

粒子法の 3 次元化による 多段型落差工の水理シミュレーション

3-D NUMERICAL SIMULATION OF FLOW OVER STEPPED CHANNEL BY PARTICLE METHOD

五十里洋行¹・後藤仁志²・酒井哲郎³

Hiroyuki IKARI, Hitoshi GOTOH and Tetsuo SAKAI

¹ 学生会員 工修 京都大学大学院博士後期課程 都市環境工学専攻 (〒 606-8501 京都市左京区吉田本町)

² 正会員 工博 京都大学助教授 工学研究科都市環境工学専攻 (〒 606-8501 京都市左京区吉田本町)

³ フェロー 工博 京都大学教授 工学研究科都市環境工学専攻 (〒 606-8501 京都市左京区吉田本町)

Numerical simulation of flow over stepped channel is performed here in. All the previous studies on the flow over stepped channels have been done in the experimental way. It is because that in the Eulerian method, which is popular as the method for analyzing the free surface flow, it is too difficult to treat complicated boundary condition of this phenomenon. On the other hand, the particle method shows good performance to simulate the fragmentation and coalescence of liquid. The previous numerical simulations by particle method in hydraulic engineering were executed in 2-D field because it was impossible to track the sufficient number of particles required to execute 3-D simulation, due to a limitation of computational memory. But, in these days, the hardware is rapidly developing and we can control sufficient number of particles to execute 3-D simulation under the rather small computational domain. In this study, 3-D simulation model of particle method is applied to the flow over stepped channels.

Key Words: particle method, 3-D numerical simulation, stepped channel

1. はじめに

多段型落差工は、急勾配区間において、水流のエネルギーを減じる目的で設置され、堰やダム洪水吐に用いられる減勢工の一形式でもある。落差工等の河川横断型の水理構造物によって魚類のハビタートが分断されないように設置される魚道でも階段型の形成が選択されることもある。さらに最近では、環境や景観に対する配慮が重視される中で、まちに潤いを与えるために親水空間が設けられ、その演出に階段状水路が取り入れられる例も見られる。このような背景から、従来より、多段型落差工における流水のエネルギー損失あるいは流水抵抗についての研究が行われてきた(例えば、安田ら¹⁾、高橋ら²⁾)。

一方で、台風や集中豪雨による氾濫水が都市の地下空間に流入する際には、地下空間の出入口である階段を通じて氾濫水が流入し、地下からの避難者は水流を遡って階段を昇ることになる。1999 年 6 月

は福岡市で、同年 7 月には東京都内で、地下空間に流入した氾濫水による溺死者が出ており、防災面で階段状斜面の水理を研究することも必要となってきた。多田ら³⁾は博多駅地下街に通じる階段をモデル化した実験装置を用い、主に流入流量に着目した研究を行い、館ら⁴⁾は実物大の模型を用いて、人間が実際に通水した階段を昇る様子を観察し、流体力についてまとめている。

以上のように、多段型落差工を扱ったこれまでの研究はもっぱら実験によるものであり、数値シミュレーションの適用例は見られない。なぜなら、自由表面流解析において広く用いられている VOF 法等の Euler 型的手法では、水流が落差工を流れ落ちる過程において生じるナップと階段の踏み面との間に生じる air pocket の存在やそれに伴う水表面の複雑な変動特性を解析することが困難となるからである。しかし、新たな自由表面流解析として注目を集めつつある粒子法(MPS 法⁵⁾)は、物理量の定義点を移動可

能な粒子として扱う Lagrange 型の解析手法であるため、上記のような急変流解析に適している。以前にも著者ら⁶⁾は護岸越波の戻り流れによる落下流を計算しており、その有効性の一端は既の実証されている。ただし、この戻り流れ落下流の計算も含めて、過去に水工学の分野で粒子法による3次元計算が実証された例はない。つい最近まではメモリの制限から、必要な計算領域を確保できるだけの粒子数の計算が実行不可能であった。しかし、実現をより忠実に再現するには3次元化は不可欠であり、また近年の著しいハードウェアの進歩により、小さな領域でなら単一CPUでも必要な粒子数の計算を3次元で実行することも可能となってきた。

そこで本研究では、MPS法を3次元に拡張し、比較的計算領域が小さく設定できる、多段型落差工の流下過程を例に既往の実験結果と比較しながら、MPS法の有効性について検証する。

