

一般座標コロケート格子を用いた 鉛直 2 次元モデルによる潜入密度流の数値解析

SIMULATIONS OF PLUNGE FLOWS IN A RESERVOIR BY A 2D MODEL USING COLLOCATED GRID IN GENERAL-COORDINATE GRID SYSTEM

重枝 未玲¹・秋山 壽一郎²

Mirei SHIGE-EDA and Juichiro AKIYAMA

¹正会員 博士 (工学) 九州工業大学講師 工学部建設社会工学科 (大学戦略室付)
(〒 804-8550 北九州市戸畑区仙水町 1-1)²正会員 Ph.D. 九州工業大学教授 工学部建設社会工学科 (同上)

A numerical model for simulating buoyancy driven flows taken place in a reservoir is constructed. The model is based on the SMAC and MUSCL method as a numerical method, and the collocated grid in general-coordinate system is used as a grid system. In order to examine the performance of the model, it is applied to plunge flows, which may be considered as one of a typical buoyancy driven flow occurred in a reservoir, and is tested against our laboratory experimental results observed in both mild and steep slopes. It is demonstrated that the model can predict plunge depths and velocity profiles of subsequent underflows reasonably well, irrespective of inflow conditions.

Key Words : density current, plunging flow, numerical model, collocated grid, general coordinate system, SMAC method, MUSCL method

1. はじめに

出水時に濁った河川水がダム貯水池に流入すると、負の浮力のために貯水池上流端で周囲水に潜り込む、いわゆる潜入現象が生じる。この潜入密度流は、濁水長期化・富栄養化などの水質問題や、堆砂・排砂問題と密接に関係している¹⁾。このため、理論解析、室内実験、現地観測および数値解析を通じて、これまで数多くの研究がなされている (例えば^{2),3),4),5),6),7),8),9)}。しかし、潜入密度流の流動特性量については、最も重要と考えられる潜入水深 h_p や初期混合率 γ ですら、いまだよくわかっていないのが実情である。このような背景を踏まえ、秋山ら⁵⁾は、緩～急勾配水路床での混合型貯水池を対象とし、①潜入点での内部フルード数 F_p は流入内部 Froude 数 F_0 と水路勾配 I の影響を受け、緩勾配水路で $0 < F_0 \leq 2.0$ 程度、急勾配水路で $0 < F_0 \leq 5.0$ 程度の範囲で F_p は大きくばらつくが、この範囲以外では $F_p \approx 0.5$ の値を取ること、②初期混合率 γ は、 $\gamma = 0.03 + 6I$ で与えられること、などを明らかにしている。

数値解析に基づき、潜入密度流の流動特性量の解明を試みた研究もいくつか存在する^{7),8),9)}。Farrell & Stefan⁷⁾は、k- ϵ モデルを用いた数値実験により、潜入水

深 h_p の再現を行うとともに、数値実験に基づき、初期混合率 γ の経験式を潜入密度流下流端での内部フルード数 F_n の関係として求めている。しかし、数値実験によって得られた F_p 値が彼ら自身が得た室内実験結果と一致していないことや、 γ を得るためには速度および密度分布が正確に計算される必要があるが、この点においても疑問が残ること、などの問題が認められる。Bournet et al.⁸⁾は、 h_p に関する予測式⁴⁾に基づき、k- ϵ モデルを用いた数値モデルの検証を行っているが、実験結果との比較がなされておらず、その再現精度には疑問が残る。Kassem ら⁹⁾は、k- ϵ モデルに基づく汎用 3 次元数値モデルを用い、漸拡水路での 3 次元潜入密度流の実験結果¹⁰⁾を用い検証を行っているものの、解析結果は実験値に比べ拡散する傾向が認められる。このように、潜入密度流の流況を適正に再現できる数値モデル、あるいは再現性が適正に検証された数値モデルは、著者の知る限り存在していないようである。一方、潜入密度流を取り扱ったものではないが、ダム貯水池の水質問題を評価・検討する手段として、多層モデル (例えば^{11),12)}) や k- ϵ モデル (例えば¹³⁾) に基づく鉛直 2 次元モデル、などの数値モデルも開発されている。これらの数値モデルは、実用的な観点からダム貯水池の水質

や流動状況をマクロ的に捉えようとするモデルであり、そのモデリングの性格上、貯水池形状を適切に取り扱うことが難しく、また潜入密度流を再現できるような解像度を有していない。

著者らは、高解像度スキームに基づく密度流の鉛直2次元モデル(以下、SMM-BIFモデル(numerical model with Simplified MAC and MUSCL method for Buoyancy Induced Flows))^{14),15)}を構築し、水平面上のサーマルの実験結果に基づき、同モデルがその流動特性量を十分に再現できることを示した。高解像度スキームは数値拡散を極力小さくできることが特徴であり、これを用いることで潜入密度流の流況を適正に再現できる数値モデルの構築が期待できる。

