

砂州のモード減少過程水理実験への 安定解析の適用

SUITABILITY OF WEAKLY NONLINEAR ANALYSIS TO MODE REDUCTION PROCESS OF DOUBLE-ROW BARS

渡邊康玄¹・桑村貴志²

Yasuharu WATANABE and Takashi KUWAMURA

¹正会員 博(工) 独立行政法人 北海道開発土木研究所 (〒062-8602 札幌市豊平区平岸1条3丁目)

²正会員 独立行政法人 北海道開発土木研究所 (〒062-8602 札幌市豊平区平岸1条3丁目)

Weakly nonlinear analysis was adapted to the hydraulic experiments in order to clarify the mechanisms of mode reduction process of sand bars. Hydraulic conditions of this analysis were set large width-depth ratio. The following facts became clear by this research. Initial bar growth rate must be calculated precisely when the mode reduction process is considered. The bar wavelength which passes through the mode reduction process of bar formation can be calculate by the linear stability analysis. The weakly nonlinear analysis can predict the mode reduction process of bars when the perturbation parameter is less than 1. This analysis shows good agreement on the contribution of each bar mode element to the bed formation.

Although the growth rate expansion method has a mathematical problem applying to the multiple bar formation process, this analysis shows good agreement on the hydraulic experimental results.

Key Words : Double-row bars, mode reduction process, bed forms, weakly nonlinear analysis

1. はじめに

河床に形成される河床波の形状を理解することは、その形状により決定される局所洗掘の位置や大きさ、あるいはその移動を把握することとなる。このことから、護岸の根入れ深さや河川構造物の設置位置等、治水や利水のために研究が行われてきた。また、近年では河川生態系の基盤を形成するという観点から、河川環境に関する検討においても河床形態の研究は不可欠なものとなっている。

中規模河床形態の移動や変形について、これまで河床波の前進に伴う移動に関しては検討が行われてきていたが、河道の拡幅等大規模に河道を変化させる場合等のほかには、河床波の形態そのものが変化することに着目した研究やその結果の利用は多くなかった。しかし、現在では河道計画や河道維持を行っていく上で河道にある程度の移動の自由度を許容し、河川本来の持つ治水機能や河川環境の形成を積極的に評価していこうとする方向に

動きつつある。

このような状況において近年では、洪水時の砂州の挙動や砂州の発生過程に関する研究が盛んに行われてきている。砂州の形成過程においては、従来初期増幅率の大小により中規模河床形態の領域区分が行われてきたが、初期に多モードの砂州が形成される条件では、時間の経過に伴ってモードが減少することが水理実験や数値シミュレーションによって指摘されてきている^{1,2,3)}。このことは、実河川における河床形態の形成は複列砂州が形成されるとされる水理条件であっても、モード減少を生じた結果あるいはモード減少中の特性を有していると考えられる。すなわち、分類されている砂州形態のモードと実際の砂州形態とが結びつかない場合が存在することを示しており、護岸の配置計画や河川環境を考えるに当たり極めて注意を要することとなる。

渡邊ら⁴⁾は、水理条件として単列砂州が形成されるとされる領域と複列砂州が形成されるとされる領域の複数を設定し、砂州の形成過程を把握する実験を行っている。

表-1 定常流実験の諸元

ケース名	β	d_s	θ	河床形態	λ	Z_b
S-10-20	76	0.13	0.055	複	1.17	3.56
S-10-40	73	0.12	0.060	複	1.06	3.39
S-10-60	98	0.17	0.044	複	1.10	4.78
S-10-80	125	0.21	0.034	複+単	0.75	6.94
S-10-120	74	0.12	0.059	複+単	0.48	4.26
S-10-240	92	0.16	0.047	単	0.86	9.80
S-10-480	90	0.15	0.047	単	0.43	10.40
S-10-960	75	0.13	0.060	単	0.58	7.17
S-20-20	39	0.07	0.109	複	1.05	1.83
S-20-40	47	0.08	0.090	複+単	1.06	2.50
S-20-60	52	0.09	0.082	複+単	0.80	4.30
S-20-80	41	0.07	0.103	複+単	0.48	3.09
S-20-120	47	0.08	0.091	単	0.52	4.48
S-20-240	49	0.08	0.086	単	0.38	6.15
S-20-360	47	0.08	0.092	単	0.41	4.69
S-20-840	45	0.08	0.097	単	0.35	5.50
S-30-20	38	0.06	0.115	複	0.61	2.33
S-30-40	33	0.06	0.129	複+単	0.52	4.45
S-30-60	35	0.06	0.121	単	0.47	4.09
S-30-80	32	0.05	0.130	単	0.45	3.74
S-30-120	38	0.06	0.115	単	0.52	3.92
S-30-240	39	0.07	0.107	単	0.49	4.61
S-30-600	38	0.06	0.113	単	0.34	5.08
S-40-20	27	0.05	0.156	複	0.99	1.28
S-40-40	25	0.04	0.167	単	0.50	3.54
S-40-60	25	0.04	0.169	単	0.64	2.00
S-40-80	24	0.04	0.175	単	0.49	2.77
S-40-120	28	0.05	0.151	単	0.36	3.31
S-40-180	28	0.05	0.147	単	0.30	3.25
S-40-330	30	0.05	0.144	単	0.42	3.87
S-50-20	22	0.04	0.190	単	0.59	1.53
S-50-40	22	0.04	0.188	単	0.67	1.28
S-50-60	21	0.04	0.202	単	0.56	1.90
S-50-80	24	0.04	0.177	単	0.44	2.67
S-50-120	25	0.04	0.173	単	0.48	3.02
S-50-240	25	0.04	0.182	単	0.42	3.11

