

階段状水路における空気混入射流の特性

AERATED FLOW CHARACTERISTICS OF STEPPED CHANNELS

高橋 正行¹・安田 陽一²・大津 岩夫³

Masayuki TAKAHASHI, Youichi YASUDA, and Iwao OHTSU

¹正会員 修(工) 日本大学助手 理工学部土木工学科 (〒101-8308 東京都千代田区神田駿河台 1-8)

²正会員 博(工) 日本大学助教授 理工学部土木工学科 (〒101-8308 東京都千代田区神田駿河台 1-8)

³フェロー会員 工博 日本大学教授 理工学部土木工学科 (〒101-8308 東京都千代田区神田駿河台 1-8)

Stepped channels are effective for dissipating the energy of supercritical flows that occur at steep channels, dams, weirs, and drop structures. As stepped channel flows are characterized as aerated flows, it is important to estimate the energy head of the aerated flow for a hydraulic design of the stepped channel. Recently, the authors proposed a method for estimating an energy head of skimming flow E_w by using a clear water depth. But, an energy head of air-water flow E_{res} in stepped channels has not been estimated. In this paper, a method for estimating the energy head of air-water flows E_{res} in stepped channels is presented. Also, the relationship between E_w and E_{res} is discussed under given discharge, channel slope, and step height. The experimental investigation reveals that the magnitude of E_{res} is nearly equal to E_w . Further, the relation between the actual velocity of an aerated flow and the velocity obtained according to the clear water depth in stepped channels is shown.

Key Words : Stepped Channel Flow, Aerated flow, Skimming Flow, Specific Energy, Stepped Channel Chute

1. まえがき

射流のエネルギーを減勢させる方法として階段状水路の利用が有効である¹⁾。階段状水路において形成される流況は Skimming flow (階段状水路の隅角部に常にエアポケットを形成せず、渦の形成が認められる流況 (図-1 参照)), Nappe flow (常にエアポケットが形成され、越流水脈を伴う流況 (図-1 参照)) および Transition flow である²⁾。なお, Transition flow は著者によって初めて定義された流況である^{1),2)}。

階段状水路の水力設計のためには, 空気混入射流のエネルギーの大きさを知ることが重要である。最近, 空気混入射流の空気量を除き水のみに換算した水深 (Clear water depth) を用いて Skimming flow のエネルギー水頭 E_w が算定されている^{1),3),4)}。しかしながら, 空気混入量の程度を考慮に入れたエネルギーの算定法は示されていない。

本研究では, Skimming flow を対象に空気混入量の影響を考慮に入れて空気混入射流のエネルギー水頭 E_{res} を評価した。また, この評価方法に基づいてエネルギー水頭 E_{res} の算定を行い, Clear water depth を用いて算定されたエネルギー水頭 E_w の大きさととの比較を行い, それらのエネルギーの大きさを対応づけた。この結果に基づき, 著者が提案している Skimming flow の抵抗係数⁴⁾から E_{res} が

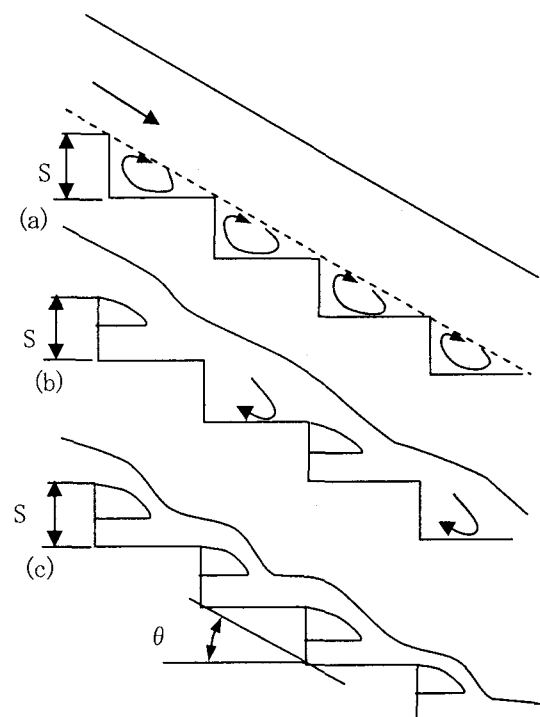


図-1 階段状水路に形成される流況

[(a) Skimming flow; (b) Transition flow; (c) Nappe flow]

