

成層型貯水池における潜入密度流 と内部跳水について

ON THE FLOW CHARACTERISTICS OF PLUNGE FLOW AND INTERNAL HYDRAULIC JUMP IN STRATIFIED RESERVOIRS

秋山壽一郎¹・土居正明²・安藤祐馬³
Juichiro AKIYAMA, Masaaki DOI and Yuma ANDO

¹正会員 Ph.D 九州工業大学教授 工学部建設社会工学科 (〒804-8550北九州市戸畠区仙水町1-1)

²学生員 九州工業大学大学院 工学研究科博士前期課程 (同上)

³学生員 九州工業大学 工学部建設社会工学科 (同上)

Flow characteristics of plunge flows and internal hydraulic jumps in a two-layer stratified reservoir are investigated experimentally. The study is directed towards the estimation of the densimetric Froude number F_p at the plunge point and the initial mixing rate γ_p of the plunge flows, and the mixing rate γ_1 , conjugate depths of internal hydraulic jumps. It is also found that the jump takes place when a condition, which is determined by inflow densimetric Froude number F_0 , the ratio of inflow water depth h_0 to upper layer water depth h_1 and channel slope I , is satisfied. The condition is determined in terms of these parameters.

Key Words : reservoir, density current, plunge flow, internal hydraulic jump, mixing

1. はじめに

出水等により濁った河川水がダム貯水池に流入すると、表層水に潜り込む、いわゆる潜入密度流が発生する。混合型貯水池では流入水は下層流として底面に沿って池内を流動するが、成層型貯水池では流入水は潜入を経て躍層に到達した後に躍層に沿って水平貫入し中層流として池内を流動する。また、躍層の強さや流入条件等との関係で、躍層で分岐現象が生じることもある¹⁾。このように、潜入密度流は、池内の流動現象と深く関わっている。また、ダム貯水池のような閉鎖性水域の水質は流入・流出水の影響を強く受ける。このため、水質・堆砂問題との関連において、例えば、理論解析や室内実験^{2)~10)}、数值解析^{11), 12)}および現地観測^{13)~17)}のように、これまで多くの潜入密度流に関する研究が重ねられてきた。しかし、その水理特性はいまだよく分かっていないのが実情であり、また充分な精度でその予測や再現を行う手法も確立されていない。

潜入密度流の流動特性量としては、潜入水深 h_p 、初期混合量、潜入区間長 x_n などがあるが、その中でも潜入水深と初期混合量が重要である。初期混合量については、行係数を用いて算定する方法^{例えば、4)}や、潜入密度流領域

での周囲水の総連行量 q_e として捉え、初期混合率 γ_p で評価する方法がある。後者は実用的であるなどの理由で、これまで多くの研究で用いられており^{例えば、5), 7), 9), 10), 11), 13), 14)}、本研究でもこれを用いることとする。混合型貯水池における2次元(等幅矩形断面)水路では、 h_p と γ_p はそれぞれ式(1)と式(2)のように定義される。

$$\frac{h_p}{h_c} = F_p^{-2/3} \quad (1)$$

$$\gamma_p = \frac{q_e}{q_0} \quad (2)$$

ここに、 F_p =潜入点での内部Froude数($= (q_0^2 / \varepsilon_0 g h_p^3)^{1/2}$)、 h_c =内部限界水深($= (q_0^2 / \varepsilon_0 g)^{1/3}$)、 q_0 =単位幅流入流量、 ε_0 =流入水と周囲水との相対密度差($= (\rho_0 - \rho_a) / \rho_a$)、 g =重力加速度、および ρ_0 と ρ_a はそれぞれ流入水と周囲水の密度である。

F_p については、Savage & Brimberg³⁾や福岡ら⁴⁾は、理論的あるいは半理論的に $F_p=0.50$ となることを明らかにしている。しかし、実際には、 F_p は $0 < F_p < 1.0$ の範囲で大きくばらつくことが混合型貯水池を対象とした室内実験結果からわかっている¹⁾。一方、 γ_p については、

$0 < \gamma_p < 2.0$ の範囲の値を取るようであるが¹⁾、 γ_p を正しく算定するためには、潜入区間長 x_p の特定のみならず、その下流端での流速や密度分布を正確に押える必要があり、このため有益な情報はあまり得られてない。

