrt{gD} \quad (1)$$

の関係から説明できる。ここに、 C_P は流れを溯る長波の波速、 D は水深である。式 (1) から求められる D と数値実験から得た D_{max} の比較を行ったところ、 T_{ts} が 10 分の一部を除いて両者はよく一致し、その差異は最大で 7% 程度であった。

(3) 河床の摩擦抵抗が溯上する津波に与える影響

河道内は海域に比べて水深がかなり浅いため、流れや波は水底からの摩擦抵抗の影響を大きく受ける。以下の条件に基づき、河床から受ける摩擦抵抗による伝播に伴う津波の波高減衰について調べた。

a) 設定した実験条件

河床の摩擦抵抗は、前述の河床抵抗係数 C_f により考慮することにした。この C_f の算出式はいくつも提案されているが、平坦河床を対象にした C_f の算出式のひとつである Engelund & Hansen¹¹⁾ が提案した、

$$C_f^{-0.5} = 6 + 2.5 \ln \left(\frac{D}{2.5d_s} \right) \quad (2)$$

を用いた。ここに、 d_s は河床材の平均粒径である。この C_f と頻用される Manning の粗度係数 n との間には等流公式を介して、 $n^2 = C_f h^{1/3}/g$ の関係がある。

この実験では、津波の入射前の水深 D_0 を 5.0 m、入射する津波の波高 η_{ts} を 1.0 m、周期 T_{ts} を 40 分に設定し、 d_s を 2.0, 5.0, 10.0, 25.0, 50.0 mm と変化させる実験 (i) と、 d_s を 5.0 mm と波高 η_{ts} を 1.0 m に固定して、周期 T_{ts} を 10, 20, 40 分と変化させる実験 (ii) の 2 つを実施した。支配方程式には浅水理論式と非線形分散波式の両式を用いた。

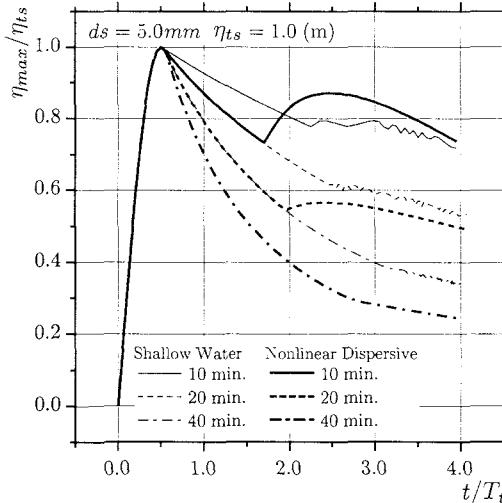


図-4 入射波 T_{ts} の周期を変化させた場合の河床抵抗と伝播に伴う波高減衰の関係

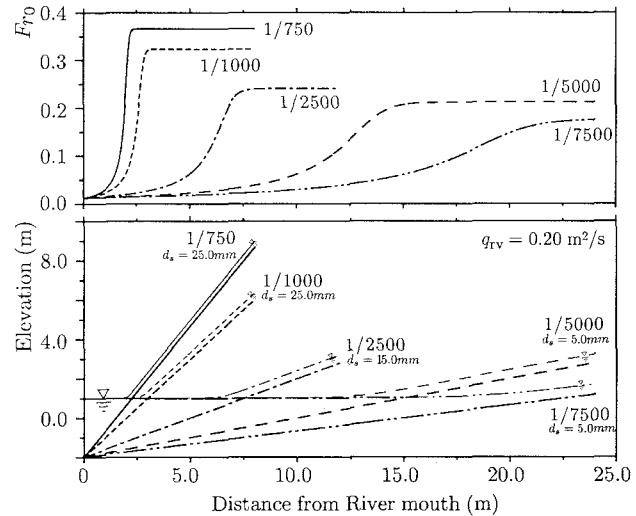


図-5 不等流計算を用いて設定した初期条件（上段： Fr_0 、下段：水位と河床）

なお、実在河川の下流区間相当の定常流量から決定される等流水深は極端に小さな水深となるため、この実験では流れは与えていない。また、式(2)は定常流のもとで成立することを想定したものであり、しかも津波の入射に伴う局所的な水深変化は相対的に短時間のため、本式中の D には初期水深 D_0 を与えて計算を行った。