本研究では、その結果を用いて、複列砂州のモード減少過程をさらに詳細に検討を行うことを目的として、従来砂州の波高等、平衡状態の砂州形状に対しての評価が行われてきた砂州の弱非線形解析について、発達過程への適用性について検討を加えることとした。砂州の非線形解析は多くの研究者が行っており、複列砂州の平衡形状については、近年泉ら⁵⁾が振幅展開法を用いた弱非線形解析を行っている。本研究では増幅率展開法の適用性を見ることも目的の一つとして、Colombiniら⁶⁾の手法を用いモード減少過程について検討を行うこととした。

2. モード減少過程実験の概要

渡邊ら⁴⁾が行った複列砂州から単列砂州へのモード減

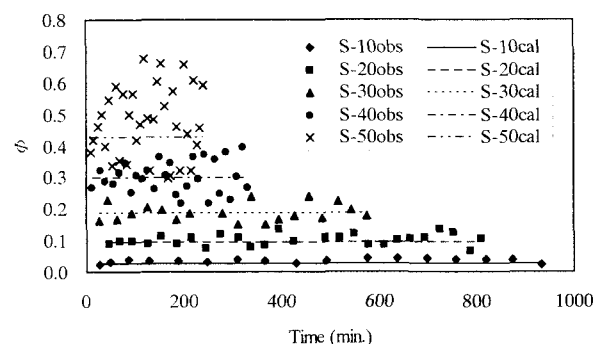


図-1 流砂量の時間変化

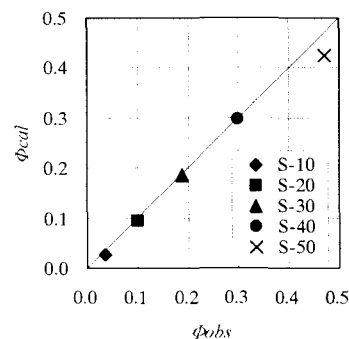


図-2 流砂量の実験値と計算値との比較

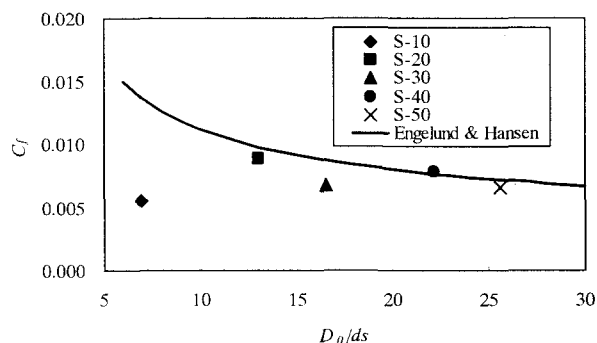


図-3 河床抵抗の実験値と計算値の比較

少過程に関する水理実験の水理条件と砂州形状の無次元量を表-1に示す。表-1において、 $\beta = \tilde{B}/\tilde{D}_0$ 、 $\tilde{B}$ は水路半幅、 $\tilde{D}_0$ は水深、 $d_s = \tilde{d}_s/\tilde{D}_0$ 、 θ は無次元掃流力である。また、 $\lambda = 2\pi\tilde{b}/\tilde{L}_b$ 、 $Z_b = \tilde{z}_b/\tilde{D}_0$ 、 $\tilde{L}_b$ および $\tilde{z}_b$ は観測区間で平均した砂州の波長および波高である。S-10-80、S-10-120、S-20-40、S-20-60、S-20-80、S-30-40では、複列砂州と単列砂州とが共存している。このためこれらのケースの波長および波高は、複列砂州と単列砂州の平均された値となっている。各ケース名の最後の数字は通水経過時間を表しており単位は分である。

