

非対称振動流中に設置された円柱周辺の 流況および流体力の数値解析

NUMERICAL STUDY OF FLUID FORCES ACTING ON A CIRCULAR CYLINDER IN ASYMMETRIC OSCILLATORY FLOW

馬替敏治¹・榎田真也²・由比政年³・石田 啓⁴

Toshiharu MAGAI, Shinya UMEDA, Masatoshi YUHI and Hajime ISHIDA

¹正会員 金沢大学教授 大学院自然科学研究科(〒920-8667 石川県金沢市小立野2-40-20)

²正会員 博(工) 金沢大学助手 大学院自然科学研究科(〒920-8667 石川県金沢市小立野2-40-20)

³正会員 博(工) 金沢大学助教授 大学院自然科学研究科(〒920-8667 石川県金沢市小立野2-40-20)

⁴正会員 工博 金沢大学教授 大学院自然科学研究科(〒920-8667 石川県金沢市小立野2-40-20)

This paper presents the results of numerical simulations on the unsteady flow fields around a circular cylinder placed in asymmetric oscillatory flows. The corresponding fluid forces acting on the cylinder are also examined. Systematic computations are carried out for the two-dimensional Navier-Stokes equations in a generalized curvilinear coordinate. The asymmetric velocity profile of the cnoidal waves is adopted for the far field flow conditions. The effects of the asymmetric velocity variation on the vortex motion and the fluid forces are investigated for a wide range of Keulegan-Carpenter numbers. The structures of the wake vortices are described in detail, and the dependence of the maximum fluid force on the flow asymmetry is clarified. The results indicate the significant influence of flow asymmetry. The applicability of the Morison type formula for the in-line fluid force is then examined. The variations of the drag and inertia coefficients in asymmetric oscillatory flows are also presented.

Key Words : oscillatory flow, asymmetry, fluid force, wake vortex, drag coefficient

1. 序 論

波動場あるいは振動流場に設置された柱体に作用する流体力やその周辺の流況特性を知ることが、海岸・海洋構造物の受ける波力および周辺の流体場の特性を解明・予測する上で、重要な基礎項目の一つである。こうした観点から、これまでに、小口径円柱周辺の正弦振動流を対象とした実験的研究が広く進められてきた。その結果、周期的に反転する流体場における渦の相互干渉が、振動流固有の流況パターンを生み出すこと、さらに、この流れパターンの変化が、振動方向および直交方向の流体力特性に大きな影響を与えることが明らかにされてきた(たとえば、Williamson, 1985¹⁾、林, 1996²⁾など)。

一方、近年の数値流体力学の発展に伴い、柱体周辺の振動流場を数値的に解いて力学的検討を行うことが可能となってきた(たとえば、Justesen, 1991³⁾)。著者らも、これまでに、一般曲線座標系に変換されたNavier-Stokes方程式を用いて円柱周辺の正弦振動流場の数値解析を行

い、円柱周辺の渦構造の特性とKC数やReynolds数(あるいはStokesパラメータ β : $\beta = \text{Re}/\text{KC}$)との関連について解析を進めてきた(Yuhi et al. 1999⁴⁾等)。そこで得られた解析結果は、従来の実験結果と良く整合し、その信頼性が確認されている。

一方、現実的な海象条件、特に、大きな流体力が作用する高波浪条件下では、流速波形は非対称となり、峯の部分より先鋭に、谷の部分より平坦な流速変動が見られるようになる。こうした、非対称振動流下における流況・流体力に関する体系的知見を得ること、および、流速変動の非対称性が流体力係数に与える影響を定量的に評価することも重要である。しかしながら、非対称振動流場における流況・流体力特性に関する研究は比較的に少なく、関連した知見も決して十分とは言えない。

本研究では、非線形のクノイド波を模擬した流速変動を有する非対称振動流場における円柱周辺の流体場を対象として体系的な数値解析を行い、渦流れと流体力変動の関連、流体力係数とKC数および非対称パラメータとの関係を数値的に明らかにする。

2. 解析手法および条件

(1) 解析手法

解析に用いた基礎方程式は、2次元非圧縮性 Navier-Stokes 方程式および連続式を無次元化したものである。この基礎方程式系に対して、MAC法 (Harlowら, 1965)⁵⁾ による数値解析を行う。ここでは、その概略を説明する。なお、解析手法の詳細に関しては、既報 (由比ら, 1998⁶⁾ ; Yuhiet al. 1999⁴⁾) を参照されたい。