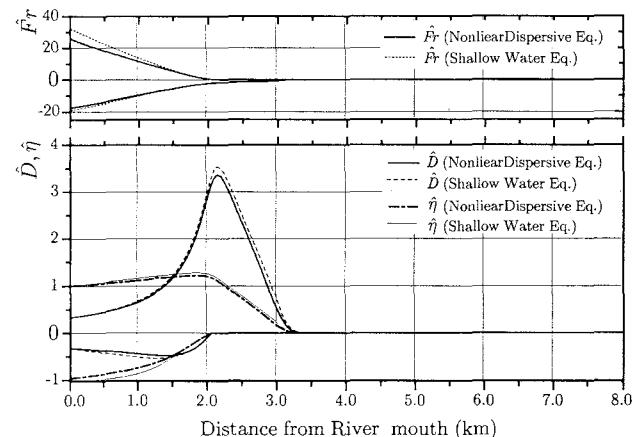
b) 実験結果

この数値実験は、伝播距離が長くなるに従って波高が減衰していく結果となった。

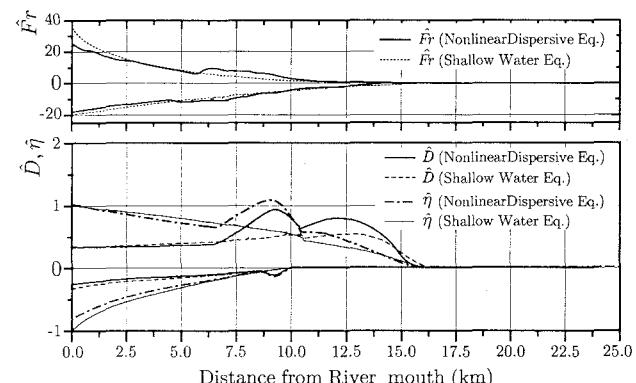
紙面に限りがあるため図面は割愛するが、粒径を変化させた実験(i)では、無次元時間 t/T_{ts} を1だけ伝播させた時点での浅水理論式、非線形分散波理論式の入射波高に対する最大波高の変化(減衰)率 η_{max}/η_{ts} はそれぞれ0.75, 0.67程度、無次元時間 t/T_{ts} が2では0.55, 0.40程度であった。浅水理論式に比べ、非線形分散波理論式の波高減衰率 η_{max}/η_{ts} の方が大きくなる傾向が見られた。

図-4に示したように周期 T_{ts} を変化させた実験(ii)でも同様の傾向が顕れ、さらに以下の2つの興味深い現象が示された。1つ目は、非線形分散波理論式を用いた実験では、いずれの T_{ts} においても波高が減衰していく過程でそれぞれ t/T_{ts} が1.7, 1.95, 3.05の時に波数分散現象に起因する波高増幅が発生したことである。その後、この波高増幅部は伝播に従い減衰した。2つ目は、前述のとおり、浅水理論式と非線形分散波理論式では η_{max}/η_{ts} が異なることを指摘したが、非線形分散波理論式の η_{max}/η_{ts} は2倍の周期 T_{ts} の浅水理論式のそれと一致する結果を得たことである。

現在のところ、著者らは両理論間で波高減衰率 η_{max}/η_{ts} が異なる理由など前述の結果を十分に説明するだけの知見を持てていない。しかし、次節の河床勾



(a) 波数分散現象が生じない例 ($I_b = 1/750, T_{ts} = 20\text{min.}$)



(b) 波数分散現象が顕著な例 ($I_b = 1/5000, T_{ts} = 20\text{min.}$)

図-6 無次元水深、入射波高、 Fr_0 の変化率の空間分布

配を考慮した実験で示したとおり、入射波の影響を受けない上流区間では初期条件として与えられた等流水深がいずれの方程式を用いた非定常計算においても終始維持された。このことから、実在する現象であると考えられる。これら現象の説明は今後の課題としたい。