表 - 1 実験条件

θ (deg.)	B (cm)	S (cm)	d_c (cm)	H_{dm} (cm)	S/d_c	d_w/d_c	R_c [$\times 10^4$]
16	100	5	8.5	90	0.59	0.272	7.8
55	50	10	10	250	1.0	0.379	8.2

B :水路幅, d_c :限界水深 [= $(q_w^2/g)^{1/3}$], d_w : clear water depth, g :重力加速度, S :ステップ高さ, q_w :単位幅流量, R_c :レイノルズ数 [= q_w/ν_w], θ :水路傾斜角度 ν_w :水の動粘性係数

求められることを示した. さらに, Clear water depth と水のみの単位幅流量から求められる断面平均流速を空気混入射流の平均流速と対応づけた.

2. 実験方法

階段状水路における空気混入射流の特性を明らかにするため, 表 - 1 に示す条件のもとで実験を行った. 空気混入率 (体積比) C [= (空気量)/(空気量+水の量)] および流速の測定には 2 点電極型ボイド率計⁵⁾を edge section (図 - 2 参照) に検出部を誤差 0.5mm 以内に設置して行った (採取時間間隔 $20 \mu \text{sec}$, 採取時間 20sec). なお, 測定断面は擬似等流状態⁴⁾を対象としている.

3. 空気混入射流のエネルギー

空気混入量と流速の影響を考慮した Skimming flow のエネルギー水頭 E_{res} を以下に示す. ただし, 空気混入射流を連続体として取り扱うこととする. また, 空気混入射流の空気混入率の変化を密度変化として表すものとする. なお, y 方向の座標軸は図 - 2 のように定めた.

edge 断面において pseudo-bottom を基準面とすると y のエネルギー $E(y)$ は次のように示される.

$$E(y) = \rho g y \cos \theta + \int_y^\infty \rho g \cos \theta dy + \frac{1}{2} \rho \bar{u}^2 \quad (1)$$

ここに, g は重力加速度, $\bar{u}$ は空気混入射流の $y=y$ における時間平均流速, ρ は空気混入射流の密度である. また, ρ は次式で示される.

$$\rho = (1-C)\rho_w \quad (2)$$

ここに, ρ_w は水の密度である.

空気混入射流のエネルギー水頭 E_{res} は次のように示される.

$$E_{res} = \frac{\int_0^\infty E(y) \bar{u} dy}{\int_0^\infty \rho g \bar{u} dy} \quad (3)$$

$0.9 < C \leq 1.0$ の場合においては水滴となって飛散している. また, $0 \leq y \leq y_{0.9}$ の範囲で測定された流速 $\bar{u}$ と空気混入率 C から単位幅流量 q_w を算定したものは,

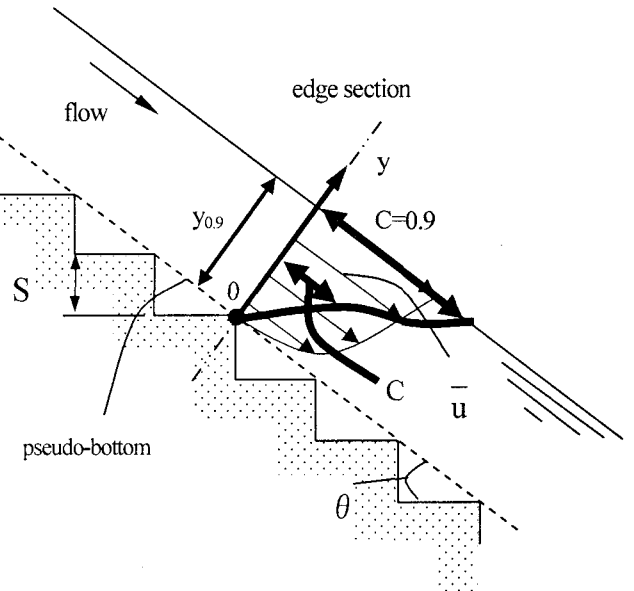


図 - 2 定義図

流量の実測値から求めたものとほとんど一致する⁶⁾ことから, 連続体として空気混入射流を取り扱えるものと考えられる. ここに, $y_{0.9}$ は空気混入率 $C=0.9$ となるときの y である. すなわち, (1) および (3) は次のように示される.