円柱周辺の振動流場を解析する際には、円柱表面近傍の境界層の構造を精度良く解析することが重要であり、円柱表面に沿った境界適合座標系を利用することが有効となる。MAC法では、連続式に代わるものとして、圧力に対する Poisson 方程式を導き、運動方程式と組み合わせるが、ここでは、先の点を考慮し、これらの式を次に示すような一般曲線座標系に変換して解析を行う。

$\xi = \xi(x, y, t)$, $\eta = \eta(x, y, t)$, $\tau = t$ …… (1)
変換された運動方程式および圧力に対する Poisson 方程式は次のように表される。

$$\begin{aligned} & u_\tau + [(u - x_\tau)y_\eta - (v - y_\tau)x_\eta]u_\xi / J \\ & + [(v - y_\tau)x_\xi - (u - x_\tau)y_\xi]u_\eta / J \\ & = -(y_\eta p_\xi - y_\xi p_\eta) / J + \tilde{\Delta} u / \text{Re} \quad \dots\dots (2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & v_\tau + [(u - x_\tau)y_\eta - (v - y_\tau)x_\eta]v_\xi / J \\ & + [(v - y_\tau)x_\xi - (u - x_\tau)y_\xi]v_\eta / J \\ & = -(x_\xi p_\eta - x_\eta p_\xi) / J + \tilde{\Delta} v / \text{Re} \quad \dots\dots (3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{\Delta} p = & -[(y_\eta u_\xi - y_\xi u_\eta)^2 + 2(x_\xi u_\eta - x_\eta u_\xi)(y_\eta v_\xi - y_\xi v_\eta) \\ & + (x_\xi v_\eta - x_\eta v_\xi)^2] / J^2 \\ & + (y_\eta u_\xi - y_\xi u_\eta + x_\xi v_\eta - x_\eta v_\xi) / (J \Delta t) \quad \dots\dots (4) \end{aligned}$$

ここに、 (u, v) は速度、 p は圧力、 Re はレイノルズ数である。また、下付き添え字は偏微分を、 $\tilde{\Delta}$ は一般曲線座標系での Laplace 演算子を、 J は座標変換のヤコビアンをそれぞれ表す。なお、 (x, y) 、 (u, v) および t は、それぞれ、円柱直径 D^* 、振動流の最大流速 U_m^* および D^*/U_m^* で無次元化してある。また、上付き添え字 $(\cdot)^*$ は次元量を表す。

式 (2) および式 (3) を時間積分する際には、時間 1 次精度の陰的な Euler スキームを用いた。一方、空間的な差分化においては、式 (2) および式 (3) の対流項以外はすべて 2 次精度の中心差分を適用し、対流項の差分化に関しては、3 次精度の風上差分 (Kawamuraら, 1986)⁷⁾ を用いた。こうして得られた差分方程式を SOR 法を用いて解き、流体場の時間発展の計算を行った。なお、計算格子には物理量の評価点と差分格子点とが一致する通常格子を用い

ている。本数値モデルによる流体力解析の妥当性については、正弦振動流場、正弦振動流と一様流の平行共存場に関する既往の実験結果 (Obasaju et al, 1988⁸⁾、岩垣ら, 1982⁹⁾) および、数値計算結果 (Justesen³⁾) との比較を通じて、その定性的・定量的な有効性を検証済み^{4), 6), 10)} である。

(2) 解析条件

非対称振動流速のモデル式として、楕円関数で表わされるクノイド波の流速波形を代数式で近似した田中ら¹¹⁾ の式を基本とした次式を使用した。

$$U = \frac{U^*}{U_m^*} = \frac{2(A_s - 1) \left(2A_s - 1 - \sin \left(\frac{2\pi}{T^*} t \right) \right)}{\left(-1 + (2A_s - 1) \sin \left(\frac{2\pi}{T^*} t \right) \right)^2} \quad (5)$$