実験における無次元の単位幅当たりの流砂量 ϕ と河床抵抗係数 C_f を計算し、それぞれ式(1)、(2)で表されるMeyer-Peter & Müllerの式およびEngelund & Hansenの式と比較を行った。

$$\phi = 8(\theta - \theta_{cr})^{3/2} \quad (1)$$

$$C_f = \frac{1}{\left[6 + 2.5 \ln \left(\frac{1}{2.5d_s} \right) \right]^2} \quad (2)$$

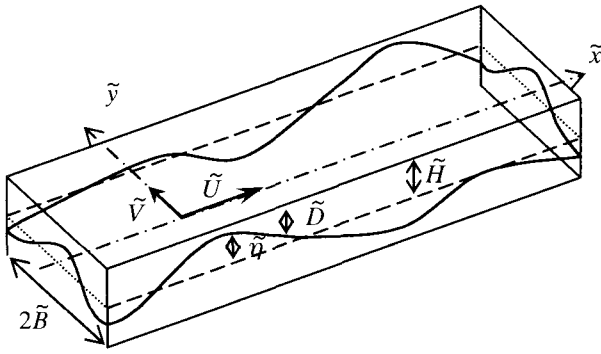


図-4 座標と記号の定義模式図

ここで、 ϑ_c は無次元限界掃流力であり、実験の結果ここでは0.038を用いている。

図-1は、流砂量に関して通水時間とともにどのように変化しているかを示したものである。S-40, S-50に関しては変動が大きくなっているが、その変動は全てのケースで平均的な値の周辺で振動していることがわかる。図-2は、流砂量に関して実験値と計算値とを比較したものであるが、かなりの精度で一致している。また、図-3は河床の抵抗係数について実験値と計算値を比較したものであるが、S-10を除いてほぼ両者は一致している。S-10は水深が小さく浮き州が形成された実験であり、その影響がでているものと考えられる。

3. 増幅率展開法による弱非線形解析の概要

川幅 $2\tilde{B}$ の直線水路における拡散項を省略した定常2次元浅水流式と連続の式および掃流砂を対象とした流砂連続式は、座標系を図-4のようにとると、式(3)～(6)で表される。

$$\tilde{U} \frac{\partial \tilde{U}}{\partial \tilde{x}} + \tilde{V} \frac{\partial \tilde{U}}{\partial \tilde{y}} + \tilde{g} \frac{\partial \tilde{H}}{\partial \tilde{x}} + \frac{\tilde{\tau}_x}{\tilde{\rho} \tilde{D}} = 0 \quad (3)$$

$$\tilde{U} \frac{\partial \tilde{V}}{\partial \tilde{x}} + \tilde{V} \frac{\partial \tilde{V}}{\partial \tilde{y}} + \tilde{g} \frac{\partial \tilde{H}}{\partial \tilde{y}} + \frac{\tilde{\tau}_y}{\tilde{\rho} \tilde{D}} = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial(\tilde{U} \tilde{D})}{\partial \tilde{x}} + \frac{\partial(\tilde{V} \tilde{D})}{\partial \tilde{y}} = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial \tilde{\eta}}{\partial \tilde{t}} + \frac{\partial \tilde{Q}_{hx}}{\partial \tilde{x}} + \frac{\partial \tilde{Q}_{hy}}{\partial \tilde{y}} = 0 \quad (6)$$

ここで、 $\tilde{t}$; 時間、 $\tilde{x}, \tilde{y}$; それぞれ縦断方向および横断方向座標軸、 $\tilde{U}, \tilde{V}$; それぞれ $\tilde{x}$ 軸方向および $\tilde{y}$ 軸方向の流速、 $\tilde{H}$; 水位、 $\tilde{D}$; 水深、 $\tilde{\eta}$; 河床高 ($= \tilde{H} - \tilde{D}$)、 $\tilde{\tau}_x, \tilde{\tau}_y$; それぞれ $\tilde{x}$ 軸方向および $\tilde{y}$ 軸方向の剪断力、 $\tilde{Q}_{hx}, \tilde{Q}_{hy}$; それぞれ $\tilde{x}$ 軸方向および $\tilde{y}$ 軸方向の掃流砂量、 $\tilde{\rho}$; 水の密度、 $\tilde{g}$; 重力加速度である。なお、各記号に付されている $\sim$ は次元を有していることを表す記号である。

式(3)～(6)は、平坦河床上の等流の諸元を基に、 $(U, V) = (\tilde{U}, \tilde{V}) / \tilde{U}_0$, $D = \tilde{D} / \tilde{D}_0$, $H = \tilde{H} / (F_0^2 \tilde{D}_0)$, $(Q_x, Q_y) = (\tilde{Q}_x, \tilde{Q}_y) / (\Delta \tilde{g} \tilde{D}_0^3)^{1/2}$, $(\tau_x, \tau_y) = (\tilde{\tau}_x, \tilde{\tau}_y) / \tilde{\rho} \tilde{U}_0^2$, $(x, y) = (\tilde{x}, \tilde{y}) / \tilde{B}$, $t = \tilde{t} / (\tilde{B} / \tilde{U}_0)$