本研究は、ダム貯水池の水質・堆砂問題に重要な役割を果たす、潜入密度流や中層密度流等を含む流動現象や、それに伴う水質の再現・予測、さらにはカーテン等を用いた流動制御の評価・検討ツールの開発を目的として、SMM-BIFモデル¹⁴⁾をコロケート格子を用いた一般座標系に拡張したSMM-BIF-CGモデル(numerical model with Simplified MAC and MUSCL method for Buoyancy Induced Flows based on Collocated grid system in General-coordinate grid system)を開発するとともに、潜入密度流の再現を試みたものである。特にここでは、流入内部Froude数 F_0 と水路勾配 I の影響を受ける範囲での潜入密度流の流動特性量の理論予測が難しいことを踏まえ⁵⁾、急勾配と緩勾配水路での、そのような条件における潜入密度流の室内実験結果との比較を通じ、SMM-BIF-CGモデルの再現精度を検討した。

2. SMM-BIF-CGモデルの概要

(1) 基礎方程式

基礎方程式は、連続の式、ブシネスク近似を施した運動方程式および相対密度差の移流拡散方程式であり、それぞれ式(1)、(2)、(3)で表される。

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial uu}{\partial x} + \frac{\partial vu}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial uv}{\partial x} + \frac{\partial vv}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) - \epsilon g$$

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + \frac{\partial u\epsilon}{\partial x} + \frac{\partial v\epsilon}{\partial y} = D_m \left(\frac{\partial^2 \epsilon}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \epsilon}{\partial y^2} \right) \quad (3)$$

ここに、 t =時間、 x, y, z =流下、横断、鉛直方向、 u, v, w = x, y, z 方向の流速、 p =圧力、 ϵ =相対密度差($=(\rho - \rho_a)/\rho_a$)、 ρ =塩水の密度、 ρ_a =周囲水の密度、 g =重力加速度、 ν =水の動粘性係数、 D_m =物質拡散係数($=\nu/S_{ct}$)、 S_{ct} =シュミット数である。

一般座標を ξ, η とし、一般座標での速度の反変成分を $U(=\partial\xi/\partial x \cdot u + \partial\xi/\partial y \cdot v)$ 、 $V(=\partial\eta/\partial x \cdot u + \partial\eta/\partial y \cdot v)$

とすると、式(1)、(2)、(3)は、それぞれ式(4)、(5)、(6)のように変換される。

$$\frac{1}{J} \left(\frac{\partial JU}{\partial \xi} + \frac{\partial JV}{\partial \eta} \right) = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{J} \left(\frac{\partial JUu}{\partial \xi} + \frac{\partial JVu}{\partial \eta} \right) =$$

$$-\frac{1}{J \cdot \rho_0} \left(\xi_x \frac{\partial Jp}{\partial \xi} + \eta_x \frac{\partial Jp}{\partial \eta} \right) +$$

$$\frac{\nu}{J} \left[\frac{\partial}{\partial \xi} \left\{ J(\xi_x \xi_x + \xi_y \xi_y) \frac{\partial u}{\partial \xi} + J(\xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y) \frac{\partial u}{\partial \eta} \right\} + \frac{\partial}{\partial \eta} \left\{ J(\xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y) \frac{\partial u}{\partial \xi} + J(\eta_x \eta_x + \eta_y \eta_y) \frac{\partial u}{\partial \eta} \right\} \right]$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{J} \left(\frac{\partial JUv}{\partial \xi} + \frac{\partial JVv}{\partial \eta} \right) =$$

$$-\frac{1}{J \cdot \rho_0} \left(\xi_y \frac{\partial Jp}{\partial \xi} + \eta_y \frac{\partial Jp}{\partial \eta} \right) +$$

$$\frac{\nu}{J} \left[\frac{\partial}{\partial \xi} \left\{ J(\xi_x \xi_x + \xi_y \xi_y) \frac{\partial v}{\partial \xi} + J(\xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y) \frac{\partial v}{\partial \eta} \right\} + \frac{\partial}{\partial \eta} \left\{ J(\xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y) \frac{\partial v}{\partial \xi} + J(\eta_x \eta_x + \eta_y \eta_y) \frac{\partial v}{\partial \eta} \right\} \right] - \epsilon g$$

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + \frac{1}{J} \left(\frac{\partial JU\epsilon}{\partial \xi} + \frac{\partial JV\epsilon}{\partial \eta} \right) = \quad (6)$$

$$\frac{D_m}{J} \left[\frac{\partial}{\partial \xi} \left\{ J(\xi_x \xi_x + \xi_y \xi_y) \frac{\partial \epsilon}{\partial \xi} + J(\xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y) \frac{\partial \epsilon}{\partial \eta} \right\} + \frac{\partial}{\partial \eta} \left\{ J(\xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y) \frac{\partial \epsilon}{\partial \xi} + J(\eta_x \eta_x + \eta_y \eta_y) \frac{\partial \epsilon}{\partial \eta} \right\} \right]$$

ここに、 $J(=x_\xi y_\eta - x_\eta y_\xi)$ =変換ヤコビアンである。また、デカルト座標と一般座標との間には次式に示す関係がある。

$$\begin{pmatrix} \xi_x & \xi_y \\ \eta_x & \eta_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_\xi & x_\eta \\ y_\xi & y_\eta \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{J} \begin{pmatrix} y_\eta & -x_\eta \\ -y_\xi & x_\xi \end{pmatrix} \quad (7)$$