ここで、上式は正・負方向の流速の最大値がそれぞれ $U_c (= 1)$ 、 U_r となるように規格化されている。式中の A_s は、次式で与えられ、流速振幅に対する最大流速 U_c の大きさを示すパラメータ、言い換えれば流速波形の非対称性を表す指標である。

$$A_s = \frac{U_c}{U_c + U_r} \quad (6)$$

図-1 は式 (5) の流速変動を示すものである。 A_s が 0.5 のときは上下対称な正弦波形を示すが、 A_s の増加に伴い、非対称性が強くなり、峯の部分がより急峻に、谷の部分により平坦になる。

計算の初期条件として、静止流体場を考え、無次元時間 $t=0$ から式 (5) の非対称振動流場を時間発展させて 20 周期分の計算を行った。境界条件は、円柱表面での速度にはノースリップ条件を与え、壁面上の圧力は境界層近似から算出した。また、外部境界では、式 (5) で与えられる流速を用いた。今回は、 $\beta=200$ に固定し、 KC 数を 2, 6, 8, 12, 16, 20 と変化させ、 A_s を 0.5 から 0.8 まで 0.1 刻みで変化させて流体場の解析を行った。

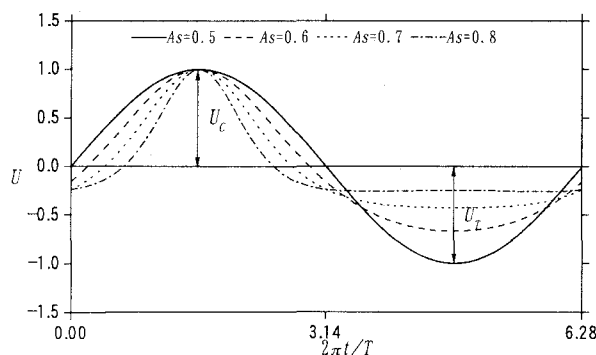


図-1 流速の非対称パラメータ A_s と流速波形の関係

3. 解析結果

(1) 円柱周辺の流況特性

非対称振動流に対するKC数を次式で定義する.

$$KC = \frac{U_m^* T^*}{D^*} \quad (7)$$

なお、 T^* は振動流の周期を表す.

次に、式(5)で表される水粒子の正方向への移動距離 S (無次元)を考える. まず、対称振動流 (正弦振動流: $A_s=0.5$) の場合を考えると、半周期間の移動距離 S_0 は次のようになる.

$$S_0 = \frac{KC}{\pi} \quad (8)$$

非対称振動流の場合、式(7)で定義されるKC数が同じであっても、非対称性の度合いにより、水粒子の移動距離は異なる.

$$S = \int_{t_1}^{t_2} U dt = \frac{KC}{\pi} \sqrt{\frac{1-A_s}{A_s}} = S_0 \sqrt{\frac{1-A_s}{A_s}} \quad (9)$$

ここで、 t_1, t_2 ($t_1 < t_2$) は次式で定義される.

$$U(A_s, t_1) = 0, U(A_s, t_2) = 0$$

図-2は A_s に対する S/S_0 の変化を表わしている. 峯側の振幅が同一の場合、 A_s が増加して波形が急峻になるにつれて S は単調に減少する. 図2から、 $A_s=0.8$ の非対称振動流の場合では水粒子の移動距離は対称振動流 ($A_s=0.5$) の場合の1/2倍となることがわかる.

ストローハル数の代表値を0.2と仮定し、Sumerら (1997)¹²⁾の議論に従って、水粒子の移動距離が、

$$\Delta S = \frac{8}{\pi} \quad (10)$$

増加するにつれて、半周期間に放出される渦対の数 n が1つ増えると考え、非対称振動流中の渦対の放出個数が以下のようになることが予測される.

$$\begin{aligned} n=0: & \quad 0 < KC < \frac{8\sqrt{A_s}}{\sqrt{1-A_s}} \\ n=1: & \quad \frac{8\sqrt{A_s}}{\sqrt{1-A_s}} < KC < \frac{16\sqrt{A_s}}{\sqrt{1-A_s}} \\ n=2: & \quad \frac{16\sqrt{A_s}}{\sqrt{1-A_s}} < KC < \frac{24\sqrt{A_s}}{\sqrt{1-A_s}} \end{aligned} \quad (11)$$

図-3は式(11)の A_s 、KCと渦放出数との関係を表したものである. なお、図中のマーカーは本研究で流況を求

めた条件である. KC値が同じであっても、 A_s が増加するにつれて、水粒子の正方向移動距離が小さくなるため、渦放出が抑制されることがわかる.