$$E(y) = \rho g y \cos \theta + \int_y^{y_{0.9}} \rho g \cos \theta dy + \frac{1}{2} \rho \bar{u}^2 \quad (4)$$

$$E_{res} = \frac{\int_0^{y_{0.9}} E(y) \bar{u} dy}{\int_0^{y_{0.9}} \rho g \bar{u} dy} \quad (5)$$

(4) を (5) に代入すると空気混入射流のエネルギー水頭 E_{res} が求められる.

$$E_{res} = \frac{\int_0^{y_{0.9}} \left(\rho g y \cos \theta + \int_y^{y_{0.9}} \rho g \cos \theta dy \right) \bar{u} dy}{\int_0^{y_{0.9}} \rho g \bar{u} dy} + \frac{\int_0^{y_{0.9}} \left(\frac{1}{2} \rho \bar{u}^3 \right) dy}{\int_0^{y_{0.9}} \rho g \bar{u} dy} \quad (6)$$

(2) を (6) に代入すると E_{res} は次のように整理される.

$$E_{res} = \frac{\int_0^{y_{0.9}} \left\{ (1-C) \rho_w g y \cos \theta + \int_y^{y_{0.9}} (1-C) \rho_w g \cos \theta dy \right\} \bar{u} dy}{\int_0^{y_{0.9}} (1-C) \rho_w g \bar{u} dy} + \frac{\int_0^{y_{0.9}} \left\{ \frac{1}{2} (1-C) \rho_w \bar{u}^3 \right\} dy}{\int_0^{y_{0.9}} (1-C) \rho_w g \bar{u} dy} \quad (7)$$

Skimming flow のエネルギー水頭 E_{res} を Clear water depth d_w および断面平均流速 $V_w (= q_w/d_w)$ で表すと, (7) は次のように示される.

