

風波下の拡散現象に関する 実験的研究とモデル化

AN EXPERIMENTAL INVESTIGATION AND MODELLING OF THE DEFFUSION PHENOMENA UNDER WIND WAVES

辻村太郎¹・金子公久²・京藤敏達³・武若 聡³・榊原 潤⁴・羽田野 祐子³

Taro TUJIMURA, Kimihisa KANEKO, Harumichi KYOTO, Satoshi TAKEWAKA

Jun SAKAKIBARA and Yuko HATANO

¹学生会員 工修 筑波大学大学院システム情報工学研究科(〒305-8577 茨城県つくば市天王台1-1-1)

²学生会員 筑波大学大学院システム情報工学研究科(〒305-8577 茨城県つくば市天王台1-1-1)

³正会員 工博 筑波大学助教授 システム情報工学研究科(〒305-8577 茨城県つくば市天王台1-1-1)

⁴非会員 工博 筑波大学助教授 システム情報工学研究科(〒305-8577 茨城県つくば市天王台1-1-1)

In the aspect of water-environments, the studies on wind waves are very important regarding transport phenomena in atmosphere, lakes and sea. Dispersion phenomena in water under wind waves have been studied by many researchers, but they have taken notice of only surface layer beneath the free surface. The purpose of this study is to elucidate the diffusion in the surface layer and the lower layer as well. Visualization of dye diffusion and velocity field measurements by means of PIV and 2D-electro magnetic velocity meters were performed. The mechanisms of dye diffusion between the surface and the lower layers are different. In the surface layer, the diffusion can be estimated well by using Taylor's turbulent diffusion theory. In the lower layer, however, we found that the diffusion is like the chaotic mixing. To investigate qualitative feature of the chaotic mixing under wind waves, a mathematical model represented by the superposition of a periodic array of vortices and stationary water waves was proposed. The coexistence of free surface waves and large-scale vortices causes chaotic advection of fluid particles. This phenomenon will induce strong mixing of water in the lower layer even if the turbulent intensity in this layer is small.

Key Words : *wind waves, dispersion, advection-diffusion equation, chaotic advection*

1. はじめに

気圏-水圏間における物質輸送現象の解明は水域環境を予測する上で重要である。とくに水域への二酸化炭素の吸収量は水表面近傍におけるその濃度に依存する。従って、水中における物質拡散現象の理解は吸収量を見積もる際に必要となる。また、湖沼底泥からの有害物質の溶出および拡散は、水資源管理上の大きな課題となっている。海洋や湖沼におけるこのような物質拡散には風波が大きく関与する。そこで、本研究では風波による物質拡散について実験的および理論的に探求することを目的とした。

風波による気体の溶解込みおよび水中での拡散に関しては数多くの研究がなされている。竹原ら¹⁾は蛍光染料を用いて風波下の炭酸ガスの溶解込み過程の可視化を

行った。さらに森・今村²⁾はPIVと2色LIFを用いることにより炭酸ガスの定量的な時空間的計測を行った。津守ら³⁾は風洞水槽の気・液のCO₂濃度の同時計測を行うことによりCO₂交換係数の検討を行った。また、風波下での拡散現象についても流速場の詳細な計測が行われ、乱流場の解析など活発に研究がなされている。例えば、杉原ら⁴⁾は、三次元流速場の計測を行い風波下の乱れの特性について検討している。さらに、山下ら⁵⁾は三次元流速場の計測によりエネルギー散逸項を評価した。一般的な拡散現象についての研究は、河川や土壤中、大気、海洋の実測・実験が進むにつれ、異常拡散と呼ばれる現象が観測され、Taylorの用いた時間平均移流拡散方程式よりも精度の高い新しい予測手法が求められ、多くのモデルが提案されている^{6), 7)}。