2. 粒子法の3次元化

支配方程式は、連続式および運動方程式

$$\nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 \quad (1)$$

$$\rho \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\nabla p + \rho \nu \nabla^2 \mathbf{u} + \rho \mathbf{g} \quad (2)$$

である。ここに、 $\mathbf{u}$ ：流速ベクトル、 p ：圧力、 ρ ：流体の密度、 $\mathbf{g}$ ：重力加速度ベクトル、 ν ：渦動粘性係数である。

MPS法では、計算領域に多数の粒子（計算点）を配置し、個々の粒子の周囲に設定した影響域内での粒子間相互作用として基礎式の各項がモデル化される。つまり、各項の計算は全て粒子間距離に基づいて行われる。従って、3次元計算においてもこの離散化の手法は同様に適用でき、3次元化に当たって特別なルーチンを付け加える必要もなく非常に容易にコードを書き換えることができる。この点もMPS法の長所の一つである。

粒子 i の圧力項および粘性項は、

$$-\frac{1}{\rho} \langle \nabla p \rangle_i = -\frac{1}{\rho} \frac{D_0}{n_0} \sum_{j \neq i} \left\{ \frac{p_j - p_i}{|\mathbf{r}_{ij}|^2} (\mathbf{r}_{ij}) \cdot \mathbf{w}(|\mathbf{r}_{ij}|) \right\} \quad (3)$$

$$\nu \langle \nabla^2 \mathbf{u} \rangle_i = \frac{2\nu D_0}{n_0 \lambda} \sum_{j \neq i} (\mathbf{u}_j - \mathbf{u}_i) \mathbf{w}(|\mathbf{r}_{ij}|) \quad (4)$$

$$\mathbf{r}_{ij} = \mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i \quad (5)$$

$$\mathbf{w}(r) = \begin{cases} \frac{r_c - r}{r_c} - 1 & \text{for } r \leq r_c \\ 0 & \text{for } r > r_c \end{cases} \quad (6)$$

であり（ D_0 ：次元数、 λ ：モデル定数、 $\mathbf{r}_{ij}$ ：粒子 i の位置ベクトル、 $\mathbf{w}(r)$ ：重み関数（相互作用の影響範

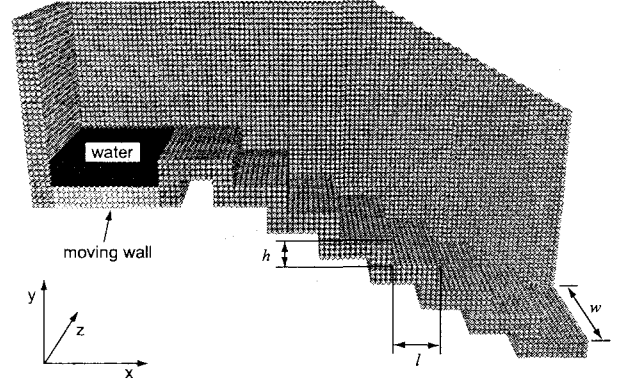


図-1 計算領域

囲)、 r ：距離、 r_c ：影響半径)、以上の式はすべて2次元計算の場合と同様である。

3. 多段型落差工流下過程

(1) 流況の分類

多段型落差工の流況は3種類に大別される。主に急勾配斜面（勾配に対して流量が比較的大きい場合）で見られる skimming flow、それとは逆に緩勾配斜面（勾配に対して流量が比較的小さい場合）で見られる nappe flow、そして Ohtsu ら⁷⁾によって定義された両者の遷移領域 transition flow である。本研究ではまず、今回用いた数値水路の流況が、既往の研究において作成された領域分布図とどのように対応をするかについて検討した。

図-1に数値階段状水路の設定例を示す。なお、階段部の設定が見えるように手前側の側壁を取り除いて表示している。流入境界には Gotoh ら⁸⁾による soluble moving wall（可溶性移動壁）を用いた。移動壁は常に一定の速度で上昇し、高さが閾値まで達すると、水粒子と接している移動壁の上端の移動壁粒子が水粒子に変質する。それと同時に移動壁の最下端に上端で水粒子に変質した壁粒子の分だけ新たに移動壁粒子を付け加える。これによって常に一定の流量を水路に供給することができる。右の流出境界では自由流出とした。