で無次元化を行う。ここで、添え字の $_0$ は等流時の値を示している。また、 Δ は河床材料の水中比重である。これらの式に、 (U, V, H, D) を(7)～(11)で示される形で摂動パラメータを $\varepsilon^{1/2}$ として展開したものを代入し整理すると、 $\varepsilon^{3/2}$ のオーダーにおいて式(12)で表されるLandou-Stuart型の微分方程式を得る。

$$(U, V, H, D) = (1, 0, H_0, 1) + \varepsilon^{1/2} (U_1, V_1, H_1, D_1) + \varepsilon^{3/2} (U_2, V_2, H_2, D_2) + \varepsilon^{5/2} (U_3, V_3, H_3, D_3) \quad (7)$$

$$(U_1, V_1, H_1, D_1) = \begin{cases} A_{(T)}(S_1, C_1, S_1, S_1)E_1 + \text{c.c.} & ; m=1 \\ A_{(T)}(C_2, C_2, C_2, C_2)E_2 + \text{c.c.} & ; m=2 \end{cases} \quad (8)$$

$$(U_2, V_2, H_2, D_2) = \begin{cases} \{ A_{(T)}^2 E_2 [(C_2 u_{22}, S_2 v_{22}, C_2 h_{22}, C_2 d_{22}) + (u_{02}, v_{02}, h_{02}, d_{02})] + \text{c.c.} \\ + A_{(T)} \bar{A}_{(T)} [(C_2 u_{20}, S_2 v_{20}, C_2 h_{20}, C_2 d_{20}) + (u_{00}, v_{00}, h_{00}, d_{00})] \} & ; m=1 \\ \{ A_{(T)}^2 E_2 [(S_4 u_{22}, S_4 v_{22}, S_4 h_{22}, S_4 d_{22}) + (u_{02}, v_{02}, h_{02}, d_{02})] + \text{c.c.} \\ + A_{(T)} \bar{A}_{(T)} [(S_4 u_{20}, S_4 v_{20}, S_4 h_{20}, S_4 d_{20}) + (u_{00}, v_{00}, h_{00}, d_{00})] \} & ; m=2 \end{cases} \quad (9)$$

$$(U_3, V_3, H_3, D_3) = \begin{cases} [A_{(T)}^2 \bar{A}_{(T)}(S_1, C_1, S_1, S_1)E_1 + \text{c.c.}] + \text{h.h.} & ; m=1 \\ [A_{(T)}^2 \bar{A}_{(T)}(C_2, C_2, C_2, C_2)E_2 + \text{c.c.}] + \text{h.h.} & ; m=2 \end{cases} \quad (10)$$

$$(S_m, C_m, E_m) = \left(\sin\left(\frac{1}{2}m\pi y\right), \cos\left(\frac{1}{2}m\pi y\right), \exp[mi(\lambda x - \omega t)] \right) \quad (11)$$

$$\frac{dA_{(T)}}{dT} + \alpha_1 A_{(T)} + \alpha_2 A_{(T)}^2 \bar{A}_{(T)} = 0 \quad (12)$$

ここで、c.c.は直前の項の共役複素数であり、 m は河床波のモード数を表している。また、 $A_{(T)}$ は、微小攪乱の時刻 T における振幅であり、 T は微小攪乱の変動を表すために導入された時間スケールで流れの時間スケール t との関係は式(13)で定義される。

$$t = \varepsilon T \quad (13)$$

すなわち、河床波の発達時間は流れの変化時間に比べて極めて遅いものとしている。式(12)の解は、式(14)となる。

$$|A| = \sqrt{\frac{-\text{Re}(\alpha_1)}{\text{Re}(\alpha_2) - a_0 \text{Re}(\alpha_1) \exp[-2\text{Re}(\alpha_1)T]}} \quad (14)$$

ここで、 $|A|_0$ を微小攪乱の初期値とすると a_0 は式(15)で表される。

$$a_0 = \frac{1}{|A|_0^2} + \frac{\text{Re}(\alpha_2)}{\text{Re}(\alpha_1)} \quad (15)$$

線形解析では、 $A_{(T)}$ の3次の項が決定されないため、微小攪乱の初期増幅率のみが得られることになり、 α_2 を省略した形で解が得られる。このため、線形解析では不安定領域のみ得られる。非線形解析における摂動パラ