風波下の物質拡散で考慮すべき点は、表面で生成された渦の移流拡散と波動による流速および圧力変動である。風のせん断で生成された渦による流速変動は水面から波

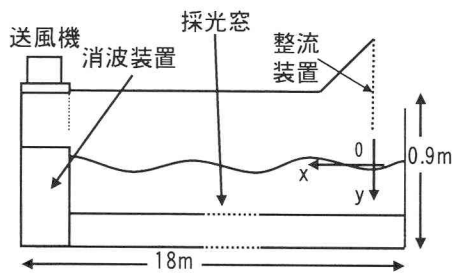


図-1 実験装置の概略

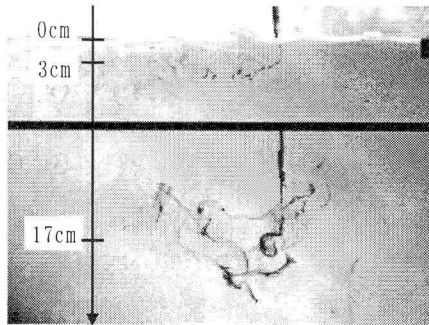


図-2 取得画像

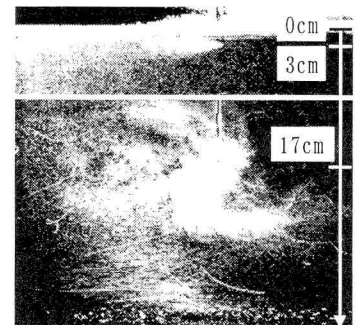


図-3 重ね合わせ画像

(図-2, 3共に水深は上3cm, 下17cm)

高のオーダーの深さでほぼ減衰するため、それ以深では渦による拡散は無視できるものと考えられている。一方、水面波による流速変動は波長のオーダーの水深まで伝播するといわれている。

本研究では深海波の条件下で、発達段階にある風波下の拡散現象について、上記の点を実験的に探求し、理論的な説明を試みた。結論として、乱流強度が小さくても大きな渦が間欠的に存在することで表層からそれ以深にかけて流体は大きく混合されることが判明した。この渦は表層で生産され風下に移流し、合体し、水深方向に運ばれることで生成されたものである。この渦による流速変動は小さいものの、混合現象に着目すると渦は支配的な役割を担うことが示される。

まず、染料の拡散実験を行った。さらに、風波の実験を行い、発達段階にある風波の流速場を計測し、平均流速、乱れ強度および渦度を求めた。また、流速変動から拡散係数を算定し、平均場の移流拡散方程式に従って染料の拡散をシミュレートした。平均流が渦による変動流速に比べて大きい場合には従来の移流拡散方程式は有効であるが、渦による変動流動が支配的な場合にはこのモデルは適用されない。波と渦が共存する場においては、カオス的混合による層流拡散が存在することを示す。

2. 実験

(1) 染料拡散実験

風洞水槽を用いて、風波下における染料の拡散の様子を可視化した。風洞水槽は、長さ18.0m、幅0.4m、高さ0.9mである。送風機は風洞水槽の終端に設置し、吸出し方向に風を発生させた。また、戻り流れの影響を軽減するため底面から11cmの位置に水平板(厚さ2cm)を設置し、底面は二重構造とした。さらに、水槽の終端に消波装置を設置した。図-1に実験装置の概略を示す。本実験においては、水深を38cm、代表風速を4.8m/sに固定した。吹送距離が4mの地点において染料を注入した。その地点の有義波高は約3mmであった。注入水深は、2, 3, 4, ..., 9,

10, 13, 15, 20, 25, 30cmである。染料はウォーターブルー溶液(1g/500cc)を用い、ノズルから注入した。流脈の画像を高速度ビデオカメラ(FORTRON FASTCAM -PCI)を用いて撮影した。サンプリング周波数は30Hzである。注入水深が異なる代表的な場合(水深; 3cm, 17cm)の取得画像を図-2に示す。両画像の縮尺は等しく図-2, 3の境界における水深は、7cmである。また、染料の移動範囲を計測するため3秒分の画像(100個)を反転させ、重ね合わせを行った(図-3)。図-2と同様に両画像の縮尺は等しく、図の境界の水深は9cmである。図-2を見ると、注入水深3cmでは染料が細かく碎かれ拡散しているが、注入水深17cmでは大きく「引き伸ばし」や「折り畳み」が行われたような拡散現象が起こっていることが判る。図からは拡散の形態が異なるものの、両画像とも広い範囲に染料が輸送されていることが判る。この結果から、実際の現地レベルでの風波下の物質移動を考える場合、波高よりも大きい水深の場所でも渦による拡散が作用しているものと考えられる。