表-1に斜面勾配および流入流量を示す（限界水深： $y_c = (q^2/g)^{1/3}$ ）。勾配4段階に対して流入流量を5段階変化させ、合計20ケースの計算を実施した。用いた粒径は均一で1cm、落差工の段数は7段である。これらは20ケース全てにおいて共通である。総粒子数はケースによって異なるが、約50,000～100,000個である。

流況分類図を図-2に示す。安田ら¹⁾および Chanson⁹⁾がそれぞれの実験結果に基づいて作成した分類境界線と併に、計算結果をプロットした。本研究では、計算結果のスナップショットを描いて air

表-1 数値実験ケース

	$h/l(\text{cm/cm})$	$q(\text{m}^2/\text{s})$	h/y_c
Case 1-1	6/15	0.1	0.6
Case 1-2		0.046	1.0
Case 1-3		0.035	1.2
Case 1-4		0.027	1.4
Case 1-5		0.023	1.6
Case 2-1	6/8	0.1	0.6
Case 2-2		0.046	1.0
Case 2-3		0.035	1.2
Case 2-4		0.025	1.5
Case 2-5		0.019	1.8
Case 3-1	6/6	0.064	0.8
Case 3-2		0.046	1.0
Case 3-3		0.031	1.3
Case 3-4		0.019	1.8
Case 3-5		0.015	2.1
Case 4-1	6/5	0.046	1.0
Case 4-2		0.028	1.4
Case 4-3		0.019	1.8
Case 4-4		0.014	2.2
Case 4-5		0.012	2.5

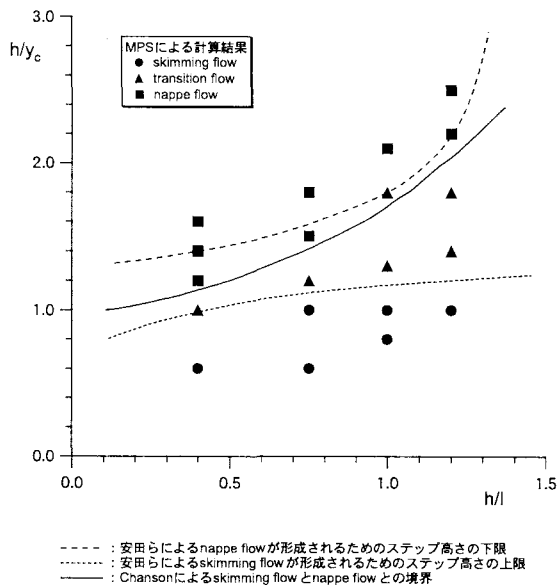


図-2 流況分類図

pocketの有無を調べ、さらに流速ベクトル図を作成して流況を判断し、流れのモードを分類した。なお、今回は単相流計算であるため air pocket 内の気相の圧力変動が扱えず、厳密な意味での air pocket の再現とは言えないが、水粒子の存在しない閉鎖空間を air pocket と定義した。

図-3 と図-4 に skimming flow の一例 (Case1-1) を示す。図-3 は粒子の流速のレベルによって濃淡に色調を変えて示したスナップショット ($t=9.3\text{s}$) である。落差工の隅角部近くには全く air pocket は見られ

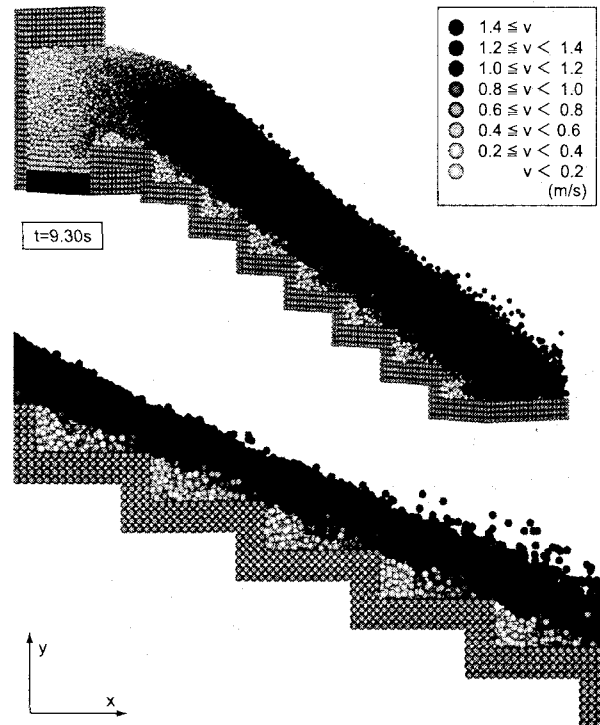


図-3 瞬間像 (skimming flow)