以上のような背景を受け、著者らは前報¹⁰⁾において、緩～急勾配水路床での混合型貯水池を対象とし、①限界勾配 I_c は約1/50であること、② F_p は流入内部Froude数 $F_0 (= (q_0^2 / \epsilon_0 g h_0^3)^{1/2})$ と水路勾配 I の影響を受け、緩勾配水路で $0 < F_0 \leq 2.0$ 程度、急勾配水路で $0 < F_0 \leq 5.0$ 程度の範囲で F_p は大きくばらつくが、この範囲以外では $F_p \approx 0.5$ の値を取ること、③ $0 < F_0 < 1.0$ での流入点から潜入点までの無次元距離 x_p / L は式(3)、潜入点の内部Froude数 F_p は式(4)で与えられ、その中間の F_0 では各水路勾配に応じて変化すること、④初期混合率 γ_p は式(5)で与えられること、などを明らかにした。

$$\frac{x_p}{L} \approx a F_0 \quad (3)$$

$$\frac{F_p}{F_0} \approx (1 + a \phi F_0 I)^{-3/2} \quad (4)$$

$$\gamma_p \approx 0.03 + 6I \quad (5)$$

ここに、 $\phi = \text{flow force}$ と buoyancy flux の保存より得られる長さスケール $L (= h_0 F_0^{4/3} (1 + 0.5 F_0^{-2}))$ を流入水深 h_0 で正規化した無次元長さスケール($= L/h_0$)、および $a = \text{水路勾配} / \text{長さスケール}$ によって定まる係数である。

一方、成層型貯水池での潜入現象については、混合型貯水池のものと区別せず取り扱われているようである。また、成層型貯水池を対象とした研究は、その重要性にもかかわらず、混合型貯水池と比較すると極めて少なく、室田ら¹⁸⁾や福岡ら⁴⁾のものが見られる程度である。室田ら¹⁸⁾は $I=1/10$ での室内実験を行い、躍層での分岐現象の発生の有無に係わらず、式(6)で与えられる跳水前後の共役水深比 h_{ij}/h_{uj} がBelangerの式でほぼ表され、式(7)で定義される内部跳水の混合率 γ_1 が0.3～0.6程度の値を取ると報告している。また、下層密度流が躍層に貫入する際に内部跳水を生じることが確認されている。一方、福岡ら⁴⁾は水路床勾配 $I=1/10$ での室内実験を行い、主に分岐現象についてかなり詳しく検討を加えている。しかし、室田ら¹⁸⁾と同じ水路勾配で行われた実験であるにもかかわらず、明確な内部跳水は発生していない。このように、同一勾配の水路であっても、内部跳水を伴って中層密度流に転じる場合とそうでない場合が報告されている。

$$\frac{h_{ij}}{h_{uj}} = 0.5 \left[\left(1 + 8 F_{uj}^2 \right)^{1/2} - 1 \right] \quad (6)$$

$$\gamma_1 = \frac{q_1}{q_{uj}} \quad (7)$$

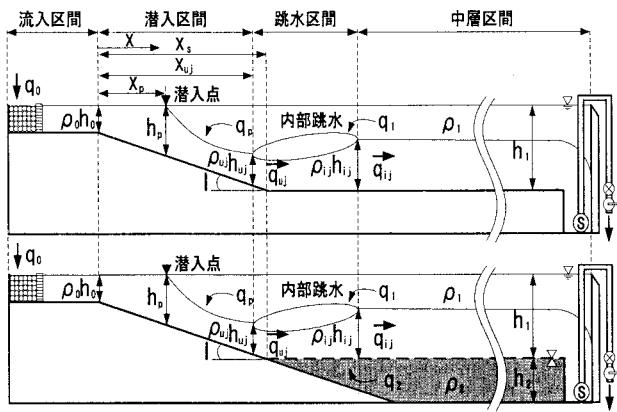


図1 流れの定義図(CASE A (上), CASE B (下))

ここに、 q_1 は跳水に伴う上層水の単位幅連行量、 q_{uj} は跳水前での単位幅流量および F_{uj} は跳水前での内部Froude数($= U_{uj} / (B_{uj} h_{uj})^{1/2}$)である。

本研究は、以上の背景ならびに前報¹⁰⁾で得られた混合型貯水池での潜入現象に関する知見を踏まえ、潜入後に躍層に沿って水平貫入する成層型貯水池での潜入現象と躍層で発生する内部跳水について検討を加えたものである。