(2) コロケート格子を用いた数値解法

コロケート格子を図-1に示す。座標変換に関する各諸量は中心差分で離散化した。SMAC法¹⁶⁾の計算アルゴリズムは以下に示す通りである。

1. 格子中心における移流項・粘性項・圧力項・重力項を計算し、式(8)、式(9)より u, v の予測子を、式(10)より新しい時間ステップの ϵ を求める。時間積分には2次精度のAdams-Bashforthを用いる。

$$u_{i,j}^p = u_{i,j}^n - \Delta t \cdot \frac{1}{J_{i,j} \cdot \rho_0} \left\{ \xi_{x,i,j} (-Jp_{i-1/2,j} + Jp_{i+1/2,j}) + \eta_{x,i,j} (-Jp_{i,j-1/2} + Jp_{i,j+1/2}) \right\} + \Delta t \cdot \frac{3F_{1,i,j}^n - F_{1,i,j}^{n-1}}{2} \quad (8)$$

$$v_{i,j}^p = v_{i,j}^n - \Delta t \cdot \frac{1}{J_{i,j} \cdot \rho_0} \left\{ \xi_{y,i,j} (-Jp_{i-1/2,j} + Jp_{i+1/2,j}) + \eta_{y,i,j} (-Jp_{i,j-1/2} + Jp_{i,j+1/2}) \right\} + \Delta t \cdot \frac{3F_{2,i,j}^n - F_{2,i,j}^{n-1}}{2} - \epsilon g_{i,j} \quad (9)$$

$$\epsilon_{i,j}^{n+1} = \epsilon_{i,j}^n + \Delta t \cdot \frac{3F_{3,i,j}^n - F_{3,i,j}^{n-1}}{2} \quad (10)$$

式中の $F_{k,i,j} (k=1,2,3) = A_{k,i,j} + B_{k,i,j}$ であり, $u_k = u(k=1), v(k=2), \epsilon(k=3), \nu_k = \nu(k=1,2), D_m(k=3)$ とすると, 次式のように表される.

$$A_{k,i,j} = -\frac{1}{J_{i,j}} \cdot \left\{ -[(JU)\bar{u}_k^\xi]_{i-1/2,j} + [(JU)\bar{u}_k^\xi]_{i+1/2,j} - [(JV)\bar{u}_k^\eta]_{i,j-1/2} + [(JV)\bar{u}_k^\eta]_{i,j+1/2} \right\} \quad (11)$$

$$B_{k,i,j} = \frac{\nu_k}{J_{i,j}} \cdot \left\{ -\left[J(\xi_x \xi_x + \xi_y \xi_y)_{i-\frac{1}{2},j} (-u_{k,i-1,j} + u_{k,i,j}) + J(\xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y)_{i-\frac{1}{2},j} \left(-u_{k,i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}} + u_{k,i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} \right) \right] + \left[J(\xi_x \xi_x + \xi_y \xi_y)_{i+\frac{1}{2},j} (-u_{k,i,j} + u_{k,i+1,j}) + J(\xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y)_{i+\frac{1}{2},j} \left(-u_{k,i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}} + u_{k,i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} \right) \right] - \left[J(\xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y)_{i,j-\frac{1}{2}} \left(-u_{k,i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}} + u_{k,i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}} \right) + J(\eta_x \eta_x + \eta_y \eta_y)_{i,j-\frac{1}{2}} (-u_{k,i,j-1} + u_{k,i,j}) \right] + \left[J(\xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y)_{i,j+\frac{1}{2}} \left(-u_{k,i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} + u_{k,i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} \right) + J(\eta_x \eta_x + \eta_y \eta_y)_{i,j+\frac{1}{2}} (-u_{k,i,j} + u_{k,i,j+1}) \right] \right\} \quad (12)$$

ここに, Δt =時間の刻み幅, n =時間に対する添え字である. また, $[(JU)\bar{f}^\xi]_{i-1/2,j}, [(JV)\bar{f}^\eta]_{i-1/2,j}$ は数値流束であり, 次式で表される.

$$[(JU)\bar{f}^\xi]_{i+\frac{1}{2},j} = (JU)_{i+\frac{1}{2},j} \frac{f_{L,i+\frac{1}{2},j} + f_{R,i+\frac{1}{2},j}}{2} - |(JU)|_{i+\frac{1}{2},j} \frac{-f_{L,i+\frac{1}{2},j} + f_{R,i+\frac{1}{2},j}}{2} \quad (13)$$

$$[(JV)\bar{f}^\eta]_{i,j+\frac{1}{2}} = (JV)_{i,j+\frac{1}{2}} \frac{f_{L,i,j+\frac{1}{2}} + f_{R,i,j+\frac{1}{2}}}{2} - |(JV)|_{i,j+\frac{1}{2}} \frac{-f_{L,i,j+\frac{1}{2}} + f_{R,i,j+\frac{1}{2}}}{2} \quad (14)$$

ここで, $f_{L,i+\frac{1}{2},j}, f_{R,i+\frac{1}{2},j}, f_{L,i,j+\frac{1}{2}}, f_{R,i,j+\frac{1}{2}}$ は MUSCL 法¹⁷⁾により内挿された f である.