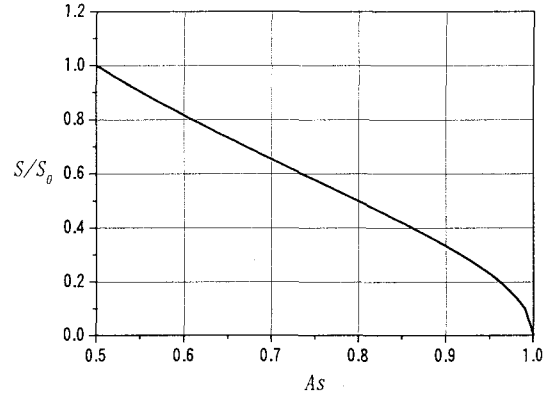


図-2 A_s の変化による水粒子移動距離の変化

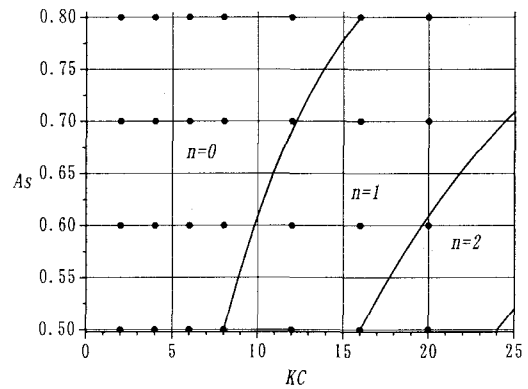


図-3 A_s の変化による渦対放出個数の変動

(2) 流況パターン

本節では A_s により渦放出パターンが変化する例として、 $KC=12$ の場合に着目することとし、 $A_s=0.5$ で1組の渦対が放出される場合と、 $A_s=0.8$ で渦放出がない場合における円柱周辺の流況を比較する. 図-4および図-7は、1周期分に対応した圧力分布および速度ベクトルの時間変化を示す. ここでは、渦流れパターンが比較的安定した状態の特徴的な瞬間を図示している. 図-5および図-8には、対応する周期の円柱に作用する流体力の時間変化を、図-6および図-9には、振動流方向に平行な流体力 F_x と直交する流体力 (揚力) F_y との関係を示した. なお、流体力 F_x 、 F_y は $0.5 \rho^* D^* U_m^{*2}$ で無次元化している.

a) $KC=12$, $A_s=0.5$ の流況パターン

$A_s=0.5$ の場合には、流速変動は対称となり、振動流速は、 $t/T=0/20, 10/20, 20/20$ においてゼロ、 $t/T=5/20, 15/20$ で最大となる. $t/T=2/20$ では、先の半周期間に放出された時計回りの渦 (R1) が円柱左下に存在する. この渦は正方向 (右向き) の流れにより移動し、その後、円柱下側から生成された反時計回りの渦 (L1) に接近し、渦対を成して下方へ移動する. 前半周期に渦対が1組放