2. 実験

貯水池部(急勾配から水平に水路が急変する固定壁面水路)に一様密度の淡水を貯留したケース(CASE A)、貯水池部に2成層を形成したケース(CASE B)の2通りについて実験を行った。簡単に言えば、CASE A は CASE B の密度界面を固定壁面で置き換えたものである。各 CASE の定義図と重要な諸量をそれぞれ図-1に示す。

CASE A の実験装置は、アクリル製の水槽(流入部の長さ(1.0m)、貯水池部の長さ(4.80m)、深さ(0.21m)、幅(0.16m))中に勾配 $I=1/5$ の斜面部とその下流側にアクリル板の水平底部を設置したものである。水槽に周囲水(密度 ρ_1)を貯留し、流入部から流入水(ρ_0)を通水させた。流入水深 h_0 を2.0cm、流入相対密度差 ϵ_0 ($= (\rho_0 - \rho_1) / \rho_1$)を0.0008の一定に保ち、単位幅流入流量 q_0 を4.69～7.81cm²/sおよび水域水深 h_1 を11.0～31.0cmの範囲で、それぞれ変化させ実験を行った。なお、流入内部Froude数 F_0 は1.87～3.12である。

CASE B の実験装置は、CASE A で用いた水槽の水平底部を取り除いたもので、水平底部と同じ高さに設置された下流端の越流堰の高さまで下層水(ρ_2)を貯留し、静かに上層水(ρ_1)を通水することで密度界面を形成し、流入水(ρ_0)を通水させた。 h_0 を2.0cm、 ϵ_0 を0.0004、上層と下層の相対密度差 ϵ_2 ($= (\rho_2 - \rho_1) / \rho_1$)を0.002、上層水深 h_1 を21cmの一定に保ち、 q_0 を3.31～12.50cm²/sの範囲で変化させ実験を行った。なお、 F_0 は1.87～7.06である。実験条件等を表-1に示す。

表-1 実験条件

CASE	I	h_0 (cm)	h_1 (cm)	h_2 (cm)	ε_0	ε_2	q_0 (cm^2/s)	F_0	内部跳水の有無
A-1-1	1/5	2	11	30	0.0008		4.69	1.87	無
A-1-2			21	20					有
A-1-3			31	10					有
A-2-1			11	30			6.25	2.5	無
A-2-2			21	20					有
A-2-3			31	10					有
A-3-1			11	30			7.81	3.12	無
A-3-2			21	20					有
A-3-3			31	10					有
B-1	1/5	2	21	20	0.0004	0.002	3.31	1.87	有
B-2							4.44	2.51	有
B-3							5.5	3.11	無
B-4							9.38	5.29	無
B-5							12.5	7.06	無