2. 流速の予測値 u^p と v^p を反変成分に変換し, ヤコビアン J を乗じてからスタガード位置に補間する.

$$JU^p = J(\xi_x \cdot u^p + \xi_y \cdot v^p) \\ JV^p = J(\eta_x \cdot u^p + \eta_y \cdot v^p)$$

3. 圧力の時間変化に対応したスカラーポテンシャル ϕ のポアソン方程式 (式 (15)) を SOR 法により解く.

$$\begin{aligned} & \frac{\overline{\gamma^\xi \eta^\xi}_{i-\frac{1}{2},j} + \overline{\gamma^\eta \xi^\eta}_{i,j-\frac{1}{2}}}{4} \phi_{i-1,j-1} + \\ & \left(\frac{\overline{\gamma^\eta \eta^\eta}_{i,j-\frac{1}{2}} + \frac{\overline{\gamma^\xi \eta^\xi}_{i-\frac{1}{2},j} - \overline{\gamma^\eta \xi^\eta}_{i+1/2,j}}{4} \right) \phi_{i,j-1} \\ & - \frac{\overline{\gamma^\xi \eta^\xi}_{i+\frac{1}{2},j} + \overline{\gamma^\eta \xi^\eta}_{i,j-\frac{1}{2}}}{4} \phi_{i+1,j-1} + \\ & \left(\frac{\overline{\gamma^\xi \xi^\xi}_{i-\frac{1}{2},j} + \frac{\overline{\gamma^\eta \xi^\eta}_{i,j-\frac{1}{2}} - \overline{\gamma^\eta \xi^\eta}_{i,j+1/2}}{4} \right) \phi_{i-1,j} - \\ & \left(\overline{\gamma^\xi \xi^\xi}_{i-\frac{1}{2},j} + \overline{\gamma^\xi \xi^\xi}_{i+\frac{1}{2},j} + \overline{\gamma^\eta \eta^\eta}_{i,j-\frac{1}{2}} + \overline{\gamma^\eta \eta^\eta}_{i,j+\frac{1}{2}} \right) \phi_{i,j} \\ & + \left(\overline{\gamma^\xi \xi^\xi}_{i+\frac{1}{2},j} - \frac{\overline{\gamma^\eta \xi^\eta}_{i,j-\frac{1}{2}} - \overline{\gamma^\eta \xi^\eta}_{i,j+\frac{1}{2}}}{4} \right) \phi_{i+1,j} \\ & - \frac{\overline{\gamma^\xi \eta^\xi}_{i-\frac{1}{2},j} + \overline{\gamma^\eta \xi^\eta}_{i,j+\frac{1}{2}}}{4} \phi_{i-1,j+1} + \\ & \left(\overline{\gamma^\eta \eta^\eta}_{i,j+\frac{1}{2}} - \frac{\overline{\gamma^\eta \xi^\eta}_{i-\frac{1}{2},j} - \overline{\gamma^\eta \xi^\eta}_{i+\frac{1}{2},j}}{4} \right) \phi_{i,j+1} \\ & + \frac{\overline{\gamma^\xi \eta^\xi}_{i+\frac{1}{2},j} + \overline{\gamma^\eta \xi^\eta}_{i,j+\frac{1}{2}}}{4} \phi_{i+1,j+1} = \\ & \frac{\rho_0}{\Delta t} \left[-(JU)^p_{i-1/2,j} + (JU)^p_{i+1/2,j} - (JV)^p_{i,j-1/2} + (JV)^p_{i,j+1/2} \right] \quad (15) \end{aligned}$$

ここに, $\gamma^{kl} = J \frac{\partial \xi^k}{\partial x_m} \frac{\partial \xi^l}{\partial x_m}$ である. また, ポアソン方程式の収束条件には式 (16) を用いた.

$$\frac{\|\phi^{m+1} - \phi^m\|}{\|\phi^{m+1}\|} < 1.0 \times 10^{-3}; \quad (16)$$

ここに, $\|\phi\| = (\frac{1}{N} \cdot \sum_{l=1}^N \phi_l^2)^{1/2}$, l =計算格子に対する添え字, N =全計算格子数である.

4. ϕ の勾配により, 式 (17) と式 (18) から JU, JV と u, v を修正し, また, ϕ により p を更新することで, 新しい時間ステップの速度および圧力を求める.

$$JU_{i-\frac{1}{2},j}^{n+1} = JU_{i-\frac{1}{2},j}^p - \Delta t \cdot \left\{ \overline{\gamma^\xi \xi^\xi}_{i-\frac{1}{2},j} (-\phi_{i-1,j} + \phi_{i,j}) + \overline{\gamma^\xi \eta^\xi}_{i-\frac{1}{2},j} \left(-\phi_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}} + \phi_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} \right) \right\} \quad (17)$$

$$JV_{i,j-\frac{1}{2}}^{n+1} = JV_{i,j-\frac{1}{2}}^p - \Delta t \cdot \left\{ \overline{\gamma^\xi \eta^\eta}_{i,j-\frac{1}{2}} \left(-\phi_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}} + \phi_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}} \right) + \overline{\gamma^\eta \eta^\eta}_{i,j-\frac{1}{2}} (-\phi_{i,j-1} + \phi_{i,j}) \right\}$$