表-2 線形解析結果

Case	β	モード1				モード2			
		β_{c1}	λ_{c1}	$\lambda_{1\beta}$	$\varepsilon_1^{1/2}$	β_{c2}	λ_{c2}	$\lambda_{2\beta}$	$\varepsilon_2^{1/2}$
S-20	45.0	8.17	0.54	0.73	2.12	16.33	1.09	1.34	1.33
S-30	37.5	8.74	0.52	0.68	1.81	17.48	1.04	1.22	1.07
S-40	30.0	9.25	0.49	0.62	1.50	18.50	0.97	1.08	0.79
S-50	25.0	9.60	0.46	0.57	1.27	19.20	0.93	0.99	0.55

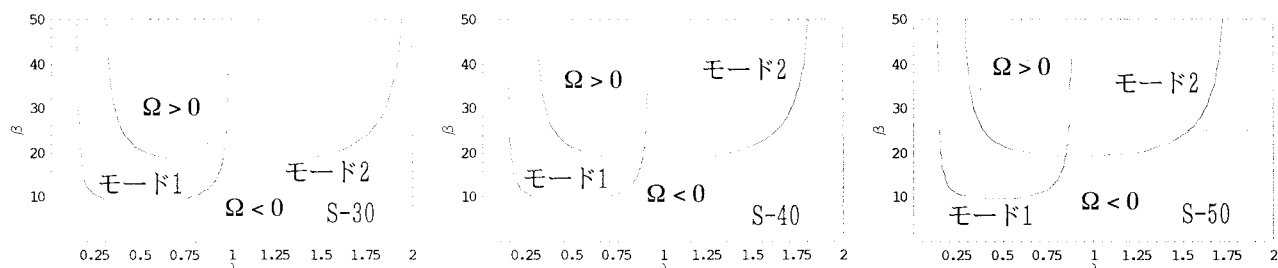


図-5 初期増幅率の中立線

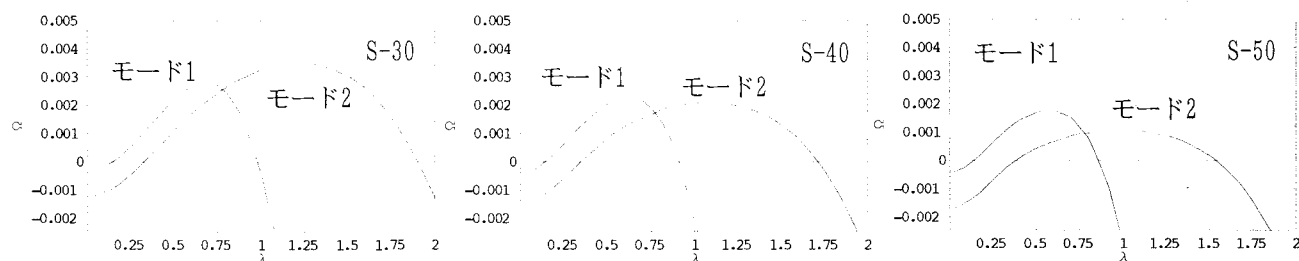


図-6 実験条件における初期増幅率

メータ $\varepsilon^{1/2}$ は、式(16)で表されるように、初期擾乱が中立すなわち線形解析において初期増幅率 Ω_0 が0となる最小の川幅水深比 β_c から対象としている条件における β の差の割合の平方根としている。

$$\beta = \beta_c(1 + \varepsilon) \quad (16)$$

このため、この非線形解析手法は対象とする現象について川幅水深比 β が β_c の近傍である必要がある。ここでは、そのことを踏まえつつ ε がどの程度の範囲までこの手法が現象を捉えることができるかもあわせて検討することとした。なお、河床波の波数 λ についても式(17)となるが、ここでは、 $\lambda_1 = 0$ とした。

$$\lambda = \lambda_c + \varepsilon \lambda_1 \quad (17)$$

また、Pornpromminら⁷⁾が各モードの相互干渉として発達過程において不規則性を引き起こすことを指摘しているように、複列砂州の現象を検討するにはモード1とモード2の微小擾乱の相互干渉を考慮する必要があるが、ここでは簡単のためそれらを考慮していない。

4. 非線形解析の適用

実験に非線形解析を適用するに当たり、用いた流砂量式および河床抵抗はそれぞれ、式(1),(2)とした。両式は、前述したように実験結果とほぼ一致しており、解析に用いることに問題無いと判断される。なお、S-10に関

しては、通水中に浮き州が形成されたことおよび、河床の抵抗が式(2)から外れていることから、今回の検討対象としないこととした。また、 $|\lambda|_0$ は0.0001を与えた。