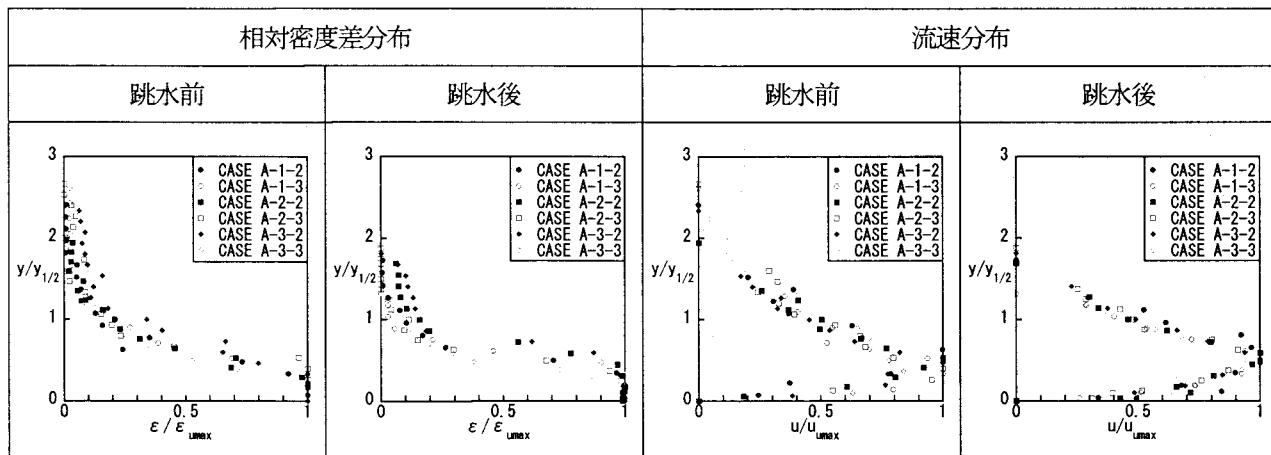


図-2 跳水前後の相対密度差分布および流速分布

実験・解析方法としては、側面から撮影した画像より潜入水深 h_p および界面形状を求めた。また、内部跳水前後での流速と塩分濃度の鉛直分布をそれぞれサーマル式微流速計と導電率計で測定し、図-2に示すような跳水前後の相対密度差分布および流速分布を求めた。なお、いずれの分布も流速の最大値と最大値を取る距離の半値半幅で無次元化している。また、これから明らかかなように、いずれの分布もほぼ相似形であることがわかる。両分布に基づき、跳水始点までの潜入区間における初期混合率 γ_p および内部跳水における上層水との混合率 γ_1 と下層水との混合率 γ_2 をそれぞれ表-2中の式(8)、(9)、(10)および(11)より算定した。これらの関係式は、体積と質量の保存則から得られたものである。ここで、添字ujとijはそれぞれ内部跳水前後での特性量であることを示す。なお、速度界面と密度界面が異なるので、モーメント法に基づき、層平均流速U、層平均有効重力B($= \rho g$)および層厚hを算出し、これらの層平均量に基づき跳水の始点での内部Froude数 F_{uj} を求めた。

表-2 混合率の定義

	CASE A	CASE B
γ_p		$\gamma_p = \frac{q_{uj}}{q_0} - 1 \quad (8)$
γ_1	$\gamma_1 = \frac{q_{ij}}{q_{uj}} - 1 \quad (9)$	$\gamma_1 = \left(1 - \frac{\varepsilon_{ij}}{\varepsilon_2}\right) \frac{q_{ij}}{q_{uj}} - \left(1 - \frac{\varepsilon_{uj}}{\varepsilon_2}\right) \quad (10)$
γ_2		$\gamma_2 = \frac{\varepsilon_{ij}}{\varepsilon_2} \frac{q_{ij}}{q_{uj}} - \frac{\varepsilon_{uj}}{\varepsilon_2} \quad (11)$
ここに、 $\varepsilon_{uj} = \frac{\rho_{uj} - \rho_1}{\rho_1}$, $\varepsilon_{ij} = \frac{\rho_{ij} - \rho_1}{\rho_1}$		