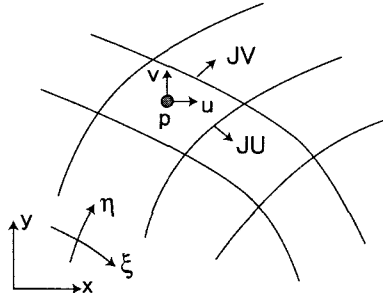


図-1 コロケート格子

$$u_{i,j}^{n+1} = u_{i,j}^p - \Delta t \cdot \frac{1}{J_{i,j} \cdot \rho_0} \left\{ \xi_{x i,j} \left(-J\phi_{i-\frac{1}{2},j} + J\phi_{i+\frac{1}{2},j} \right) + \eta_{x i,j} \left(-J\phi_{i,j-\frac{1}{2}} + J\phi_{i,j+\frac{1}{2}} \right) \right\} \quad (18)$$

$$v_{i,j}^{n+1} = v_{i,j}^p - \Delta t \cdot \frac{1}{J_{i,j} \cdot \rho_0} \left\{ \xi_{y i,j} \left(-J\phi_{i-\frac{1}{2},j} + J\phi_{i+\frac{1}{2},j} \right) + \eta_{y i,j} \left(-J\phi_{i,j-\frac{1}{2}} + J\phi_{i,j+\frac{1}{2}} \right) \right\}$$

$$p^{n+1} = p^n + \phi \quad (19)$$

ここに、 $\|\phi\| = \left(\frac{1}{N} \cdot \sum_{l=1}^N \phi_l^2 \right)^{1/2}$, l =計算格子に対する添え字, N =全計算格子数である。

3. モデルの検証

(1) 実験の概要

実験装置は、前面アクリルの水槽 (長さ 9.0m, 深さ 1.2m, 幅 0.6m) 中に水平部 (長さ 1.15m) と傾斜部からなる水路 (幅 0.1m) を設置したもので、傾斜部の下端は段落ちとなっている。表-1 に実験条件を示す。貯水池部の水路床勾配 I を $1/30$ (Case A) と $1/80$ (Case B) に、流入内部フルード数 $F_0 (= q_0 / \sqrt{\epsilon_0 g h_0^3})$ を 4 通り (Case A) と 3 通り (Case B) に変化させ実験を行った。ここに、 h_0 =流入水深, q_0 =単位幅流入流量, $\epsilon_0 = (\rho_0 - \rho_a) / \rho_a$, ρ_0 =流入水の密度, g =重力加速度である。図-2 に潜入密度流の流れの定義図と重要な諸量を示す。

可視化した流況を CCD カメラで撮影し、その画像を解析することで潜入点の水深 h_p と界面形状を求めた。Case A-4 および Case B については、潜入点から $30h_p$ 下流での下層密度流の流速と塩分濃度分布をそれぞれサーマル式微流速計と導電率計を用いて計測した。潜入点近傍の流況が安定状態に達したことを確認した後、全ての測定を手早く実施した。得られた各分布形状に基づき、式 (20) で定義されるモーメント法で、層平均流速 U_n , 層平均有効重力 $B_n = \epsilon_n g$ および層厚 h_n を求めた。

$$U_n = \frac{\int_0^\infty u^2 dy}{\int_0^\infty u dy}; B_n = \frac{\int_0^\infty u b dy}{\int_0^\infty u dy}; h_n = \frac{\left(\int_0^\infty u dy \right)^2}{\int_0^\infty u^2 dy} \quad (20)$$

表-1 実験条件

Case	I	h_0 (m)	ϵ_0	q_0 (m ² /s)	F_0
A-1	1/30	0.05	0.0007	0.00030	0.32
A-2				0.00040	0.43
A-3				0.00060	0.65
A-4				0.00100	1.08
B-1	1/80	0.05	0.0007	0.00045	0.49
B-2				0.00055	0.59
B-3				0.00070	0.76

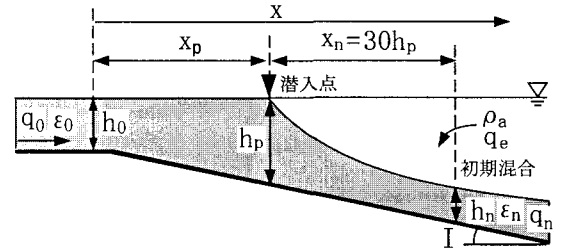


図-2 潜入密度流の流れの定義図

これらの結果に基づき、初期混合率 γ を $\gamma = q_n / q_0 - 1$ と $\gamma = \epsilon_0 / \epsilon_n - 1$ の二通りの方法で算定した。