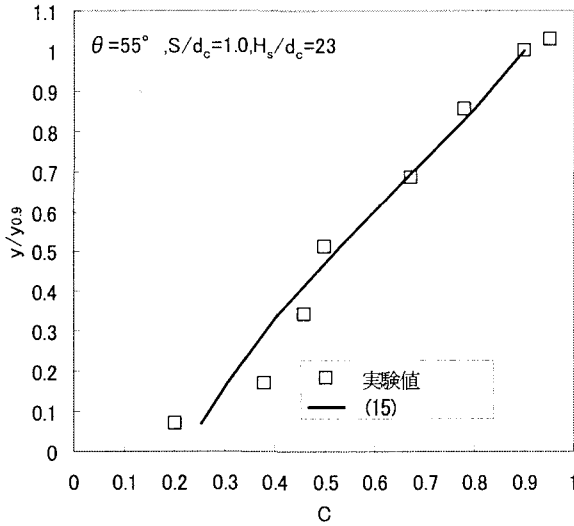


図 - 3 空気混入率分布の一例

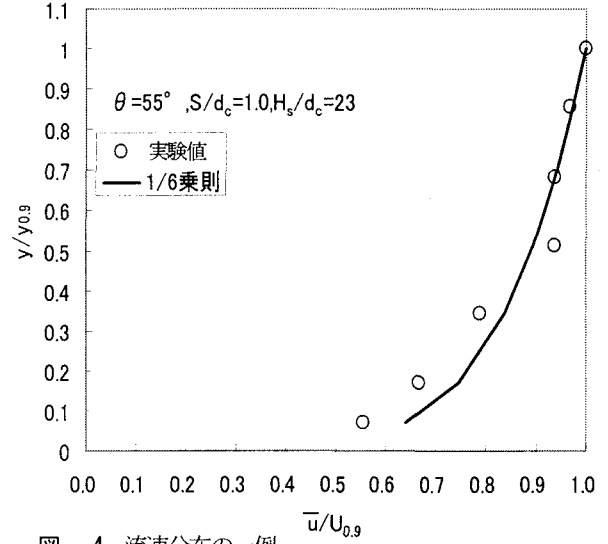


図 - 4 流速分布の一例

$$E_{res} = C_p d_w \cos \theta + C_v \frac{V_w^2}{2g} \quad (8)$$

なお, Clear water depth d_w は空気混入率 C の測定値を用いて次式で求められる^{13,4)}.

$$d_w = \int_0^{y_{0.9}} (1-C) dy \quad (9)$$

ここに, C_p , C_v は補正係数であり, それぞれ次のように示される.

$$C_p = \frac{\int_0^{y_{0.9}} \left[(1-C)y + \int_y^{y_{0.9}} (1-C) dy \right] \bar{u} dy}{d_w \int_0^{y_{0.9}} (1-C) \bar{u} dy} \quad (10)$$

$$C_v = \frac{\int_0^{y_{0.9}} (1-C) \bar{u}^3 dy}{V_w^2 \int_0^{y_{0.9}} (1-C) \bar{u} dy} \quad (11)$$

$y/y_{0.9} = y^+$, $\bar{u}/U_{0.9} = u^+$ とすると, (10), (11) は次のように整理される. ここに, $U_{0.9}$ は $y = y_{0.9}$ のときの $\bar{u}$ である.

$$C_p = \frac{\int_0^1 \left[(1-C)y^+ + \int_{y^+}^1 (1-C) dy^+ \right] u^+ dy^+}{\left(1 - \int_0^1 C dy^+ \right) \int_0^1 (1-C) u^+ dy^+} \quad (12)$$

$$C_v = \frac{\left(1 - \int_0^1 C dy^+ \right) \int_0^1 (1-C) u^{+3} dy^+}{\left[\int_0^1 (1-C) u^+ dy^+ \right]^3} \quad (13)$$

すなわち, C_p および C_v は空気混入射流の時間平均流速 $\bar{u}$ および空気混入率 C の分布と大きさを知ることによって

(12) および (13) から求められる.

擬似等流状態での空気混入率 C は (14) の関係で表示される⁷⁾. (14) の関係を用いて実験値を整理した一例を図 - 3 に示す.

$$C = F\left(\frac{y}{y_{0.9}}, \frac{S}{d_c}, \theta\right) \quad (14)$$

また, 空気混入率 C の分布形状は断面平均した空気混入率 C_m を与えると気泡の拡散モデルに基づいて提案された次式によって近似される^{13,7)}.

$$C = 1 - \tanh^2 \left(K' - \frac{1}{2D'} \frac{y}{y_{0.9}} \right) \quad (15)$$

ここに, D' は無次元化された乱流拡散係数, K' は積分定数としている.

積分定数 K' は $C = 0.9$ のとき, $y/y_{0.9} = 1$ の境界条件から次式で求められる.

$$K' = \tanh^{-1} \sqrt{0.1} + \frac{1}{2D'} \quad (16)$$

なお, D' を求めるため, (15) を求いて, D' と C_m との関係 (17) が求められている.

$$D' = \frac{0.848C_m - 0.00302}{1 + 1.1375C_m - 2.2925C_m^2} \quad (17)$$

ここに, 断面平均した空気混入率 C_m は次式から求められる.

$$C_m = \frac{1}{y_{0.9}} \int_0^{y_{0.9}} C dy \quad (18)$$

さらに, C_m は著者らによって次式で示されている⁴⁾.

$$C_m = D - 0.30 \exp \left\{ -5 \left(\frac{S}{d_c} \right)^2 - 4 \frac{S}{d_c} \right\} \quad (19a)$$