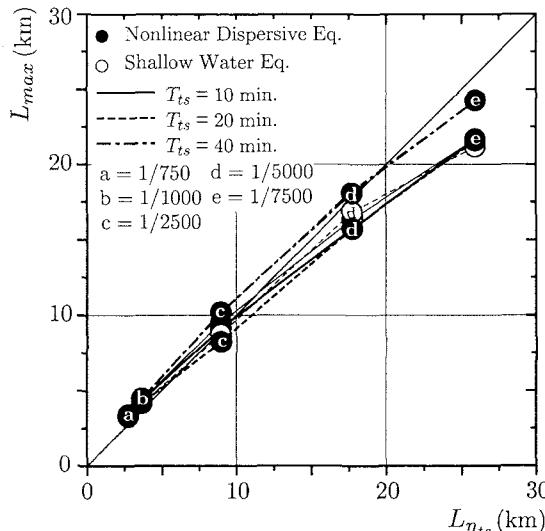
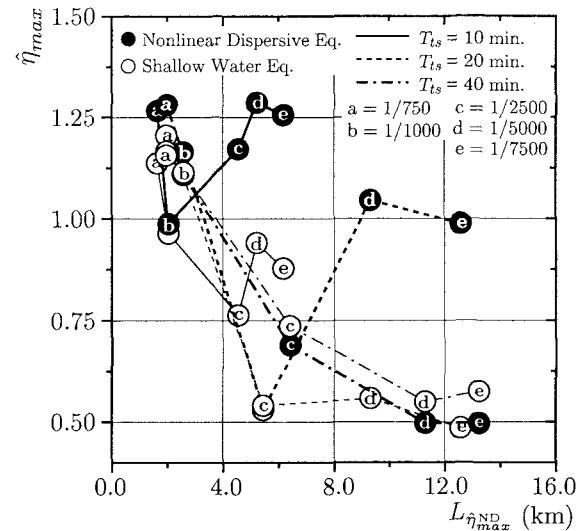


図-7 河床勾配と最大浸入距離の関係



(a) 無次元最大水位とその出現位置

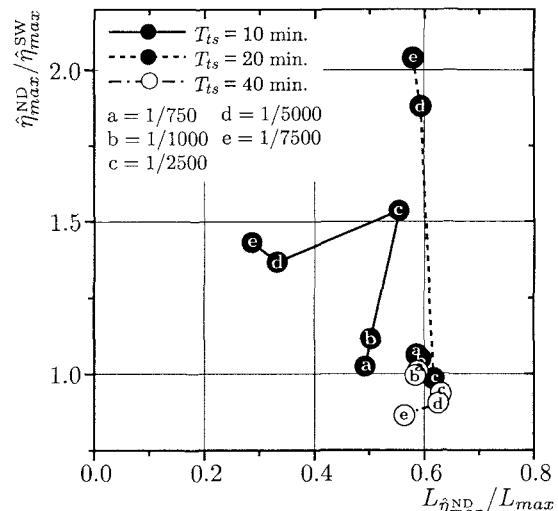


図-8 津波の浸入に伴い生じる最大水位とその出現位置

(4) 河床勾配が潮上する津波に与える影響

下流区間の河川の縦断水位分布は、海域からの影響を受けてそのほとんどが不等流を形成している。ここでは、このような水位分布、すなわち河床勾配とそれに対応した水面勾配を有する流れ場に津波が入射してきた場合の影響について調べた。

a) 設定した実験条件

実験の対象とした仮想河道の河床勾配 I_b には $1/750$, $1/1000$, $1/2500$, $1/5000$, $1/7500$ の 5 つを考えた。入射する津波の波高 η_{ts} は 1.0 m 、周期 T_{ts} は 10 , 20 , 40 分と変化させ、2 周期を与えた。また、河床抵抗を考慮し、 $1/750$, $1/1000$ では河床材の平均粒径 ds を 25.0 mm , $1/2500$ では 15.0 mm , $1/5000$, $1/7500$ では 5.0 mm を与えた。河川の定常流量 q_{rv} にはいずれの河床勾配でも、単位幅流量として $0.20 \text{ m}^2/\text{s}$ を与えた。

b) 初期条件、境界条件

この実験では、初期条件として、河床勾配 I_b 、河床抵抗 C_f と河川流量 q_{rv} に応じた初期水深 D_0 の分布を不等流の式で計算して与えた。各河床勾配ごとの初期水位と Fr_0 の空間分布は図-5 の示したとおりである。