(2) 数値シミュレーションの概要

計算対象領域は、流下方向と鉛直方向にそれぞれ 90 と 31 に分割した。計算の初期条件には、全ての計算領域で $u = v = 0$, $\epsilon = 0$ を与えた。境界条件には、側壁と底面には $u = v = 0$ (non-slip 条件), $\partial \phi / \partial n_1 = 0$, $\partial \epsilon / \partial n_1 = 0$ を、水表面には $\partial u / \partial n_1 = 0$, $v = 0$ (slip 条件), $\phi = 0$, $\partial \epsilon / \partial n_1 = 0$ を与えた。流入条件は、 $\epsilon = \epsilon_0$, $u = q_0 / h_0$, $v = 0$ を与えた。下流端には、非定常の自由流出条件 ($\partial u / \partial t + U_m \partial u / \partial n_2 = \partial v / \partial t + U_m \partial v / \partial n_2 = \partial \epsilon / \partial t + U_m \partial \epsilon / \partial n_2 = 0$) を与えた。ここで n_1 =水表面, 側壁および底面に垂直な方向, n_2 =流出境界に垂直な方向, U_m =流出速度であり、流出断面の平均値を与えた。

(3) 結果と考察

図-3 は、Case A と B の相対密度差 ϵ と流速ベクトルの解析結果の一例を示したものである。いずれの Case においても、流入水は、斜面上流端付近 (Case A-4: $x_p = 1.1$ m, Case B-3: $x_p = 1.9$ m) で潜入を開始し、潜入密度流を経て、下層密度流へ移行していく様子が再現されている。

図-4 は、 F_0 と F_p との関係を示したものである。 $F_0 < 1$, すなわち h_0 が内部限界水深 h_c より小さい場合、水路勾配にかかわらず、 F_0 の増加とともに、 F_p は増加し約 0.5 に漸近することがわかっている⁵⁾。Case A では解析結果が全体的に実験値を若干下回るなど、解析結果と実験結果との間には若干の値のずれが認められるものの、データのばらつきの範囲内であり全体的にこの傾向を再現していることが確認できる。このように、

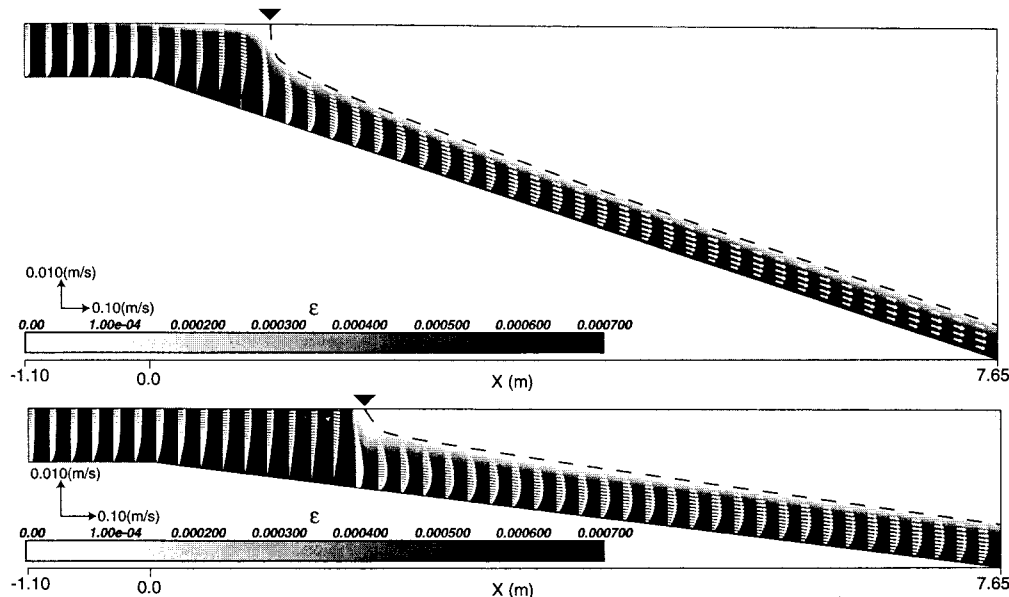


図-3 相対密度差コンターと流速ベクトルの解析結果の一例 (上: Case A-4($F_0=1.08$), 下: Case B-3($F_0=0.76$))