(1) 線形解析と実験結果

先ず線形解析の結果を用いて、モード1とモード2の河床波の初期増幅率の大きさの違いに焦点を当てて検討を行うこととする。図-5は、S-30, 40, 50について、モード1の波とモード2の波に関する初期増幅率が0となる中立線を示したものである。点線は実験における β の値を示している。また、図-6は、S-30, 40, 50について、実験条件でのモード1の波とモード2の波の初期増幅率を表している。図-5, 6より、S-40はモード1とモード2の波の初期増幅率がほぼ等しい条件であり、S-30はモード2の波の初期増幅率がモード1のそれよりも大きい条件、S-50はモード1の波の初期増幅率がモード2のそれよりも大きい条件であることが分る。なお、S-20はS-30と同様にモード2の波の初期増幅率がモード1のそれよりも大きい条件である。実験結果では、S-30が通水初期に複列砂州が形成され単列砂州へと移行し、S-50は通水初期から単列砂州が形成された。このことは、図-6に示される初期増幅率の結果と一致しており、通水初期のモード数は、線形解析で表現しうることが確認された。

一方、図-7に、砂州の波数の時間変化と線形解析に

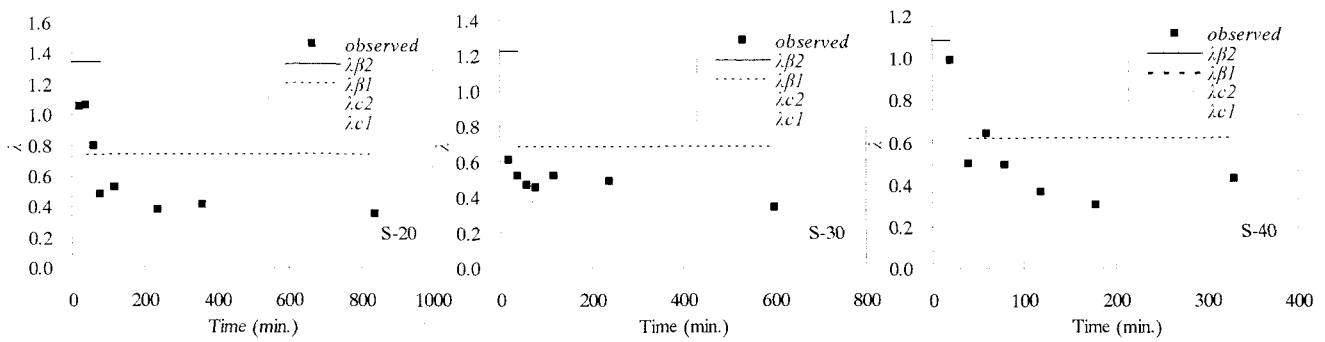


図-7 砂州波数の実験結果と線形安定解析による波数

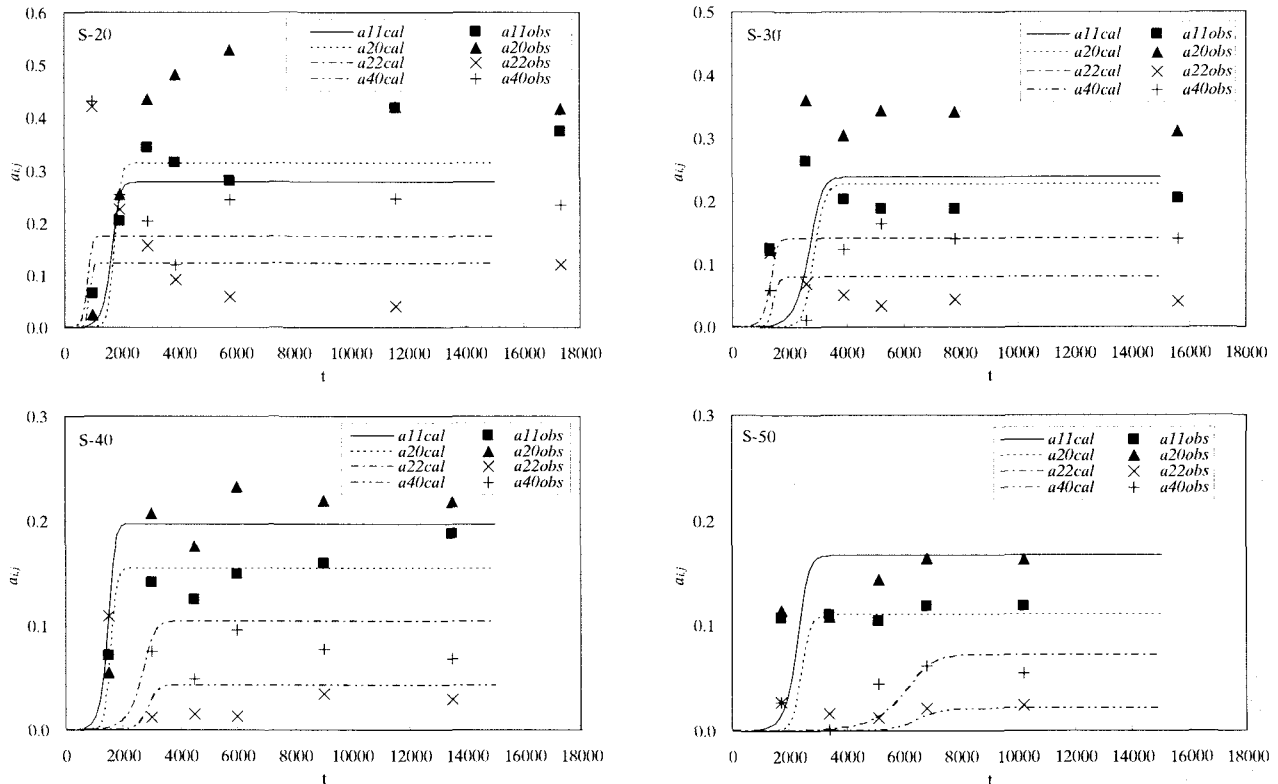


図-8 モード減少実験の主要波数成分の時間変化と弱非線形解析結果

よって算定される波数 $\lambda_{c1}, \lambda_{c2}, \lambda_{\beta1}, \lambda_{\beta2}$ との比較を示す。ここで、 λ_{c1} および λ_{c2} はそれぞれモード1およびモード2における初期増幅率が0となる最小の川幅水深比 β_c における波数であり、 $\lambda_{\beta1}$ および $\lambda_{\beta2}$ はそれぞれ実験条件の β における初期増幅率が最大となる波数である。