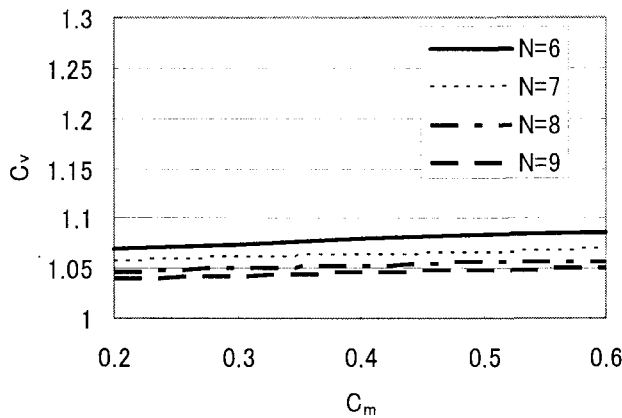


図 - 5 C_v と N および C_m との関係

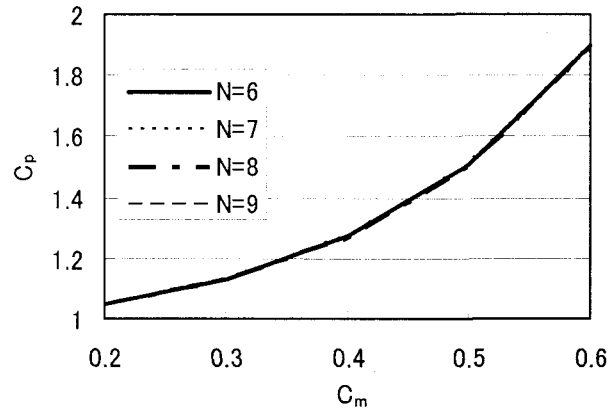


図 - 6 C_p と C_m および N との関係

$$D = 0.300 \quad 5.7^\circ \leq \theta \leq 19^\circ, 0.1 \leq S/d_c \leq (S/d_c)_s \quad (19b)$$

$$D = -2.0 \times 10^{-4} \theta^2 + 2.14 \times 10^{-2} \theta - 3.57 \times 10^{-2} \quad 19^\circ \leq \theta \leq 55^\circ, 0.1 \leq S/d_c \leq (S/d_c)_s \quad (19c)$$

ここに、 d_c は限界水深 ($d_c = (q_w^2 / g)^{1/3}$), $(S/d_c)_s$ は Skimming flow が形成される上限の相対ステップ高さである。

$0 \leq y \leq y_{0.9}$ での流速分布の一例を図 - 4 に示す。空気混入射流の流速分布は指数則で近似される⁷⁾。

$$\frac{\bar{u}}{U_{0.9}} = \left(\frac{y}{y_{0.9}} \right)^{\frac{1}{N}} \quad (20)$$

この N の大きさについては、水路傾斜角度 $\theta = 16^\circ$ のとき $N=9$ ⁷⁾, $\theta = 55^\circ$ のとき $N=6$ で近似される (図 - 4 参照)。また、Boes の流速測定結果⁸⁾ を用いると $\theta=30^\circ$, 50° の場合、 $N=6$ が得られる。すなわち、 $N=6 \sim 9$ であることが理解される。

$16^\circ \leq \theta \leq 55^\circ$ および $0.25 \leq S/d_c \leq (S/d_c)_s$ の範囲で (19) によって C_m を算定し、そこで得られた C_m を用いて空気混入率分布を (15) で近似した。また、流速分布は $1/6$ 乗則から $1/9$ 乗則で得られることとする。これらを用いると (12), (13) から C_p , C_v が算定される。算定結果を図 - 5, 図 - 6 に示す。また、空気混入率 C および流速 $\bar{u}$ の実測値を (12), (13) に代入して得られた C_v および C_p の値を表 - 2 に示す。図および表に示されるように $C_v = 1.04 \sim 1.11$, $C_p = 1.05 \sim 1.90$ となる。