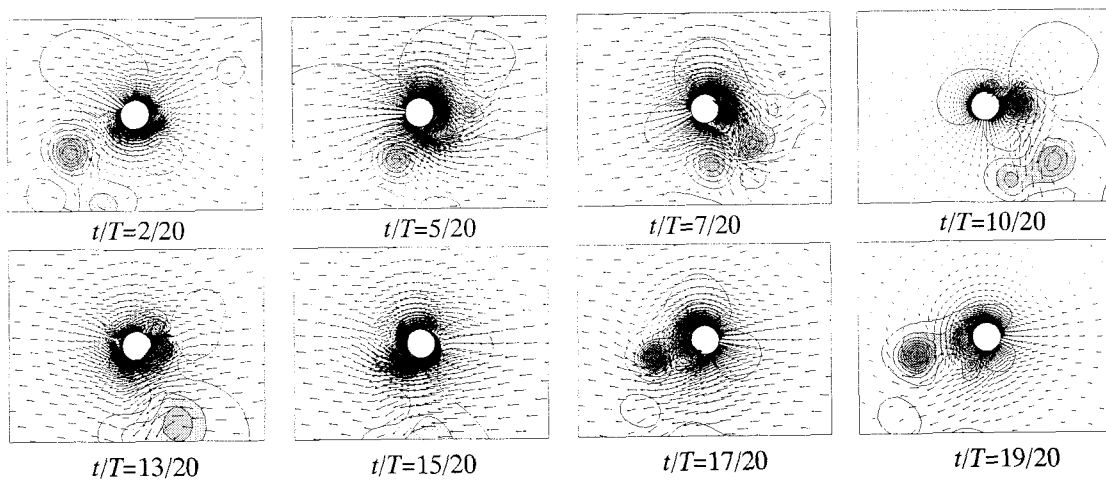


図-4 流況パターン (KC=12, $A_s=0.5$)

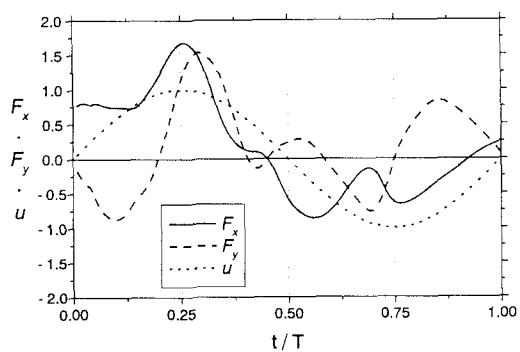


図-5 流体力の時間変化 (KC=12, $A_s=0.5$)

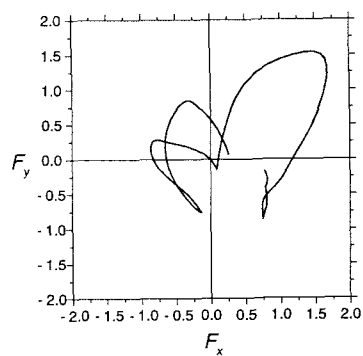


図-6 流体力 F_x, F_y の関係 (KC=12, $A_s=0.5$)

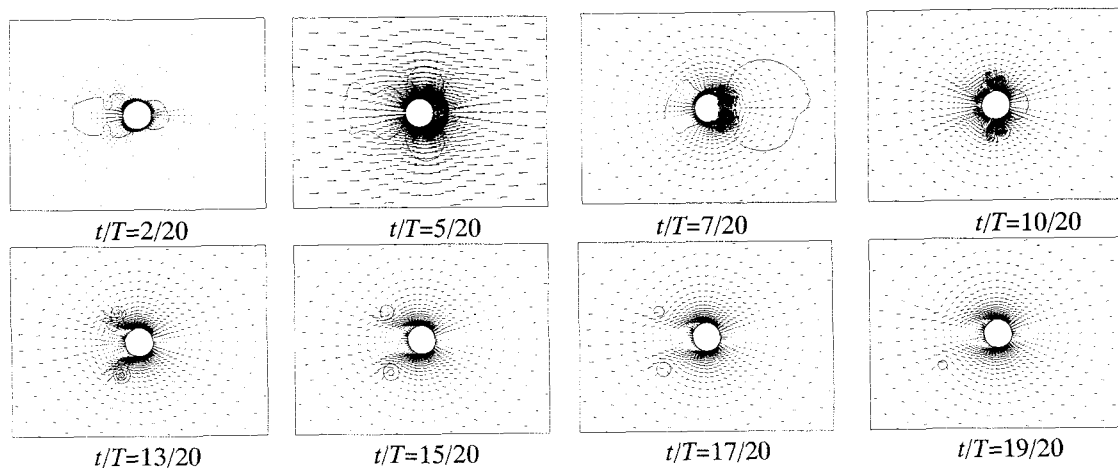


図-7 流況パターン (KC=12, $A_s=0.8$)

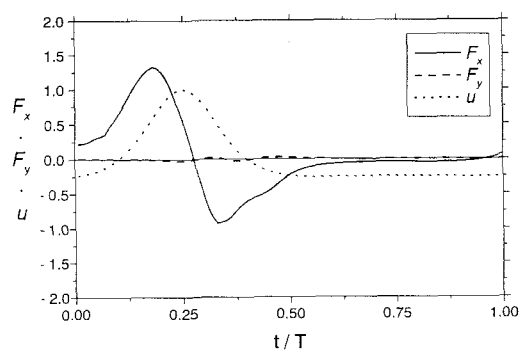


図-8 流体力の時間変化 (KC=12, $A_s=0.8$)