図-7より、実験における砂州の波数は、 $\lambda_{\beta1}$ および $\lambda_{\beta2}$ よりは λ_{c1} および λ_{c2} によって表現できるようである。この結果は、弱非線形解析を実施する際に式(14)において、 $\lambda_1 = 0$ とした仮定を支持するものである。

線形解析の結果をまとめて表-2に示した。

(2) 非線形解析による砂州の発達過程と実験結果

今回弱非線形解析に適用する実験は、表-2に示したように摂動パラメータ $\epsilon^{1/2}$ がモード1において全てのケースで1以上となり、かつモード2においてもS-20およびS-30は1以上となっているため、理論上は問題がある。し

かし、どの程度まで適用できるかを確認するため実施することとした。

弱非線形解析により求められる各波数成分と実験によって形成された河床を波数解析⁸⁾したものとを比較したものが図-8である。実験の河床波の波数解析により卓越していた横断方向および縦断方向の波数が、それぞれ(1, 1), (2, 0), (2, 2), (4, 0)の波を比較している。S-50の条件では、概ね実験における砂州の時間変化を弱非線形解析で表現しうようであるが、 $\epsilon_2^{1/2}$ が2より大きいS-20では各波の振幅やモード移行時刻等も表現し得ていない。また、S-30は $\epsilon_2^{1/2}$ がほぼ1にもかかわらず、モードの変化時刻を含めて実験値をある程度表現している。 $\epsilon_2^{1/2}$ がS-30よりも小さいS-40では、モード2の波の立ち上がりを実験より遅れて生じておりこれが不一致の原因となっている。これは、図-6の初期増幅率の比較において、S-40はモード2よりもモード1が若干ではあるが大きい