3. 実験結果

流入条件を様々に変化させ実験を行った結果、室田ら¹⁸⁾と福岡ら⁴⁾の結果で見られたように、同一勾配の急勾配水路であっても内部跳水が発生する場合と発生しな

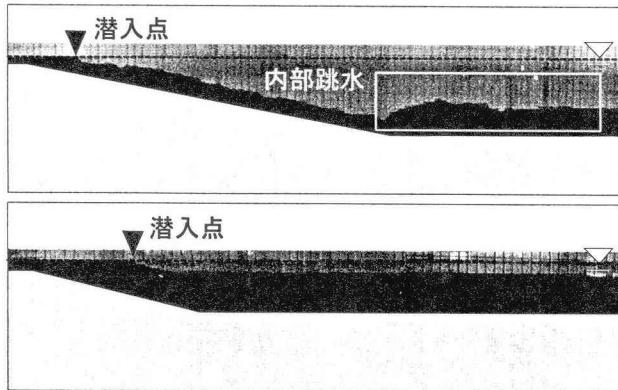


図-3 内部跳水が発生する場合(CASE A-2-3(上))と発生しない場合(CASE A-2-1(下))の流況の一例

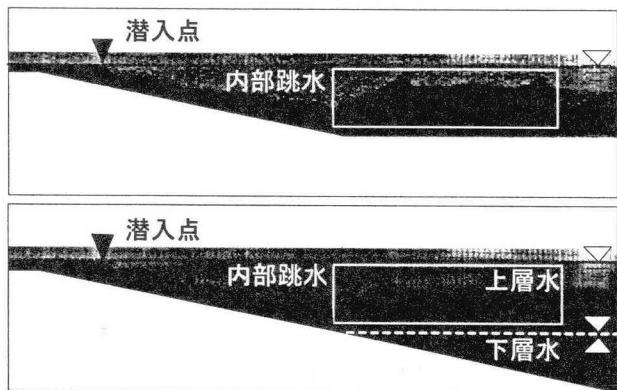


図-4 内部跳水が発生する場合の混合型貯水池(CASE A-2-2(上))と成層型貯水池(CASE B-2(下))の流況の比較

い場合があることがわかった。図-3は、内部跳水が発生する場合と発生しない場合の流況を示したものである。これより、流入内部Fr数 F_0 が相対的に小さい場合、つまり斜面上流側で潜入する場合に内部跳水が発生することがわかる。これは、潜入点下流近傍での流れの状態は水路勾配とは無関係に常流であり、急勾配水路ではいずれかの地点で常流から射流へと遷移するためである。つまり、射流に遷移する位置と躍層の位置との大小関係で、内部跳水が生じる場合とそうでない場合が生じることになる。潜入密度流区間では流速や密度の分布形状が相似ではないので、この遷移点を理論的に正確に予測することは極めて難しい。このような理由で、ここでは実験結果に基づき、内部跳水の発生領域を特定する。

以下では、潜入後に躍層に沿って水平貫入する成層型貯水池での潜入現象と躍層で発生する内部跳水について検討を加える。各図において、CASE A と CASE B の類似性を明らかにする目的で、両結果が同時にプロットされている。なお、図-4は、内部跳水が発生する場合での両 CASE の流況の一例を示したものである。本研究や室田ら¹⁸⁾の研究のように、流入水の相対密度差に較べて下層の相寨密度差が1オーダー程度大きいような強い躍層では、両者の間に顕著な違いが見られないことが

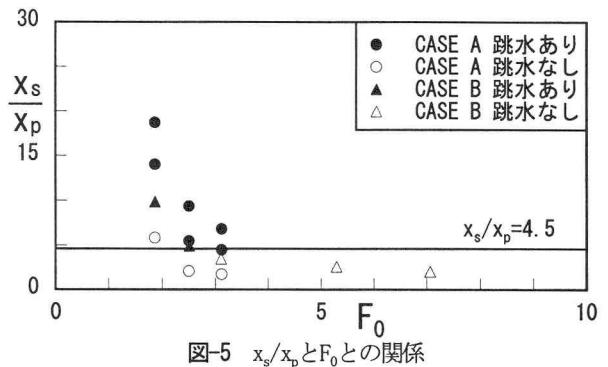


図-5 x_s/x_p と F_0 との関係

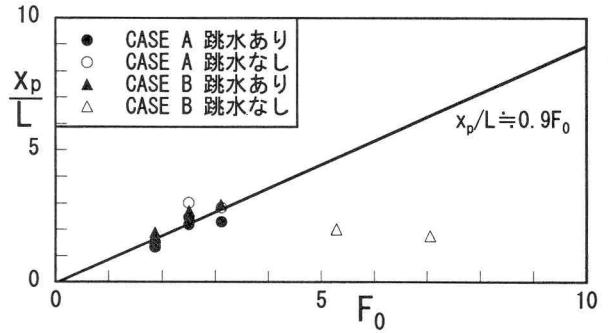


図-6 x_p/L と F_0 との関係

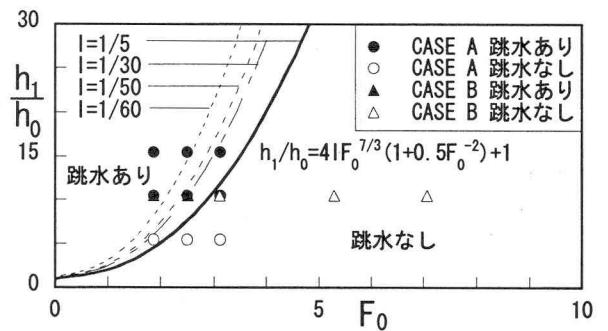


図-7 h_1/h_0 と F_0 との関係

わかる。

図-5は、図-1中の距離 x_s と x_p との比 x_s/x_p と F_0 との関係を示したものである。これより、 $x_s/x_p \geq 4.5$ で CASE A と CASE B のいずれについても内部跳水が発生することがわかる。また、図-6は無次元潜入距離 x_p/L と F_0 との関係を示したものである。これより、斜面上流端に近いところで潜入する場合は、混合型貯水池における式(3)の関係¹⁰⁾が成立していることがわかる。ここで、係数 a は0.9程度であった。図-7は、 $x_s/x_p \geq 4.5$ 、式(3)および水路の幾何学的条件($x_s = (h_1 - h_0)/I$)から得られる式(12)の妥当性を調べたものである。これより、流入条件 F_0 、流入水深と上層水深との比 h_1/h_0 および水路勾配 I との関係において、内部跳水の発生領域が特定されることがわかる。