(2) 波高・流速計測実験

前節で観察した拡散に寄与する流体運動を分析するために、風波および風波下の流れの計測を行った。風波の発達を見るために容量式波高計(KENEK CHT6-30)を $x=1.7\text{m}$, 5.0m , 7.0m の位置に設置した。また、水平面内の流速は電磁流速計(KENEK VMT2-200-08P)により $x=3.3\text{m}$, 5.1m , 6.9m の位置において水深2, 3, 4, ..., 9, 10, 13, 15, 20, 25, 30cmの各位置で計測した。さらに、PIV計測を用いて $x=2\text{m}$, 4m , 6m 付近の鉛直断面内流速を計測した。サンプリング周波数はそれぞれ100Hz, 100Hz, 30Hzである。PIVのトレーサにはナイロン粒子(比重1.02, 粒子径 $1\mu\text{m}$)を、光源としてレーザーを用いた。またPIVの解析法には相関法を、誤ベクトル除去には近傍8点法を用いた。実験条件は染料拡散実験と同様である。波高のデータからパワースペクトルを求め図-4に示す。図-4より吹送距離5m付近では発達段階の風波であることが判る。電磁流速計によって計測された流下方向流速を図-5に、また各水深における平均流速を図-6に示す。ただし、平

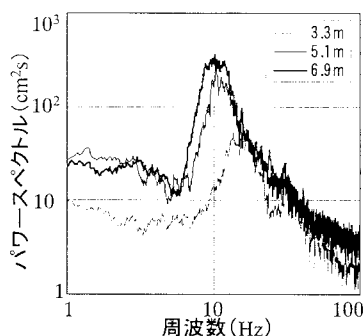


図-4 風波のパワースペクトル

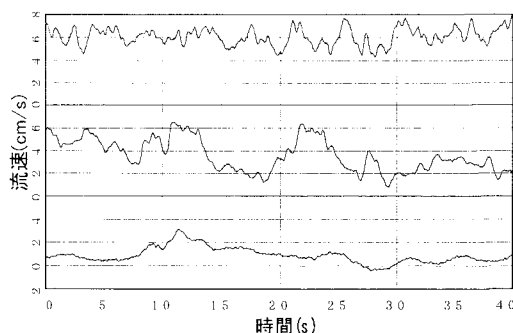


図-5 流下方向流速
(水深は上から3, 8, 15cm)

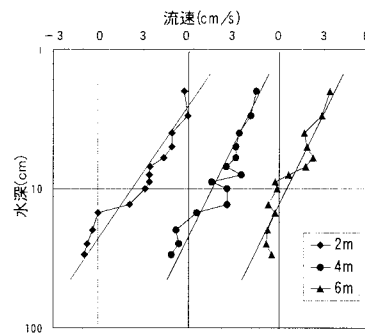


図-6 各水深における平均流速

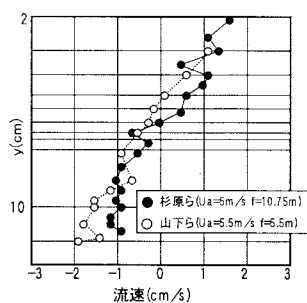


図-7 流速分布(杉原ら⁴⁾, 山下ら⁵⁾)

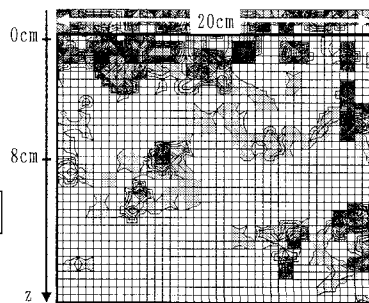


図-8 渦度の分布

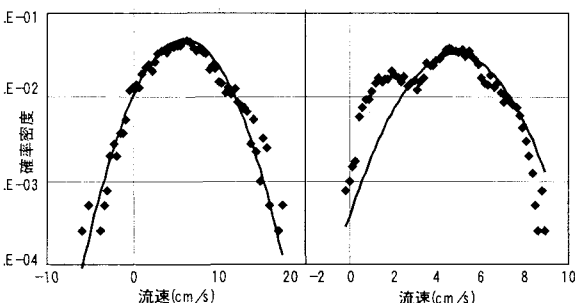


図-9 速度変動の確率密度関数(水深: 左2cm, 右8cm)