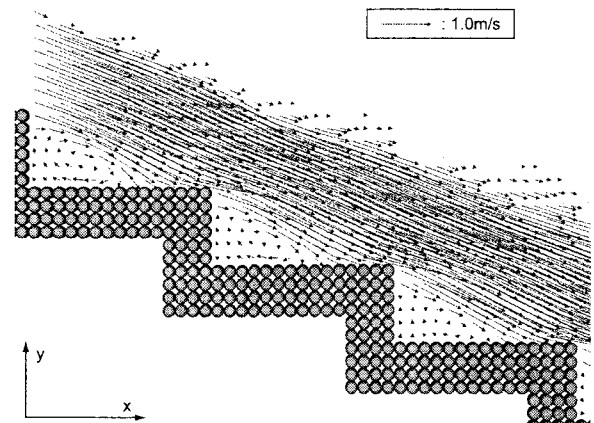


図-4 流速ベクトル (skimming flow)

ず、また、隅角部内の流速が概ね主流部の10%以下となっており死水域を形成していることがわかる。図-4は、図-3と同時刻におけるx方向y方向ともに1cm間隔に設置されたEuler観測点での流速ベクトルを示している。流速ベクトルは、流れが定常状態になった後5秒間の時間平均値を取って描いている。隅角部近くには顕著な渦構造が見え、一方で主流は、階段のエッジを結んだ線を virtual bed とし、およそそれと平行な方向に流れていることがわかる。これらの特徴は、高橋ら²⁾の描いたスケッチと同様の傾向を示している。

図-5と図-6にnappe flowの一例 (Case1-5)を示す。主流の流速ベクトルには skimming flow の流速ベクトル図で見られたような一方向性はなく、む

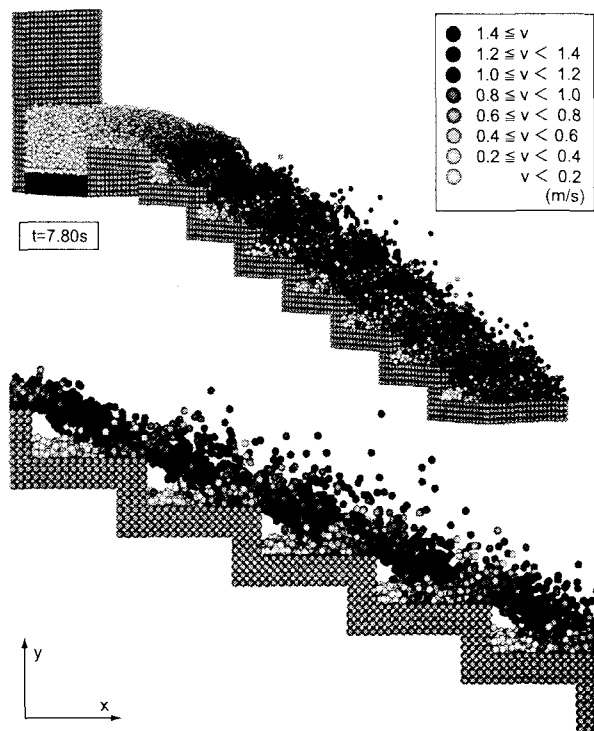


図-5 瞬間像 (nappe flow)

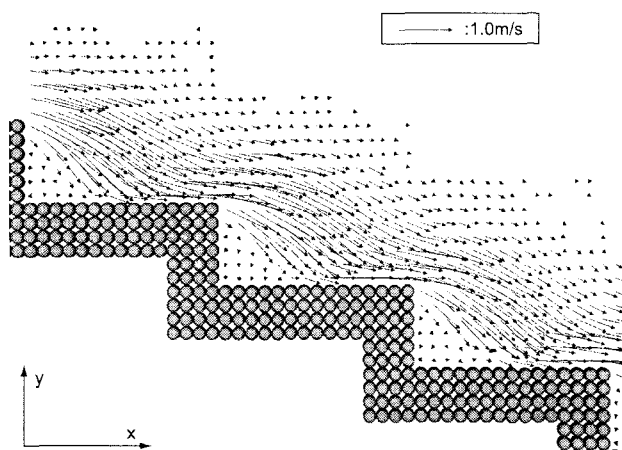


図-6 流速ベクトル (nappe flow)