$$\frac{h_1}{h_0} \geq 4IF_0^{7/3}\left(1 + 0.5F_0^{-2}\right) + 1 \quad (12)$$

図-8は、 F_p と F_0 との関係を示したものである。図中には、 $I=1/3 \sim 1/7$ の範囲で得られた混合型貯水池での既存

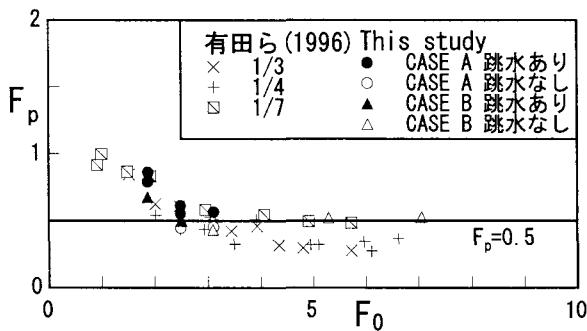


図-8 F_p と F_0 との関係

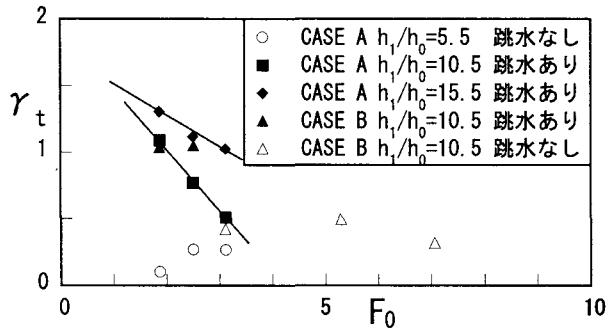


図-9 γ_t と F_0 との関係

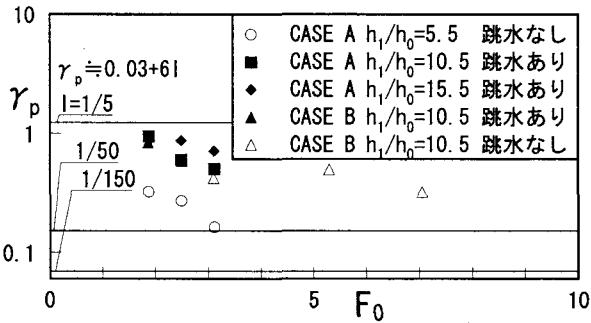


図-10 γ_p と F_0 との関係

の実験結果⁸⁾も示してある。これより、斜面下端で水平部を有する貯水池での F_p 値は、混合型貯水池のものと大きな違いがなく、やはり F_0 が小さいところで $F_p > 0.5$ の値を取り、 F_0 が大きくなるにつれて $F_p \approx 0.5$ に漸近する傾向が見られる。また、CASE A と CASE B で顕著な違いが見られないことから、 F_p 値が内部跳水の影響をさほど受けないこともわかる。

図-9は、潜入現象と内部跳水に伴う総混合率 γ_t と F_0 との関係を示したものである。ただし、CASE B では上層からの混合のみを考慮している。これより、跳水が生じる場合では、① F_0 の増加とともに γ_t が減少することや、同程度の F_0 であっても、②跳水が生じる場合の方が全体的に γ_t が大きいこと、③水深比 h_1/h_0 の影響が認められ、 h_1/h_0 が大きい方が γ_t が大きくなること、等がわかる。

図-10は、潜入に伴う γ_p と F_0 との関係を示したものである。図中には、 $I=1/30 \sim 1/150$ での混合型貯水池に対して得られた式(5)で、 $I=1/5$, $1/50$ および $1/150$ としたものが実線で示されている。なお、内部限界勾配は約