均は40秒間のデータ(約4000個)を用いた。また、図-6には対数則で近似した直線も併記した。図-6から、平均流速分布には対数則に従わないノコギリ状の凹凸が見られる。この凹凸が計測時間に依存するかを確認するために、同一点において数回の計測を行ない、データを整理したが同様の傾向が見られた。この点は他の研究者のデータにも見られる(図-7)が、その理由については言及されていない^{4), 5), 8)}。図-5から水深8cmにおける流速が間欠的に低周波の変動(およそ0.1Hz)を伴っていることが分かる。前節の可視化実験から、この変動は大規模渦によるものと考えられる。また40秒以上の長期的な変動が見られるが、セイシュの周期が20秒程度であり、原因は不明である。渦の移流拡散を見るために、PIVの流速分布より渦度を計算した(図-8)。図-8の格子の大きさは0.5cm×0.5cmとなっており、上端から3マス目が水深0cm付近である。濃淡は濃いほど渦度の絶対値が大きい。この図から、平均流速がノコギリ状になる水深付近に渦が存在することが分かる。同時計測ではないが、これらの事実より、大規模な渦が測点付近を通過することによって生じた決定論的な運動量輸送によるものと考えられる。

図-5の流速データから、表層付近では平均流に比べて変動が小さく、水深の増加と共に変動の振幅が平均流と同オーダーとなっている。これは表層で生産された渦が水深方向に移流してきたためである。図-9に流速の確率密度関数を示す。表層付近では、ガウス分布に従っており、いわゆるTaylorの拡散理論が適用可能であると考えられる。一方、中下層では確率密度関数は非ガウス分布を示している。

3. 解析

今までの議論から分かるように、発達段階にある風波下における移流拡散は、表層付近で吹送流が顕著なために波動成分の影響は小さく、中下層では波動成分と渦の効果が支配的となる。このような風波の平均流に比べて変動流速が大きな流れ場における移流拡散については不明な点が多く、そのモデル化も開発途上にある。本章では、実験で得られた拡散とそのモデル化について問題点を明記しつつ、議論を進める。実際の海洋や湖沼では波動成分および渦成分が重畳する。平均流に比べて変動が小さい場合には、平均流の移流拡散方程式を用いることができる。しかし、変動成分が卓越すると、いわゆる異常拡散の出現が知られている。例えば、パッシブカラーの点源を与えた場合、その挙動は、拡散幅を σ として

$$\sigma^2 \propto t^{2\beta} \quad (1)$$

で表される。通常拡散の場合は、 $\beta = 0.5$ である。しかし、現地観測や実験において、これとは異なる挙動を示す場合があり異常拡散と呼ばれる。 $\beta > 0.5$ の場合super-diffusive、 $\beta < 0.5$ の場合sub-diffusiveと呼ばれる。これらの拡散に関するモデルも多く提案されている⁹⁾。ここでは、カオスの理論を用いて風波場における異常拡散について検討する。