しる一段ずつ階段の踏み面との衝突・反発を反復しながら流下する落下流的なモードになっている。そして、その落下流と段上に貯留された水塊の水面との間に air pocket が形成される。この air pocket は計算された全過程を通じて安定して存在し続けた。また、隅角部の貯留水は skimming flow と同様に、死水域となっている。計算結果から得られたこれらの特徴は、既往の実験による観察結果と全て同様の傾向を示している。nappe flow では主流が階段の踏み面を叩いて流下していくため、飛沫の発生頻度は高く、主流がほぼ一方方向に流れていく skimming flow と比べてその差は歴然である。なお、遷移領域である transition flow については次章で触れる。

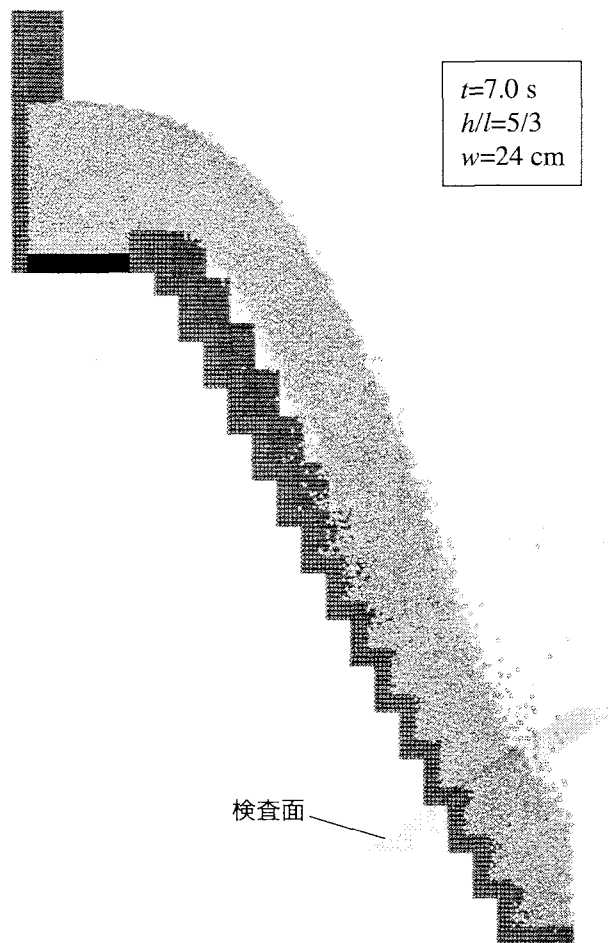


図-7 瞬間像と検査面

(2) 流速分布

次に、skimming flow における主流の落差工中央断面における virtual bed に垂直な方向の流速分布について、Chamani・Rajaratnam¹⁰⁾の実験結果との比較を行った。Chamani・Rajaratnam と同様に、 $h/l=5/3$ の斜面勾配を持った水路に、 $y_c/h=1.2$ を満足する流量を流下させた。ただし、計算負荷の制約から $h=10.0$ cm と設定し、Chamani・Rajaratnam の実験水路 ($h=12.5$ cm) との間に Froude の相似則を適用して水理条件を設定した。また、落差工の段数も扱える粒子数に制限を受けるために、実験よりも少ない 15 段で打ち切らざるを得なかった。水路幅は 24cm、総粒子数は定常状態で約 200,000 個である。

図-7 に $t=7.0$ s におけるスナップショットを示す。流速を測定した検査面は図に示した地点で、上から 12 段目のエッジを起点として virtual bed と垂直に 5mm 間隔に Euler 計測点を配置した。図-8 に流速分布を示す。なお、図中の h_{max} については、MPS 法における標準的自由水面粒子の判定式 $n_i < \beta n_0$ を満足する粒子を自由表面粒子の座標から算出した。下部領域では virtual bed から水面方向に徐々に流速が上昇し、水面よりやや下側で最大流速に達した後、水面