空気混入射流のエネルギー水頭 E_{res} に対する速度水頭と圧力水頭の割合を図 - 7 に示す。図 - 7 に示されるように、本検討範囲において、 E_{res} の中の 93% 以上を速度水頭が占めていることが分かる。また、図 - 6 に示されるように C_m の値が大きくなるにつれて C_p の値が大きくなる。これは水路傾斜角度 θ が大きく、相対ステップ高さ S/d_c が大きい場合に対応する。一般的に θ が大きくなるにしたがい、射流のフルード数が大きくなり全水頭に対して速度水頭の占める割合が大きくなる。このことか

表 - 2 係数 C_v と C_p の値

研究者	C_v	C_p
Authors [$\theta=55^\circ$ and $S/d_c=1.0$]	1.04	1.84
Boes (2000) [$\theta=30^\circ$ and $S/d_c=0.38, 0.46, 0.73$]	1.10	1.17
Authors [$\theta=16^\circ$ and $S/d_c=0.59$]	1.11	1.09

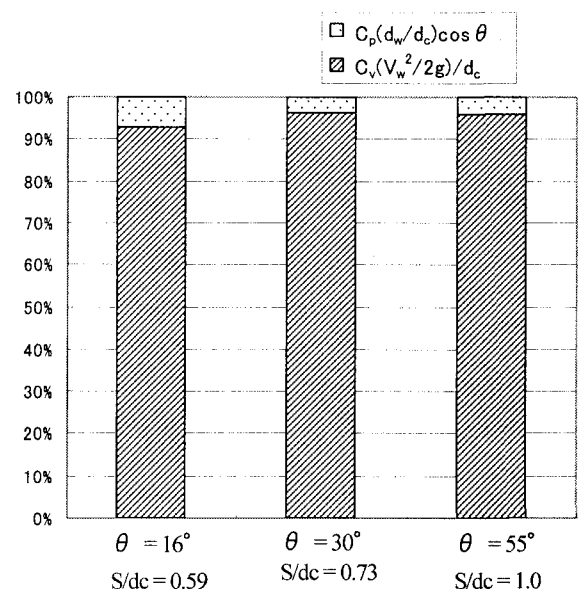


図 - 7 空気混入射流のエネルギーに対する速度水頭および圧力水頭の割合

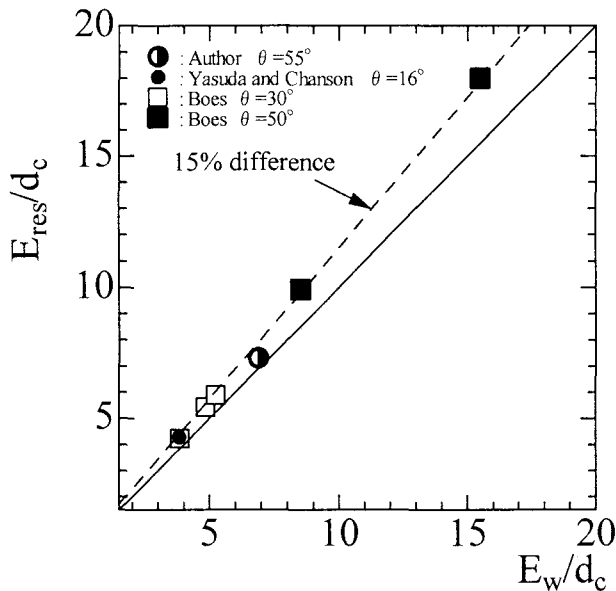


図 - 8 E_w/d_c と E_{res}/d_c との比較

ら, C_p を 1 としたとしても E_{res} の算定に対する影響は小さいものと考えられる. 表 - 2 の C_v を用い, C_p を 1 とした場合のエネルギー水頭 $E_{res(Cp=1)}$ と表 - 2 の C_v および C_p を用いて計算した E_{res} との差 $\Delta E / E_{res} [= (E_{res(Cp=1)} - E_{res}) / E_{res} \times 100 (\%)]$ は $\theta = 55^\circ$ の場合, -1.7% であり, $\theta = 30^\circ$ の場合(Boes の実験値), -4.0% であり, $\theta = 16^\circ$ の場合, -0.9% である.