(1) 拡散係数の算定

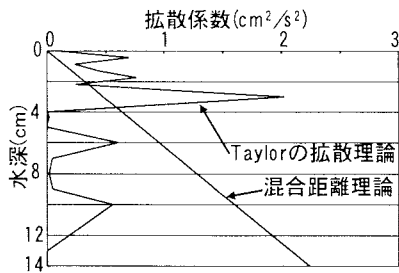


図-10 拡散係数の算定

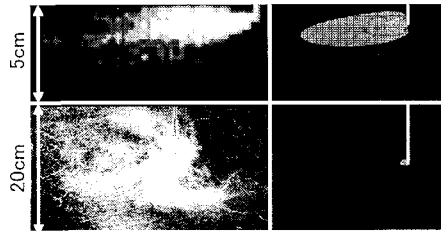


図-11 重ね合わせ画像と数値計算の比較

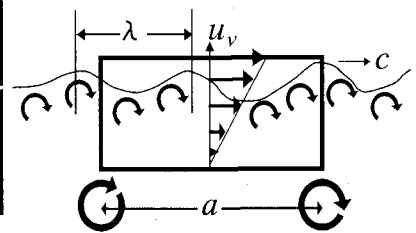


図-12 循環Γの算定

平均流に比べて流速変動が小さい流れ場における拡散は、平均化された移流拡散方程式

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U \frac{\partial C}{\partial x} = \nabla \cdot (D \nabla C) \quad (2)$$

により記述される。ここで、 C は平均濃度、 U は平均流速、 D は拡散係数である。この拡散係数を混合距離理論およびTaylorの拡散理論を用いて算定し、実験結果と比較する。

a) 混合距離理論

風波下の流速分布が壁乱流と相似であるとし、混合距離理論を適用すると拡散係数は以下の式で算定される。

$$D = z^2 \left| \frac{dU}{dy} \right| = \kappa u_* y \quad (3)$$

ここで、 $z = \kappa y$ 、 κ はカルマン定数、 u_* は摩擦速度である。風波表層の流れ場は壁せん断乱流境界層と類似していることから、摩擦速度は図-6の流速分布から水面速度との相対速度を求め、対数則を適用することで算定した⁵⁾。式(3)から D を決定した結果を図-10に示す。ただし、混合距離理論は対数則領域で成立し、水深が大きくなると適用されないことに注意する必要がある。

b) Taylorの拡散理論

Taylorの拡散理論は、一様等方性乱流場で適用される。ここでは、拡散係数を風波の気液界面の流れ場が局所等方的であるとし、次式を用いて算定し図-10に示す。

$$D \cong \frac{1}{2} \overline{\vec{v}_+(t) \cdot \vec{v}_+(t) \cdot \tau_c} \quad (4)$$

ここで $\vec{v}_+(t)$ は流速の変動、 τ_c は相関時間を表す。

c) 数値計算と染料拡散実験との比較検討

Taylorの拡散理論に基づく拡散係数は、流速分布から直接計算するとノコギリ状の分布となる。これは風波下の大規模渦が間欠的に存在していることを物理的に意味している。この理論の妥当性をみるために、Taylorの拡散係数を用いて移流拡散方程式(2)を数値的に解いてみた(図-11)。その結果、表層の拡散は、Taylorの理論で評価できることが判った。しかし、風波下の中下層における拡散現象(図11の下図)は、この理論では再現されていない。そこで次節では、風波下におけるカオス的混合

の可能性について検討する。

(2) カオス的混合

平均流速に比べて変動流速が大きい流れ場における拡散は平均化した移流拡散方程式によって説明できない。本実験の風波下の中下層における混合を説明するために、本節では簡単なモデルを提案する。そこで、風波下の中下層の拡散現象である「引き伸ばし」や「折り畳み」を表現するため、カオス的混合の可能性を検討する。

a) 風波下の流れ場のモデル

風波下の流れ場を波と渦列の組み合わせで表現し、その複素ポテンシャルを次式で与える。

$$W = Ac \exp(-ik(z - id - ct)) + i\Gamma \{ \ln(\sin(\pi z / a)) - \ln(\sin(\pi(z - 2id) / a)) \} \quad (5)$$

ここで、 z は空間座標で $z = x + iy$ 、 t は時間、 Γ は循環、 a は表層の渦が合体して生成された大規模渦の間隔、 k は波数、 A は振幅、 c は波速、 d は水面から渦列までの距離である。上式の最終項は渦列の自由表面に関する鏡像の項である。また、座標原点を渦列の中心に取り、渦の移流速度は波速に比べて小さいため無視した。また、波動成分は微小振幅深海波で近似し

$$k = \omega^2 / g, \quad \omega = 2\pi / T, \quad c = \omega / k \quad (6)$$

とした。また、渦列の幅は、渦による運動量の欠損があった水深8cmの低周波変動の周期および同水深における平均流速より見積もると $a = 30\text{cm}$ となる。また、波長および波高はそれぞれ7.5cm、2.0cm、波速は65cm/sであった。式(5)から複素速度を求めるとともに、波速 c で無次元化すると、

$$\frac{dW}{cdz} = i \{ -A_w \exp(-i(z_n - id_n - t_n)) + A_v \cot(z_n / \lambda_v) - A_v \cot((z_n - 2id_n) / \lambda_v) \} \quad (7)$$