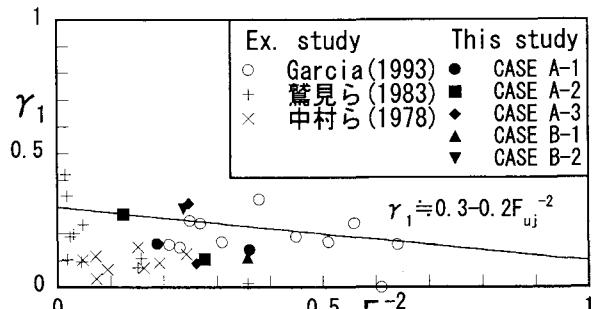


図-11 γ_1 と F_{uj}^{-2} との関係

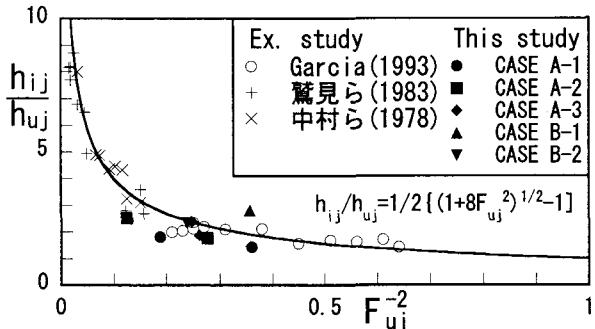


図-12 h_{ij}/h_{uj} と F_{uj}^{-2} との関係

$1/50$ である¹⁰⁾。これより、内部跳水が発生した場合では、斜面の上流側で潜入すると、 γ_1 は式(5)で与えられる値に近いが、斜面の下流側で潜入すると、かなり小さくなることがわかる。また、内部跳水が発生しない場合ではさらに小さくなり、緩勾配での値と同程度となることがわかる。これは、 F_0 の増加とともに、下流側で潜入するようになり、 $I=1/5$ の斜面ではなく、その下流の水平水路が支配的な役割を果たすようになり、緩勾配水路と類似した流れの状態になるためであると考えられる。従って、 F_0 が更に大きくなると、 γ_1 は0に漸近していくと予想される。

図-11は、内部跳水に伴う混合率 γ_1 と内部跳水の始点における内部Froude数 F_{uj} との関係を示したものである。図中には既往の実験結果^{19)~21)}も示してある。ただし、Garcia¹⁹⁾は、本研究と同様に、 $I=1/12.5$ の急勾配から水平に水路が急変する固定壁面水路での塩水および獨水内部跳水に関する結果であるが、中村ら²⁰⁾と鷲見ら²¹⁾は水平固定壁面水路での塩水内部跳水に関する結果である。このような理由で、データの範囲が広いGarcia¹⁹⁾の結果に基づくと、経験的に式(13)で表されることがわかる。本研究の結果はかなり散らばりが大きいが、おおよそ式(13)のまわりに散らばっており、ほぼ同様な傾向を示していることがわかる。なお、本結果の散らばりの要因は、 F_{uj} に対する依存性の方がはるかに大きいが、先述した h_1/h_0 の影響があるためと考えられる。また、 γ_1 は、最大でも室田ら¹⁸⁾が得た下限値である0.3程度となっている。なお、CASE B で得られた γ_2 は γ_1 の0.1~0.2倍程度であった。このため、 γ_2 を考慮しても混合率はさほど大きくならないことから、この違いの原因は不明

である。

$$\gamma_1 \approx 0.3 - 0.2 F_{uj}^{-2} \quad (13)$$

図-12は、共役水深比 h_{ij}/h_{uj} と F_{uj} との関係を示したものである。図中には先述した既存の結果^{19)~21)}も同時に示してある。これより、斜面の有無にかかわらず、 h_{ij}/h_{uj} は式(6)のBelangerの関係式におおよそ従うことがわかる。また、式(6)では内部跳水に伴う混合が考慮されていないことから、この混合は h_{ij}/h_{uj} に対して大きな影響を及ぼさないことも確認できる。

以上から明らかなように、CASE A と CASE B で各特性量に顕著な傾向的な違いは認められない。のことから、本研究や室田ら¹⁸⁾の研究のように、流入水の相対密度差に較べて下層の相対密度差が1オーダー程度大きいような強い躍層に対しては、水路底面が斜面から水平に変化する混合型貯水池で得られる知見が、成層型貯水池に対しても準用できることがわかる。

4.まとめ

本研究より、①流入水の相対密度差に較べて下層の相対密度差が1オーダー程度大きいような強い躍層に対しては、水路底面が斜面から水平に変化する混合型貯水池で得られる知見が、2成層型貯水池に対しても準用できること、この場合、②内部跳水の発生領域は、 F_0 、 h_i/h_0 およびIで表される式(12)で特定できること、③斜面の上流部で潜入し、内部跳水が発生した場合の γ_p は、式(5)でおおよそ表されること、④ γ_1 と F_{uj} との関係は、おおよそ式(13)で表されること、⑤ h_{ij}/h_{uj} と F_{uj} との関係は、Belangerの関係式で表示できること、などの知見が得られた。