また, 表 - 2 の C_p を用い, C_v を 1 とした場合のエネルギー水頭 $E_{res(Cv=1)}$ と表 - 2 の C_p と C_v を用いて計算した E_{res} との差 $\Delta E / E_{res} [= (E_{res(Cv=1)} - E_{res}) / E_{res} \times 100 (\%)]$ は $\theta = 55^\circ$ の場合, -3.4% であり, $\theta = 30^\circ$ の場合(Boes の実験値), -8.2% であり, $\theta = 16^\circ$ の場合, -9.0% である.

Clear water depth d_w を用いて求められるエネルギー水頭 E_w は(21)で示される. すなわち, (8)において $C_v=1$ および $C_p=1$ とした場合のエネルギー水頭 E_{res} のことである.

$$E_w = d_w \cos \theta + \frac{V_w^2}{2g} \quad (21)$$

ここに, V_w は断面平均流速であり, 次式で求められる.

$$V_w = \frac{q_w}{d_w} \quad (22)$$

Clear water depth d_w と q_w から求められるエネルギー水頭 E_w と表 - 2 の C_v および C_p を用いて(8)から求められるエネルギー水頭 E_{res} との差 $\Delta E / E_{res} [= (E_w - E_{res}) / E_{res} \times 100 (\%)]$ は $\theta = 55^\circ$ の場合, -5.1% であり, $\theta = 30^\circ$ の場合(Boes の実験値), -12.2% であり, $\theta = 16^\circ$ の場合, -9.9% である. また, E_w と E_{res} との比較を 図 -

8に示す. 図 - 8に示されるように, $E_{res} / d_c = (1.05 \sim 1.15) E_w / d_c$ となっている.

本質的には E_{res} / d_c と E_w / d_c の対応について多くの C_v および C_p の実験結果に基づいてさらに明確にする必要があるが, 以下では $C_v = 1$ および $C_p = 1$ と仮定し E_{res} を次式で算定するものとする.

$$E_{res} = d_w \cos \theta + \frac{V_w^2}{2g} = d_w \cos \theta + \frac{q_w^2}{2gd_w^2} \quad (23)$$

すなわち, Skimming flow のエネルギー E_{res} は空気混入射流における Clear water depth d_w と q_w を用いて(23)から算定できるものとする.

著者はこれまでに, Clear water depth d_w を用いて擬似等流状態の抵抗係数 f の評価を行い, 広範囲な条件で抵抗係数 f が求められる実験式の提案を行った⁴⁾.

$$f = 4 \frac{\tau_0}{\frac{1}{2} \rho_w V_w^2} \quad (24)$$

$$\tau_0 = \rho_w g d_w \sin \theta \quad (25)$$

$$f = 8 \left(\frac{d_w}{d_c} \right)^3 \sin \theta \quad (26)$$

ここに τ_0 は pseudo-bottom に作用する壁面せん断応力である.

擬似等流状態の E_{res} が(23)で表示される場合, (26)から次の関係で示される.

$$\frac{E_{res}}{d_c} = \left(\frac{f}{8 \sin \theta} \right)^{\frac{1}{3}} \cos \theta + \frac{1}{2} \left(\frac{f}{8 \sin \theta} \right)^{\frac{2}{3}} \quad (27)$$

すなわち, 空気混入射流のエネルギー水頭 E_{res} は(24)で定義された抵抗係数 f の実験式⁴⁾から求められる.

4. 空気混入射流の平均流速

空気混入射流の流速分布の実測値 (図 - 4参照) から平均流速 V_{ave} は次式から求められる.

$$V_{ave} = \frac{1}{y_{0.9}} \sum_{i=1}^n (\bar{u}_i \Delta y) \quad (28)$$

ここに, Δy は $y_{0.9} / n$ (n は測定点数), $\bar{u}_i$ は $y = y_i$ における時間平均流速である.