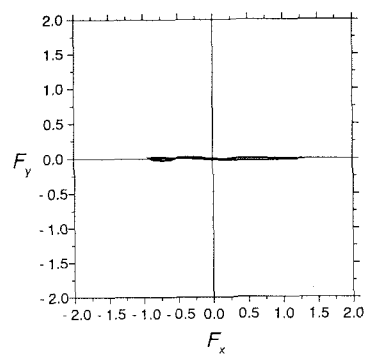


図-9 流体力 F_x, F_y の関係 (KC=12, $A_s=0.8$)

出されており、前述の予測式(11)と一致している。後半周期においては、前半周期に発生した時計回りの渦

(R2)が円柱下側面に沿って左方向へ移動し、徐々に拡大する。この渦R2は次の半周期において渦R1とほぼ同様な運動をする。以上の渦の形成・発達・減衰過程は複雑で、対応する流体力変動もその複雑さを反映したものとなる。このケースでは、各周期の渦流れパターンの詳細は周期ごとに幾分異なり、それに対応して F_x 、 F_y の位相変化も変動するが、基本形は同じであり、揚力の顕著なピークは1周期あたり4つある。この数は円柱上下から交互に発生する後流渦の数に対応する。

b) $KC=12$, $A_s=0.8$ の流況パターン

流れが右向きに加速するにつれて、円柱背後域に上下対称の渦対が形成される。流れの向きが反転すると、この渦対は円柱上下に分かれて、側面に沿って左方向へ回り込み、徐々に減衰して消滅する。渦流れは1周期の間上下ほぼ対称であることを反映して、揚力は非常に小さな値を取る。振動方向流体力は前半周期に正負のピークをとる。これは、流体力が渦運動よりも振動流速の加速度に強く依存しているためと考えられる。

(3) 流体力

a) 最大流体力

図-10は、最大流体力(無次元) F_{max} の A_s に対する変化をKC数ごとに示したものである。最大流体力の大きさは、非対称パラメータ A_s により、対称振動流での値から50%程度変化するが、その依存の仕方は、KC数により異なっている。まず、KC数が小さい場合($KC=2,4$)、最大流体力は、 A_s が増加して非対称性が強くなるにつれて単調に増加する。逆に、KC数が大きい場合($KC \geq 12$)には、 A_s が大きくなるにつれて最大流体力は小さくなっている。その中間のKC値では、 A_s は、いったん減少した後に増加するようになる。同一の A_s 値で見ると、一般に、KC数が大きいほど最大流体力は小さい。また、KC値による相違は、非対称性が強いほど、あるいは、KC値が小さいほど顕著となる。

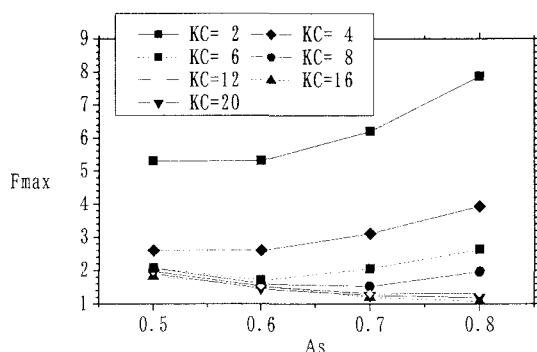


図-10 最大流体力のKC, A_s に対する変化

本研究で対象とした条件下では、多くの場合、振動方向の流体力 F_x が支配的であり、 F_x の最大値のKC, A_s に対

する変化に関しては、流体力の最大値の場合とほぼ同じ傾向が見られた。

一方、振動直交方向流体力 F_y の最大値のKC, A_s に対する変化については、低KC域で揚力が微小となる場合を除いて、 A_s が大きくなるにつれて減少する傾向が見られた。また、非対称性が強い場合には、KC値が大きくなるほど、 F_y の最大値が増加する傾向が確認された。

b) モリソン式と流体力係数

次に、振動流方向の流体力変動をモリソン式で表現することを考えてみる。

$$F_p^* = \frac{1}{2} C_D \rho^* D^* |U^*| U^* + C_M \rho^* A_0^* \frac{dU^*}{dt} \quad (12)$$