となる。ただし、

$$z_n = kz, \quad d_n = kd, \quad t_n = kct \\ \lambda_v = ka / \pi, \quad A_w = kA, \quad A_v = \pi\Gamma / ac \quad (8)$$

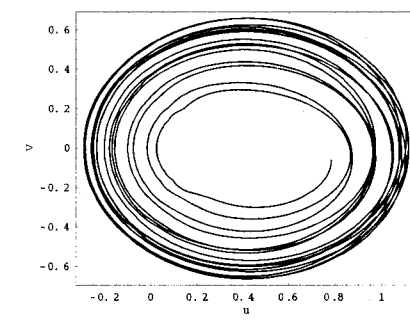
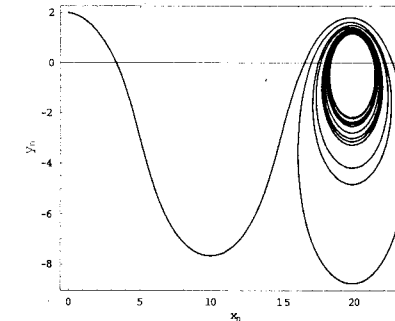
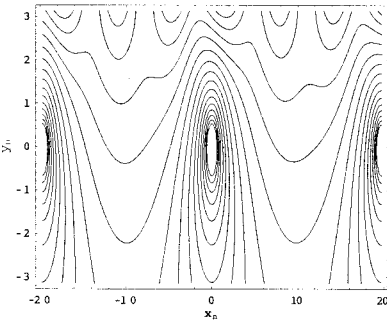
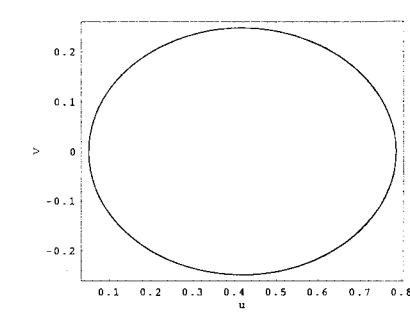
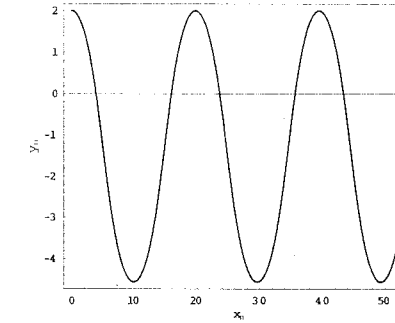
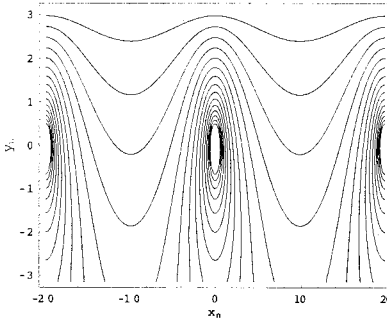
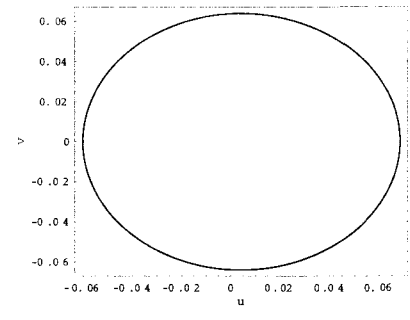
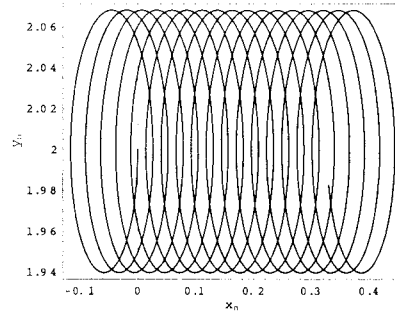
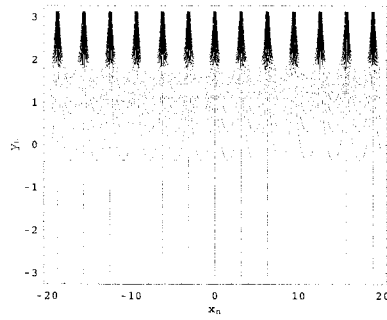