津波の入射を考慮した非定常計算は浅水理論式と非線形分散波理論式の両式で行い、上流端では河川の定常流量としての q_{rv} 、下流端では津波の入射を水位で与えた。また、 C_f の計算には前項と同じ理由で初期水深 D_0 を用いた。

c) 実験結果

実施した実験の急勾配河川と緩勾配河川の典型的な計算結果が図-6 (a), (b) である。図中の \hat{D} は初期水深 D_0 に対する各地点の最高・最低水深の変化率、 $\hat{\eta}$ は入射波の最大波高 η_{ts} に対する各地点の初期水位からの最高・最低水位差 $\Delta\eta$ の変化率、すなわち入射波高の変

化率、 \hat{Fr} は同様に Fr_0 と各地点の最大・最小変化率を示している。それぞれ、0 より大きな値が最大値、小さな値が最小値を示している。

急勾配河川の場合では、津波の浸入距離はそれほど長くないものの、等流水深区間にまで津波が到達するために水深の変化率 \hat{D} は緩勾配河川と比べ非常に大きくなる。また、 Fr_0 に比べて負の Fr_0 の変動量が大きい事などを見ても分かるように、引き波時は急な水面勾配を形成して大きな流速を発生する。支配方程式の差異は、いずれの水理量から見てもほとんどない。

緩勾配河川の場合、急勾配河川に比べて最大浸入距離は長くなる。また、支配方程式の差異が顕著に顕れる。浅水理論式を支配方程式とした場合、 $\hat{\eta}$ を見れば分かるように入射波の波高は底面からの摩擦抵抗を受け伝播に従い減衰する一方である。これに対して、非線形分散波理論式では、伝播に従い波高が減衰するも

の、これとともに波頭部では波数分散現象が生じて波高増幅が発生している。

実施した実験の結果を最大浸入距離 L_{max} と η_{ts} と同値の初期河川水位の出現位置 $L_{\eta_{ts}}$ の関係、実験ケース毎の水位変化率の最大値 $\hat{\eta}_{max}$ とその出現位置 $L_{\hat{\eta}_{max}}$ について図-7, 8 に示すとおり整理した。

図-7 から、河床勾配が緩やかになるほどに津波の最大浸入距離 L_{max} が長くなること、いずれの河床勾配においても L_{max} と $L_{\eta_{ts}}$ はおおむね一致することが分かる。つまり、 L_{max} は $L_{\eta_{ts}}$ を用いて推定しても良いと考えられる。河床勾配が 1/2500 より急勾配の河川では入射波の周期 T_{ts} の違いによる L_{max} の差異はほとんど見られないのに対し、それより緩やかな河川では T_{ts} が長いほど L_{max} が長くなる。これは前項の河床抵抗と T_{ts} の関係から説明できる。また、 L_{max} の議論では、支配方程式が異なることによる差異はほとんどない。

各条件毎の水位変化率の最大値 $\hat{\eta}_{max}$ とその出現位置を図-8 (a) に整理しているが、このうち、浅水理論式の $\hat{\eta}_{max}^{SW}$ については非線形分散波理論式の $\hat{\eta}_{max}^{ND}$ との比較のためにその出現位置 $L_{\hat{\eta}_{max}^{ND}}$ における値をプロットした。 $L_{\hat{\eta}_{max}}$ に着目すると、 T_{ts} が長く河床勾配が緩やかな条件ほど河口から離れた地点にこれが出現する傾向があることが見て取れる。これは、前述の最大浸入距離の出現位置と波数分散現象の開始条件の両者から説明できる。本図で注目すべきは、波形勾配の比較的緩やかな T_{ts} が 20 分の場合でも波数分散現象が生じ、この時、波高増幅も伴うために河口から 10km 程度離れた地点でさえ河川の水位は入射波の最大波高 η_{ts} に近い水位にまで達する可能性が示されたことである。