上式中の抗力係数 C_D 、慣性力係数 C_M を最小2乗法により算出すると次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} C_D &= \frac{M_{22}RH_1 + M_{12}RH_2}{M_{11}M_{22} - (M_{12})^2} \\ C_M &= \frac{M_{12}RH_1 + M_{11}RH_2}{M_{11}M_{22} - (M_{12})^2} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

ただし、 M_{11} , M_{12} , M_{21} , M_{22} , RH_1 , RH_2 は次式で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} M_{11} &= \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \left| \frac{af_2}{(f_1)^2} \right|^2 \frac{a^2 (f_2)^2}{(f_1)^4} d\theta \\ M_{12} &= \frac{\pi^2}{2} a \frac{1}{T} \int_0^{2\pi} \left| \frac{af_2}{(f_1)^2} \right| \frac{af_2 f_3 \cos \theta}{(f_1)^5} d\theta \\ M_{21} &= M_{12} \\ M_{22} &= \frac{1}{2} \pi^4 a^2 \frac{1}{T^2} \int_0^{2\pi} \frac{(f_3)^2 \cos^2 \theta}{(f_1)^6} d\theta \\ RH_1 &= \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} F_m \left| \frac{af_2}{(f_1)^2} \right| \frac{af_2}{(f_1)^2} d\theta \\ RH_2 &= -\frac{\pi^2}{2} a \frac{1}{T} \int_0^{2\pi} F_m \frac{f_3 \cos \theta}{(f_1)^3} d\theta \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

ここで、 $a=2(A_s-1)$, $b=2A_s-1$, $c=1-8A_s+8A_s^2$ として、

$f_1(\theta) = -1+b\sin \theta$, $f_2(\theta) = b-\sin \theta$, $f_3(\theta) = c-b\sin \theta$ である。

なお、 $A_s=0.5$ (対称振動流)の場合において、上式から算出した C_D 、 C_M 値は既往の実験結果⁸⁾と良く一致することを確認している。

図-11は、式(13)から求められた抗力係数 C_D のKC, A_s に対する変化を示すものである。抗力係数は、 $KC=2$ の場合を除いて、一般に、 A_s が大きくなるにつれて小さくなる傾向を持っている。ただし、 $KC=16$, 20の場合は、 $A_s=0.6$ で極大値を取る形となっている。一方、 $KC=2$ の場合は A_s が大きくなるにつれて増加する傾向が見られる。

図-12は、式(13)から求められた慣性力係数 C_M のKC, A_s に対する変化を示すものである。全般的に、KC数が大きくなるにつれて慣性力係数は小さくなっている。

ただし、 $KC=2$ の時は、 A_s が大きくなるにつれてわずかに減少している。また、一般に、 A_s が大きくなるにつれて、慣性力係数が増加する傾向が見られる。

最後に、式(13)から得られた C_D 、 C_M を代入して、モリソン式により流体力の評価を行って流体力の最大値を算出し、数値解析により得られた振動方向流体力の最大値との比較を行った。その結果、両者は良好に一致し、モリソン式に基づいて最大流体力を評価することの妥当性を確認できた。