図-13 流線

図-14 流跡線

図-15 ポドグラフ面上での水粒子の軌跡

(図-13, 14, 15はすべて上から波のみ: $A_w=0.2$, 渦のみ: $A_v=1.0$, 渦と波: $A_w=0.2$, $A_v=1.0$)

である。ここで循環 Γ は水面波が気流から受ける抗力によって生成されるものと仮定し、大規模渦の間隔 a の幅で表層から流速が0となる水深までの矩形領域で次式に従って算定した(図-12参照, u_v は水表面表層の流速)。

$$\kappa \approx u_v a = U_a \sqrt{\frac{f \rho_w}{\rho_a}} \quad (9)$$

式(7)から、水面波と渦による流速の比を見積もると

$$\frac{O(A_w)}{O(A_v)} = kA \frac{c}{U_a} \sqrt{\frac{f \rho_w}{\rho_a}} \quad (10)$$

となる。ただし、 ρ_w は水の密度、 ρ_a は空気密度、 U_a は風速、 f は抗力係数で0.001のオーダーである。この式から発達段階の風波では渦の生産が卓越し、水面波に比べて渦の影響が大きいことが分かる。これら無次元量を実験値より算定すると、 d_n は波の波長と等しく 2π 、 A_w はおよそ0.2となる。

b) 計算結果

流線上では流れ関数が一定であり、解析関数で与えられているため、流線は可積分である。一方、流跡線は2本の非自励系の常微分方程式で支配され、 (x, y, t) の三次元空間を移動するため、解の一意性が成立しても、複雑な軌跡を描き、いわゆるカオスとなる可能性がある。

図-13に、波のみが存在する場合、渦のみが存在する場合、波と渦が共存する場合の流線を示す。渦内では粒子は閉じ込められ、渦外では粒子は流される。このように渦の内外で粒子運動は大きくその挙動が異なる。その渦内と渦外を分ける境界線は分岐線(separatrix)と呼ばれている⁷⁾。分岐線を境界として粒子の移動は大きく変化する。すなわち、分岐線上の粒子はかすかな摂動をもってその軌道が大きく異なる。そこに波の流速変動が付加されることにより、分岐線が時間的に変化する。紙面垂直方向に時間軸をとって流線を描くと、分岐線の交わる分岐点(速度場におけるよどみ点)が無限個存在することを意味する。これがカオスの混合の発生原因となっており、風波下の流速場においては渦の存在によってカオスの混合が発生する可能性が示唆される。

図-14に流跡線を示す。流跡線はストークスドリフト

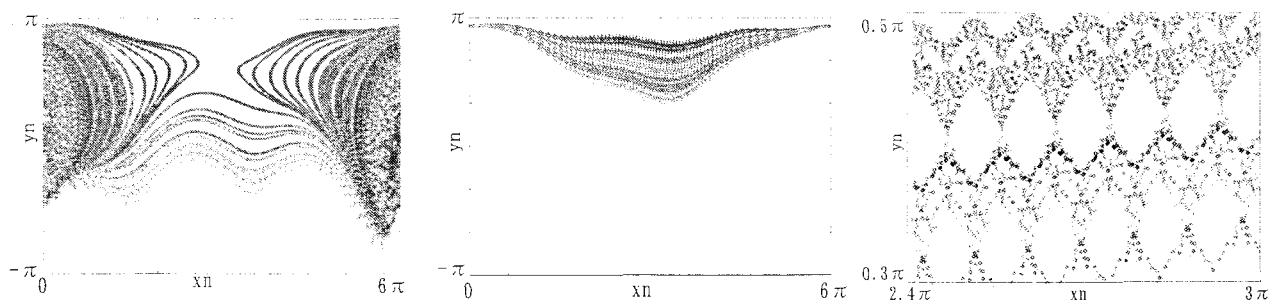


図-16 流跡線のポアンカレマップ(左: $A_v=0.2$, 中央: $A_v=2.0$, 右: 中央の拡大図)