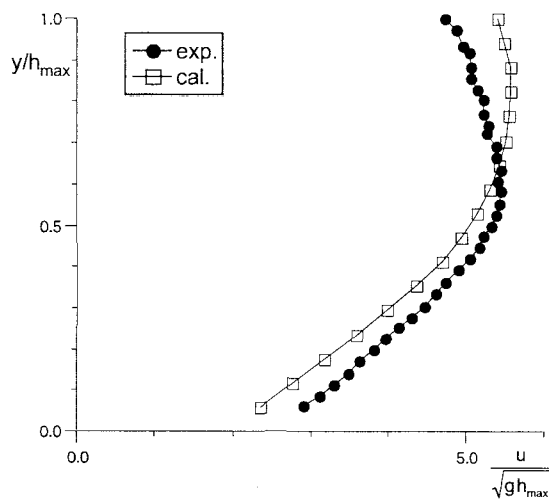


図-8 主流の水路中央での流速分布

に近づくにつれて減速する。Chamani・Rajaratnamの実験結果と比較して、流速の最大点がやや水面寄りであり、実験で見られたような水面近傍での急激な流速の減少は見られないが、水面近傍での流速の減少に否定的な実験データ (Bose・Hager¹¹⁾) も存在する。Bose・Hager は水面近傍での一様流速分布を主張しており、本モデルの結果は両者の中間的な状態とも言える。

4. 遷移領域

transition flow はその名の示す通り skimming flow と nappe flow の遷移領域に存在し、両者のような明確な特徴はないが、両者の中間的な特徴を有した流れであり、それが特徴とも言える。また、流況次第ではどちらかの特徴が強く現れる。本章では、本研究で得られた計算結果から transition flow について定量的に検討する。

図-9 は Case1-2 における計算結果の一例 ($t=8.45$ s) である。Case1-2 は図-2 の分類図では skimming flow に近い transition flow に分類される。実際に図-10 の流速ベクトル図を見てみると、主流の大半における流速ベクトルは skimming flow と同様の一方向性を有している。しかし、下部領域のみに着目すると、nappe flow のような階段の踏み面に衝突しその後踏み面と平行に移動するという傾向も見られ、また隅角部においても skimming flow で見られた渦構造は存在せず、どちらかといえば nappe flow に近い動きとなっている。

次に、図-9 に戻り air pocket に注目すると、1 段目と 5 段目には明確な air pocket は確認できないが、2-4 段目は nappe flow の場合と同様に明瞭な air pocket の存在が確認できる。このような現象について、他の流況 (Case1-1 および Case1-5) と共に図-11 に示した。図の上段に示されているように、進行

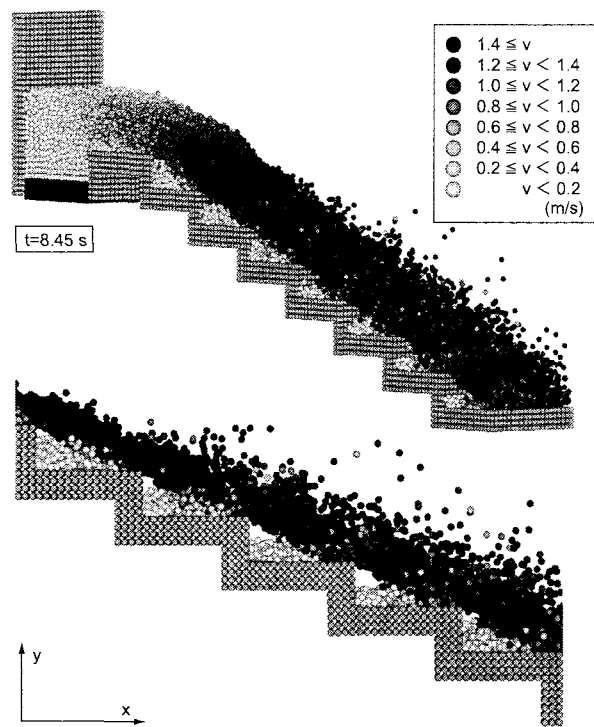


図-9 瞬間像 (transition flow)

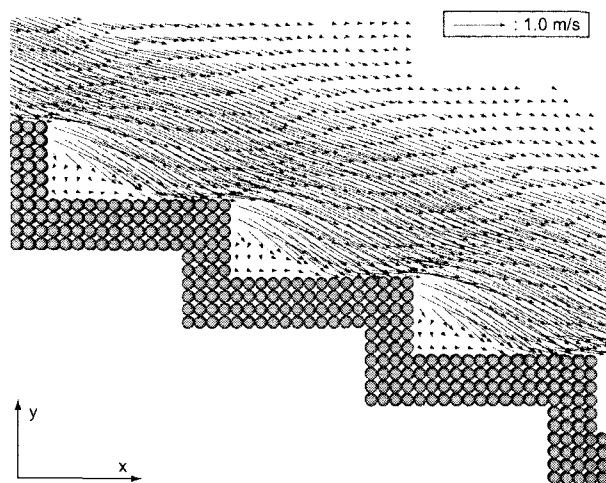


図-10 流速ベクトル (transition flow)