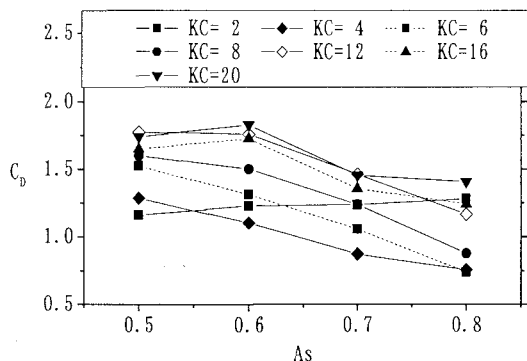


図-11 A_s および KC に対する抗力係数の変化

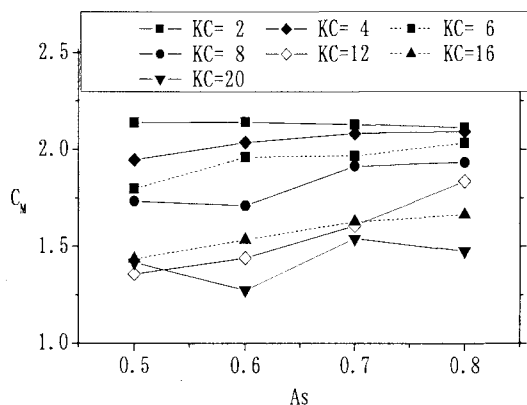


図-12 A_s および KC に対する慣性力係数の変化

4. 結 論

一般曲線座標系に変換されたNavier-Stokes方程式に対する数値解析モデルに基づいて、非対称振動流中に設置された円柱周辺流体場に対する数値解析を行い、流況および流体力特性の検討を実施した。本研究で得られた主要な成果は、次のようにまとめられる。

- (1) クノイド波を模擬した流速変動の非対称パラメータ A_s を0.5から0.8まで、 KC 数を0から20まで広範囲で変化させて、円柱周辺の流況の検討を行い、 A_s および KC 数の違いによる渦放出パターンの変化等の非対称振動流における流況特性を明らかにした。
- (2) 非対称振動流中の流体力変動と円柱周辺の流況特性

の関連を明らかにした。また、流れ方向および直交方向の流体力の相関を解析し、その特徴を示した。

- (3) 流体力の最大値は、 KC 数が小さい場合には振動流の非対称性が強まるにつれて(A_s が増加するにつれて)大きくなり、逆に、 KC 数が大きい場合には、非対称性が増すにつれて小さくなることを示した。
- (4) 流れ方向の流体力に関するMorison式の中の抗力係数および慣性力係数を最小2乗法により算出し、 A_s および KC 数の変化による変動特性を明らかにした。

謝辞：本研究の一部は、日本学術振興会科学研究費（課題番号：15560442）の補助を受けた。ここに記して厚く謝意を表する。また、本研究の実行に際し、助力を賜った中田貴之氏（元金沢大学学生）に感謝の意を表する。

参考文献

- 1) Williamson, C. H. K., Sinusoidal flow relative to circular cylinders, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 155, pp.141-174, 1985.
- 2) 林建二郎 静止円柱に作用する流体力, 土木学会水理委員会基礎水理部会研究分科会報告, pp.1-16, 1996.
- 3) Justesen, P.A., Numerical study of oscillating flow around a circular cylinder, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 222, pp.157-196, 1991.
- 4) Yuhi, M., Ishida, H. and Umeda, S., A numerical study of sinusoidal oscillatory flows around a vertical wall-mounted cylinder, *Coastal Engineering Journal*, Vol.41, No.3&4, pp.225-246, 1999.
- 5) Harlow, F.H. and Welch, E., Numerical calculation of time-dependent viscous incompressible flow of fluid with free surface, *The Physics of Fluids*, Vol. 8, No.12, pp. 2182-2189, 1965.
- 6) 由比政年・石田啓・楳田真也 正弦振動流中に設置された円柱に作用する流体力特性の数値解析, 海岸工学論文集, 第45巻, pp.736-740, 1998.
- 7) Kawamura, T and Takami, H., Computation of high Reynolds number flow around a circular cylinder with surface roughness, *Fluid Dynamics Research*, Vol. 1, pp.145-162, 1986.
- 8) Obasaju, E.D., Bearman, P.W. and Graham, J.M.R., A study of forces, circulation and vortex patterns around a circular cylinder in oscillating flow, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 196, pp.467-494, 1988.
- 9) 岩垣雄一・浅野敏之・永井文博 波と流れの共存場に置かれた円柱に作用する流体力 第29回海岸工学論文集, pp.433-437, 1982.
- 10) 楳田真也・馬替敏治・由比政年・石田啓 振動流と定常流の共存場に設置された円柱に作用する流体力特性の数値解析 海岸工学論文集, 第48巻, pp.886-890, 2001.
- 11) 田中仁・山路弘人・アーマドサナ・首藤伸夫 クノイド波を模擬する非対称振動流発生装置の提案とその基本特性の検討, 土木学会論文集, No.565/II-39, pp.111-118, 1997.
- 12) Sumer, B. M. and Fredsoe, J., *Hydrodynamics around cylindrical structures*, World Scientific, 530p, 1997.

(2004. 9. 30 受付)