同図 (b) は理論式の違いによる最大水位の差異とその出現位置を整理している。この図から、浅水理論式が示す最大水位に比べ、非線形分散波理論式のそれは 1.5 倍程度を示すことが度々あることが分かる。これは、同現象を取り扱う場合、その支配方程式には非線形分散波理論式を用いる必要があることを示唆する結果である。一方で、 $L_{\hat{\eta}_{max}^{ND}}/L_{max}$ はいずれの条件においても 0.6 程度である。これは、河床勾配や入射波形に関係なく、水位変動率が大きく特に危険度の高い区間はこの地点付近から河口までの区間であり、しかもこの地点は $0.6L_{max}$ として推定が可能なことを意味している。

4. 実現象の評価

2003 年 9 月の十勝沖地震に伴い発生した津波は、北海道の太平洋に面する十勝川、釧路川、沙流川、鶴川に浸入したことが確認されているが、現象の詳細は十分に解明されていない。前章までの数値実験の結果から以下のことが少なくとも明らかになる。

実施した実験のうち、入射波周期 40 分、河床勾配が 1/750 は沙流川、1/1000 は鶴川、1/5000 は十勝川、1/7500 は釧路川における現象に相当する。十勝川ではその水理量の変動率は小さいものの 17km 程度、釧路川では水面幅の急変する 8km 程度までは到達していたことが推測できる。鶴川や沙流川では、河口に最も近い水位観測所で津波と考えられる水位変動が観測されたがその真偽は定かではない。しかし、この実験を通して、両河川の河口から 3km 程度上流地点で観測された水位変動の原因は津波であるものと推測できる。なお、本論文では概要を述べるにとどめ、詳細は稿を改めて報告する予定である。

5. おわりに

河川の有する地形特性は、河道内に浸入した津波の波形の前傾化を促進させやすい。このため、伝播可能な距離が長くなる緩勾配河川では底面摩擦の影響を受けながらにもかかわらず、波数分散現象が顕著に発生する可能性が大きいことが分かった。これは河道内の津波を取り扱う際には支配方程式に非線形分散波理論式を用いる必要性を示唆する結果である。また、河道に浸入した津波の危険度が高い区間は、いずれの河床勾配を有する河川でも河口から同程度の位置までであることを示す計算結果を得た。

参考文献

- 1) 安田 浩保, 渡邊 康玄, 藤間 功司 : 2003 年 9 月の十勝沖地震に伴い発生した津波の河川潮上, 土木学会論文集, No.768/II-68, pp.209-218, 2004.
- 2) 岩崎 敏夫, 阿部 至雄, 橋本 潔 : 河川津波の特性に関する研究, 第 24 回海岸工学講演会論文集, pp.74-77, 1977.
- 3) 後藤 智明, 首藤 伸夫 : 河川津波の遡上計算, 第 28 回海岸工学講演会論文集, pp.64-68, 1981.
- 4) Tsuji, Y. and Yanuma, T. and Murata, I. and Fujiwara, C.: Tsunami Ascending in Rivers as an Undular Bore, *Natural Hazards* 4, pp.257-266, 1991.
- 5) Peregrine, D.H. : Long waves on a beach, *J. Fluid Mech.*, Vol.27, pp.815-827, 1967.
- 6) 後藤 智明 : アーセル数が大きい場合の非線形分散波の方程式, 土木学会論文集, 第 351 号, pp.193-201, 1984.
- 7) 安田 浩保, 山田 正, 後藤 智明 : スルースゲートの閉鎖に伴い発生する段波の水理実験とその数値計算, 土木学会論文集, No.733/II-63, pp.89-105, 2003.
- 8) 安田 浩保, 藤間 功司 : 水門を透過する遡上津波の挙動に関する基礎的研究, 水工学論文集, Vol.48, pp.1261-1266, 2004.
- 9) 原信彦, 岩瀬 浩之, 後藤 智明 : 非線形分散波理論式に関する多段階混合差分スキームの提案, 海岸工学講演会論文集, 第 45 卷, pp.26-30, 1998.
- 10) 後藤 智明 : 2 段階混合差分法を用いた線形分散波方程式の数値計算における打ち切り誤差, 津波工学研究報告, 第 20 号, pp.13-22, 2003.
- 11) Engelund & Hansen : *A Monograph on Sediment Transport in Alluvial Stream*, Teknisk Forlag, Copenhagen, Denmark, 62p., 1967.

(2004. 9. 30 受付)