今後は、より幅広い流入内部Froude数 F_0 、水深比 h_i/h_0 、水路勾配Iおよび躍層の強さが潜入密度流や内部跳水に及ぼす影響について検討する予定である。

謝辞：本研究を実施するにあたり、本学大学院西 恭太君(現 北九州市)および片山哲幸君(現 直方市)、学部4年田尻真太郎君(現 大阪府)の協力を得た。ここに、記して感謝の意を表します。

参考文献

- 1) 秋山壽一郎：流入型密度流の水理特性とその予測、湖沼、貯水地の管理に向けた富栄養化現象に関する学術研究のとりまとめ、土木学会水理委員会、環境水理部会、pp. 69-167, 2000.
- 2) Singh, B. & Shah, C.R. : Plunging phenomena of density currents in reservoirs, *La Houille Blanche*, Vol. 26, No. 1, pp. 59-64, 1971.

- 3) Savage, S.B. & Brimberg, J. : Analysis of plunging phenomena in water reservoirs, *J. of Hydraulic Research*, Vol. 13, No. 2, pp. 187-204, 1975.
- 4) 福岡捷二、福嶋祐介、中村健一：2次元貯水池潜入密度流の潜り込み水深と界面形状、土木学会論文報告集、第302号、pp. 55-65, 1980.
- 5) 菅和利、玉井信行：貯水池潜入部の潜り点及び初期混合に関する研究、第25回水理講演会論文集、pp. 631-636, 1981.
- 6) Akiyama, J. & Stefan, H.G. : Plunging flow into a reservoir: theory, *J. of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 110, HY. 4, pp. 484-498, 1984.
- 7) Akiyama, J. & Stefan, H.G. : Onset of undrflow in slightly diverging channels, *J. of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 113, No. 7, pp. 825-844, 1987.
- 8) 有田正光、塙原千明：貯水池密度流の潜り点の水理条件に関する実験的研究、ながれ、第15巻、pp. 409-416, 1996.
- 9) Lee, H.Y. & Yu, W.S. : Experimental study on reservoir turbidity current, *J. of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 123, No. 6, pp. 520-528, 1997.
- 10) 秋山壽一郎、片山哲幸、西 恭太、土居正明：混合型・成層型貯水池での潜入密度流の水理特性について、水工学論文集、第48巻、pp. 1375-1380, 2004.
- 11) Farrell, G.J. & Stefan, H.G. : Mathematical modeling of plunging reservoir flows, *J. of Hydraulic Research*, Vol. 26, No. 5, pp. 525-537, 1988.
- 12) Bournet, P.E., Dartus, D., Tassin, B. & Vincon-Leite, B. : Numerical investigation of plunging density current, *J. of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 125, No. 6, pp. 584-594, 1999.
- 13) Elder, R.A. & Wunderlich, W.O. : Inflow dernesity currents in TVD reservoirs, *Int'l Symp. Stratified Flows*, IAHR/ASCE, Novosibirks, USSR, pp. 221-236, 1972.
- 14) Ford, D.F. & Johnson, M.C. : Density inflows to Degray lake, Arkansas, *Proc. of Second Int'l Symposium on Stratified Flows*, Trondheim, Norway, pp. 977-987, 1980.
- 15) 畑 幸彦：永瀬ダム湖(高知県)の淡水赤潮、水質汚濁研究、Vol. 14, No. 5, pp. 25-29, 1991.
- 16) 中本信忠：神流湖の淡水赤潮、水質汚濁研究、Vol. 14, No. 5, pp. 13-17, 1991.
- 17) 山田正人、宗宮功、小野芳朗、小林尚礼：ダム貯水池におけるPeridinium淡水赤潮の集積機構の評価、水環境学会誌、第18巻、第10号、pp. 775-783, 1995.
- 18) 室田 明ら：成層型貯水池における流入濁水の分岐現象について、第33回年次学術講演会概要集、第2部、pp. 379-380, 1978.
- 19) Garcia, M.H. : Hydraulic jumps in sediment-driven bottom currents, *J. of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 119, No. 10, pp. 1094-1117, 1993.
- 20) 中村 充、乃万俊文、龍 富士夫：密度成層流の内部跳水、海岸工学講演会論文集、第25回、pp. 456-459, 1978.
- 21) 鷲見元宏、吉川秀夫、横井吉孝、橋本 進：断面の変化する水路における密度流、水理講演会論文集、第27巻、pp. 537-542, 1983.

(2004.9.30 受付)