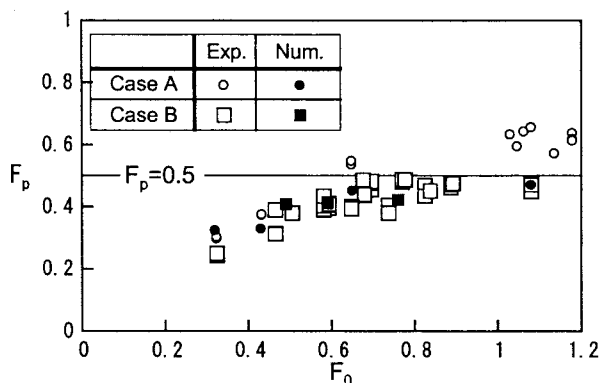


図-4 F_p と F_0 との関係

SMM-BIF-CG モデルは流入条件 F_0 と勾配 I の影響を受ける範囲での F_p を十分な精度で再現できることがわかる。

図-5 は、潜入点 x_p から $30h_p$ 下流での Case A と B の相対流速分布と相対密度差分布を示したものである。流速は最大値と最大値をとる距離の半値半幅で無次元化されており、相対密度差は最大値と流速の半幅を用いて無次元化されている。解析と実験結果のいずれも流入条件によらず分布形状は相似であることが確認できる。流速分布については、最大流速点より下側の壁面乱流領域の分布形状にやや違いが認められるが、その上側の自由乱流領域の分布形状は良好に再現されている。一方、相対密度差については、解析結果は界面をシャープに捉えているものの、分布形状に若干のずれが認められる。この理由としては、SMM-BIF-CG モデルは乱流モデルでないために、上述のような壁面乱流領域での速度分布形状の違いが生じたことに加え、物質拡散が過小に評価されたことなどが考えられる。なお、Case A-4 および Case B の流速および相対密度差の最大値は表-2 に示す通りであり、いずれも同程度か若干大きくなっている。しかし、その相対誤差は最大で 10% 程度

表-2 流速および相対密度差の最大値 (Case A-4 と B)

	Case	A-4	B-1	B-2	B-3
U_{max} (m/s)	Exp.	0.0310	0.0165	0.0174	0.0191
	Num.	0.0347	0.0164	0.0186	0.0211
ϵ	Exp.	0.0007	0.0007	0.0007	0.0007
	Num.	0.0007	0.0007	0.0007	0.0007

であり、絶対値についても満足できる精度が得られている。

SMM-BIF-CG モデルで良い再現性が得られた流速分布に基づき、 $\gamma = q_n/q_0 - 1$ より初期混合率 γ を算定し、実験結果と比較検討する。図-6 は初期混合率 γ と F_0 との関係について調べたものである。秋山¹⁾によれば、 $\gamma=0 \sim$ 約 2.0 の範囲となる。解析結果はこの範囲に含まれることが確認できる。 $I=1/80$ については、 γ を良好に再現している。なお、相対密度差より算定した γ は、Case A では $\gamma=0.29 \sim 0.54$ 、Case B では $\gamma=0.24 \sim 0.27$ であった。いずれの Case においても、流速分布に比べ相対密度差の分布形状の再現性が低いために、解析結果は実験値を過大に評価していた。

図-7 は、下層密度流の内部フルード数 F_n と水路勾配 I との関係を示したものである。図中には、秋山らによって得られた実験値⁵⁾、および 1 次元漸変流理論から導かれる $F_n = (S_2 I - S_1 E/2)/(f_b + E)$ より得られる F_n と I との関係を実線で示してある。ここで、 E = 下層密度流の連行係数 ($E = 0.0009(\theta + 5)$)、 S_1 、 S_2 = 形状係数、 f_b = 抵抗係数である。これより、解析結果はやや大きめに評価されているものの、全体的な傾向が良く再現されていることが確認できる。なお、図中の I_c は内部限界勾配である。