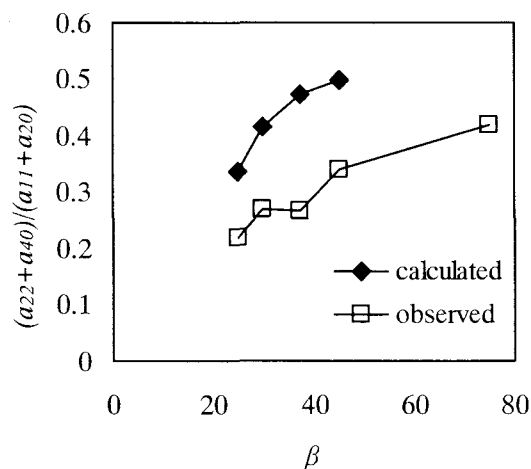


図-9 平衡河床形状の主要波成分の β による変化

い値を示しており、これによるものである。このことは、モード減少過程を扱う上で、初期増幅率の算定精度がきわめて重要な事項であることを示している。

河床の主要波成分のモード間の比較により、実際の河床のモードが判別できる⁴⁾ことから、各モードの平衡河床形状への寄与について検討を行った。平衡河床形状の主要波成分の β による変化を実験結果と比較したものが図-9である。弱非線形解析結果は、実験値よりもモード2の成分をやや大きく計算するが β による変化の傾向は捉えていることが分る。モード変化過程をより明確に見るために、弱非線形解析の各モードの寄与率の時間変化を図-10に示す。モード変化過程では、通水初期からモード2の寄与率が増加し始め、その後徐々にモード2の寄与率が減少して行きモード1の減少が生じる。一方通水初期からモード1の卓越する条件では、モード1の寄与率が上昇していくがその後モード2の寄与が生じ平衡状態へと遷移している。どちらの場合も最終的には、図-9に示すようにモード1とモード2の寄与率を比較すると、モード1がやや卓越する0.1から0.6の間に漸近しているようであり、このことは、初期増幅率でモード2が生じるとされる水理条件でモード減少した砂州はモード2の成分が残ることを示すものであり、その傾向は β が大きくなるに従って強くなる。

5. おわりに

複列砂州からモード減少が生じ単列砂州へ移行する過程の水理実験について安定解析を実施した。

砂州のモード減少過程を検討するにあたり、各モード間の初期増幅率を精度良く算定することが前提条件となる。モード減少する前後での砂州波長は、水理条件における最大増幅率を示す波長ではなく、各モードの擾乱が成長可能な最小の β に対する波長となることが確認された。増幅率展開法による複列砂州への弱非線形解析の適用性は、結果から判断すると、モード2の摂動パラメー

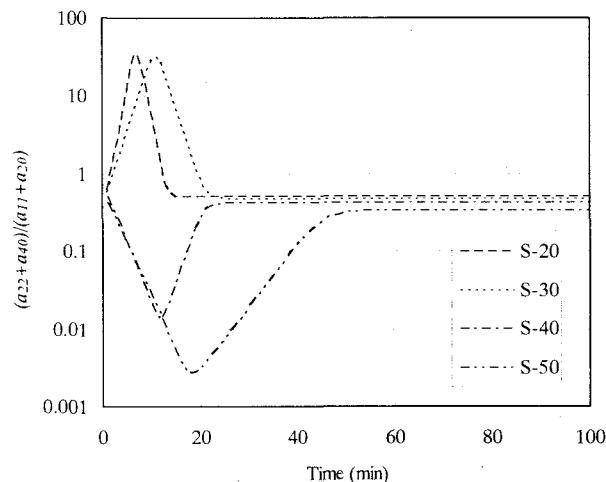


図-10 河床形状へのモードの寄与率の時間変化

タが概ね1程度でも現象を見ることが可能である。平衡河床形状のモード間の寄与率についてはモード2の寄与が大きく算定される傾向にあるが、 β による変化の傾向は実験値の傾向を捉えている。

なお、各モード間の相互作用などは今後の課題である。

謝辞：本研究は、国土交通省北海道開発局の受託業務、河川環境管理財団の河川整備基金助成ならびに日本学術振興会科学研究費（基盤研究(B)(1)16360242）による補助を受けた。また、東北大学の泉典洋先生には解析にあたり有益な情報をいただいた。記して謝意を表す。

参考文献

- 1) 藤田裕一郎, 永田順宏, 村本嘉雄: 多列砂州の形成・変化過程と細砂河床の影響, 土木学会水工学論文集第36巻, pp23-28, 1992.
- 2) 藤田裕一郎, 赤松英樹, 村本嘉雄: 網状流路の形成過程, 土木学会第31回水理講演会論文集, pp.695-700, 1987.
- 3) 竹林洋史, 江頭進治: 自己形成流路の形成過程と形成水理条件, 土木学会論文集, Vol.677, pp75-86, 2001.
- 4) 渡邊康玄, 桑村貴志: 複列砂州のモード減少過程に関する水理実験, 土木学会水工学論文集, 第48巻, pp997-1002, 2004.
- 5) 泉典洋, A. Pomprommin: 振幅展開法を用いた砂州の弱非線形解析, 土木学会論文集, Vol.712, pp73-86, 2002.
- 6) Colombini, M., G. Seminara and M. Tubino: Finite amplitude alternate bars. Journal of Fluid Mechanics. Vol. 181, pp213-232, 1987.
- 7) Pomprommin, A., N. Izumi and T. Tsujimoto: WEAKLY NONLINEAR ANALYSIS OF MULTIMODAL FLUVIAL BARS, Annual Journal of Hydraulic Engineering, JSCE, Vol.48, pp1009-1014, 2004.
- 8) 長谷川和義, 山岡勲: 発達した交互砂州の性状に関する実験と解析, 土木学会第26回水理講演会論文集, pp.31-38, 1982.

(2004.9.30 受付)