と渦による移流から構成されている。この際、図-14の波と渦が存在する場合は、粒子が分岐線内から分岐線外に移動する様子が判る。このように、層流場の重ね合わせによりカオス的な挙動が出現することが示された。次に図-15にポドグラフ面 (x_n 方向流速 u および y_n 方向流速 v の平面) における粒子の軌跡を示す。これを見ると波および渦の場合はリミットサイクルを描くのに対して、波と渦が共存する場合には、軌道が不規則となりカオスが起こっている。

図-16に渦と波が共存する場合の流跡線のポアンカレマップを示す。波のみの場合にはストークスドリフトにより y_n 軸に平行な軌跡を描く。また、渦のみの場合に水粒子は流線上を移動する。一方、渦と波が共存する場合は、粒子が分散している様子が見られる。さらに、渦の循環 A_v の値を変化させることにより、その挙動は異なるものとなるが、単一曲線上の軌道は現れず、カオス的な振る舞いが見られる。

以上のことにより、風波下では、波と渦の存在によりカオス的混合により物質拡散が促進される可能性があることが示された。

4. まとめ

風波下の拡散を評価するため、染料拡散実験および波形・流速の計測を行った。PIVによる流速場の可視化および電磁流速計による長時間データから、間欠的な大規模渦の存在が確認された。また、通常の乱流拡散方程式によって表層の拡散は評価できるものの、中下層における拡散は評価できないことが判った。さらに、波と大規模渦が重なる場では、カオス的混合が物質拡散を促進する可能性について論じた。

謝辞：本研究を遂行するにあたり、基盤研究(B)「Xバンドレーダーによる沿岸地形と流動の観測」代表 西村仁嗣(筑波大学)、および基盤研究(A)(2)代表 足立泰久(筑波大学)「農業環境におけるコロイド界面現象と流体運動が協同する物質動態とその予測制御」の補助を受けました。ここに、謝意を表します。

参考文献

- 1) 竹原幸生, 加藤明秀, 江藤剛治: 風波によるガスの取り込み過程の可視化, 海岸工学論文集, Vol.46, pp.101-105, 1999.
- 2) 森信人, 今村正裕: 2色LIF-PIVを用いた水表面におけるガス交換過程の計測, 海岸工学論文集, Vol.49, pp.96-100, 2003.
- 3) 津守博通, 杉原裕司, 増田章: 風波気液界面を通しての二酸化炭素交換量の測定, 海岸工学論文集, Vol.50, pp.101-105, 2003.
- 4) 杉原裕司, 高崎敦彦, 松永信博: 風波下における乱流境界層の構造, 海岸工学論文集, Vol.46, pp.96-100, 1999.
- 5) 山下祐之, 長谷部純, 泉宮尊司, 黄光偉, 石橋邦彦: 風波下の乱流の相似構造と乱流エネルギーの生成・逸散に関する研究, 海岸工学論文集, Vol.50, pp.76-80, 2003.
- 6) W. R. Young and Scott Jones: Shear dispersion, *PHYSICS OF FLUIDS*, Vol.3, pp.1087-1101, 1990.
- 7) D. del-Castillo-Negrete: Asymmetric transport and non-Gaussian statistics of passive scalars in vortices in shear, *PHYSICS OF FLUIDS*, Vol.10, pp.576-594, 1998.
- 8) 加藤始, 信岡尚道, 村上晴道: 風波の水面直下の乱れの測定, 海岸工学論文集, Vol.50, pp.81-85, 2003.

(2004.9.30 受付)