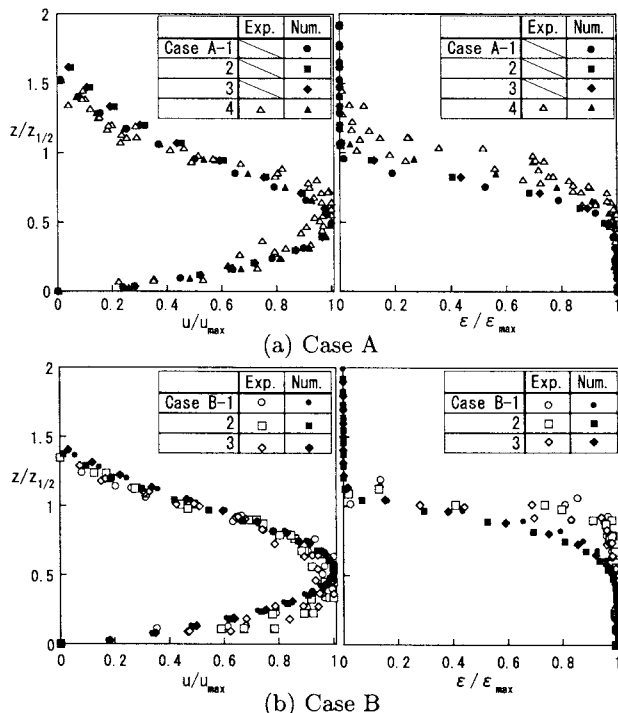


図-5 下層密度流の流速分布と相対密度差分布

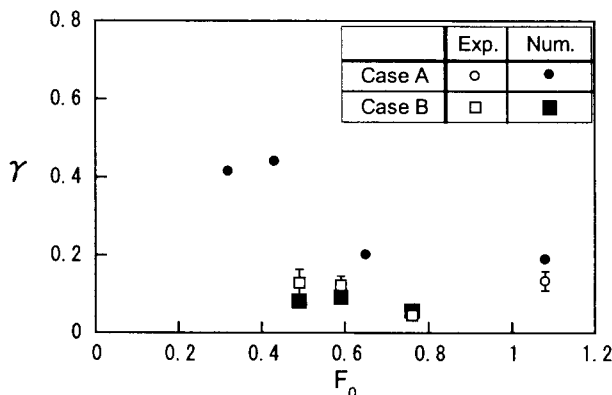


図-6 γ と F_0 との関係

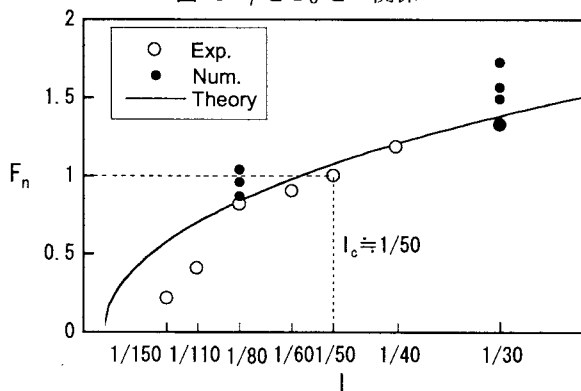


図-7 F_n と I との関係

4. おわりに

本研究では、コロケート格子による一般座標系を用いた密度流数値モデル (SMM-BIF-CG モデル) を構築するとともに、流入内部 Froude 数 F_0 と水路勾配 I の影響を受ける範囲での急勾配と緩勾配水路での潜入密

度流の室内実験結果に基づき、同モデルの再現精度の検討を行った。その結果、同モデルは、密度分布の再現に改善点は認められるものの、再現が困難とされる潜入密度流の流況を満足できる精度で再現できることがわかった。今後は、同モデルの改善を図るとともに、乱流モデルを導入するとともに 3 次元モデルへと拡張する予定である。

参考文献

- 1) 秋山壽一郎：流入型密度流の水利特性とその予測，湖沼，貯水池管理に向けた富栄養化現象に関する学術研究のとりまとめ，土木学会水利委員会，pp. 69-167, 2000.
- 2) 福岡捷二，福岡祐介，中村健一：2次元貯水池潜入密度流の潜り込み水深と界面形状，土木学会論文報告集，第302号，pp. 55-65, 1980.
- 3) Lee, H. Y. and Yu, W. S.: Experimental study on reservoir turbidity current, *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 123, No. 6, pp. 520-528, 1997.
- 4) Akiyama, J. and Stefan, H. G.: Plunging flow into a reservoir: theory, *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 110, No. 4, pp. 484-498, 1984.
- 5) 秋山壽一郎，片山哲之，西恭太，土居正明：混合型・成層型貯水池での潜入密度流の水利特性について，水工学論文集，第48巻，pp. 1375-1380, 2004.
- 6) 有田正光，塚原千明：貯水池密度流の潜り点の水利条件に関する実験的研究，ながれ，第15巻，pp. 406-416, 1996.
- 7) Farrell, G. and Stefan, H.: Mathematical modeling of plunging reservoir flows, *Journal of Hydraulic Research*, Vol. 26, No. 5, pp. 525-537, 1988.
- 8) Bournet, P. E., Dartus, D., Tassin, B. and Vinçon-Leite, B.: Numerical Investigation of plunging density current, *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 125, No. 6, pp. 584-594, 1999.
- 9) Kassem, A. and Imaran, J.: Three-dimensional modeling of negatively buoyant flow in diverging channels, *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 129, No. 12, pp. 936-947, 2003.
- 10) Johnson, T. E. C. and Stefan, H.: Experimental study of density induced plunging flow into reservoirs and coastal regions, *Project Report No.245*, St. Anthony Falls Hydraulic laboratory, University of Minnesota, Minneapolis, 1988.
- 11) 堀田哲夫，浅枝隆，陳飛勇，山下芳浩，富岡誠司，塩見裕亮：下層密度流による濁水長期化現象とその対策，河川技術論文集，第8巻，pp. 511-516, 2002.
- 12) 梅田信，岡野眞久，東海林光：一次元多層モデルを用いた微細土砂の貯水池内挙動解析，水工学論文集，第48巻，pp. 1369-1374, 2004.
- 13) 梅田信，池上迅，石川忠晴，富岡誠司：ダム貯水池における洪水時濁水挙動に関する数値解析，水工学論文集，第48巻，pp. 1363-1368, 2004.
- 14) 秋山壽一郎，重枝未玲，山崎勉，野中雅之：水平面上における保存性・非保存性サーマルの数値シミュレーション，水工学論文集，第47巻，pp. 1147-1152, 2003.
- 15) 秋山壽一郎，重枝未玲，前多陽子：3次元モデルによる水平面上の粒子サーマルの流動・堆積シミュレーション，水工学論文集，第48巻，pp. 1165-1170, 2004.
- 16) Amsden, A. A. and Harlow, F. H.: A simplified MAC technique for incompressible fluid flow calculations, *Journal of Computational Physics*, Vol. 6, pp. 322-325, 1970.
- 17) Leer, van B.: Toward the ultimate conservative difference scheme. 4 A new approach to numerical convection, *Journal of Computational Physics*, Vol. 23, pp. 276-299, 1977.

(2004.9.30 受付)