擬似等流状態における同一測定断面での V_{ave} の値と Clear water depth d_w から求められる平均流速 $V_w (= q_w / d_w)$ の値を比較する. 本実験によると $\theta = 55^\circ$ の場合 $V_{ave} = 1.17 V_w$, 安田ら⁷⁾の測定値によると $\theta = 16^\circ$ の場合 $V_{ave} = 1.05 V_w$, Boes⁸⁾の測定値によると $\theta = 30^\circ$ の場合 $V_{ave} = 1.15 V_w$ となっている. これらのことから, V_{ave} の値は V_w の 17% 以内の差 $[(V_{ave} - V_w) / V_w \times 100 (\%)]$ となっている.

すなわち, Clear water depth d_w と流量 q_w を用いて, 空気混入射流の平均流速 V_{ave} の大きさを求めることが可能になった。

5. まとめ

階段状水路における Skimming flow の空気混入射流の特性を明らかにするため, 空気混入量と流速の影響を考慮に入れた空気混入射流のエネルギーの評価方法および空気混入射流の流速特性についての検討を行った。得られた結果を以下に要約して述べる。

- ① 空気混入量と流速の影響を考慮に入れた空気混入射流のエネルギー水頭 E_{res} の算定式を(7)に示した。空気混入量および流速の分布および大きさを(7)に代入することによって空気混入射流のエネルギーの算定が可能となった。また, (7)を Clear water depth d_w を用いて表示した場合の速度水頭および圧力水頭の補正係数 C_v および C_p を示した。
- ② 補正係数 C_v および C_p を求めるため, Skimming flow における断面平均した空気混入率 C_m を(19)から算出し, 空気混入率の分布は(15)を用いて近似した。また, 流速分布は $1/6$ 乗則から $1/9$ 乗則を用いて近似した。これらの近似値を用いて C_v , C_p の値の範囲を示した。
- ③ 空気混入量と流速を考慮に入れたエネルギー水頭 E_{res} と Clear water depth d_w から求められるエネルギー水頭 E_w との対応は $E_{res}/d_c = (1.05 \sim 1.15) E_w/d_c$ となっている。
- ④ Clear water depth d_w から求められる断面平均流速 V_w と空気混入射流の平均流速 V_{ave} の大きさの対応を示した。すなわち, $V_{ave} = (1.0 \sim 1.17) V_w$ の関係が明

らかになり, V_w を知ることで V_{ave} を推定することが可能となった。

謝辞

本研究を実施するにあたり, 平成 15 年度日本大学学術研究助成金の補助を受けた。ここに記して謝意を申し上げます。

参考文献

- 1) Chanson, H.: *The Hydraulics of stepped chutes and spillways*, Balkema, Lisse, 2001.
- 2) Ohtsu, I., and Yasuda, Y.: "Characteristics of Flow Conditions on Stepped Channels.", *Proc. the 27th Cong. IAHR*, Theme D, Water for a Changing Global Community, San Francisco, USA, pp.583-588, 1997.
- 3) Boes, R.M., and Hager, W.H.: "Hydraulic Design of Stepped Spillways.", *J. Hydr. Engrg.*, ASCE, Vol.129, No.9, pp.671-679.
- 4) Ohtsu, I., Yasuda, Y., and Takahashi, M.: "Flow Characteristics of Skimming Flows in Stepped Channels.", *J. Hydr. Engrg.*, ASCE, Vol.130, No.9, pp.860-869, 2004.
- 5) Chanson, H.: "Air-water flow measurements with intrusive phase-detection probes. Can we improve their interpretation?", *J. Hydr. Engrg.*, ASCE, Vol. 128, No.3, pp.252-255, 2002.
- 6) Boes, R.M.: Discussion of "Characteristics of Skimming Flow over Stepped Spillways.", *J. Hydr. Engrg.*, ASCE, Vol.125, No.4, pp.860-862.
- 7) 安田陽一, 高橋正行, 大津岩夫: "階段状水路における Skimming flow の内部特性", 水工学論文集, 土木学会, 第 48 巻, pp. 499-504, 2004.
- 8) Boes, R.M.: "Zweiphasenströmung und Energieumsetzung auf Grosskaskaden.", Ph.D thesis, ETH, Zürich, Switzerland, 2000. (In German.)

(2004. 9. 30 受付)