方向に 6 個、高さ方向に 4 個、奥行き方向に 18 個の一边が粒径と同一の長さの立方体のセルを合計で 432 個、落差工の隅角部に配置し、それらのセル全てに含まれる粒子数を合計セル数で割ったものを空隙率 γ として定義した。図の下段には、各タイムステップにおける瞬間データから連続する 3 段における空隙率を算出し、その平均値をプロットした。なお、図中のエラーバーは最大値・最小値を示している。3 種類の流況ともに平均値の変動の幅は小さいが、nappe flow や skimming flow ではエラーバーの幅が比較的小さいのに対して、transition flow では非常に大きい。このことは、連続する 3 段における air pocket の大きさに、極端な差が生じている状況を示している。両極の流況では各段ごとの差は明瞭では

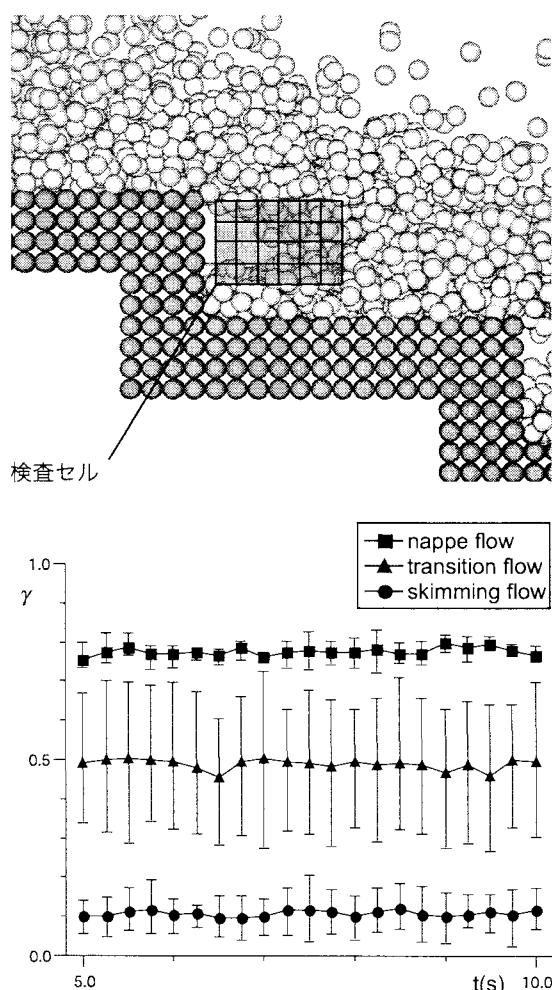


図-11 隅角部における空隙率比較

ないが、遷移領域においては段ごとの差が顕在化し、流況に多様性が見られると言える。

5. おわりに

本研究では、従来2次元計算のみに用いられていた粒子法をより実現象に近い形で計算を可能とするために3次元に拡張し、多段型落差工の流下過程を例にその有効性を検討した。既往の実験結果との比較においては概ね良好な対応が見られた。以下に今後改良すべき点を列挙して結びとする。

まず、3次元計算において詳細に現象を再現するには乱流モデルの付加が必須である。本研究では、粒子径以上のレベルの平均的な流れを再現したにすぎない。以前に開発した粒子法型の乱流モデル⁸⁾の3次元化が急務である。

次に、air pocketの議論を行うには单相流では必ずしも充分ではない。本研究では、気相を解いていないため、気相から液相への影響を考慮することができず、従って隅角部に生じるair chamberの膨張・収縮が評価できていない。これが前章の空隙率の評価に与える影響が小さくないと思われる、これについても

以前に開発した粒子法型の気液二相流モデル¹²⁾の3次元化が必要である。

最後に、粒子法の並列化への対応が急務である。これにより、粒子数の制約を大幅に緩和して、大規模な計算が実行可能となり、計算時間の短縮も実現できる。図-7に示した20万粒子計算では、実現象で10.0秒の現象を計算時間にして約296時間を要しており、実務面の適用には未だリアリティがあるとは言い難いだろう。

参考文献

- 1) 安田陽一・高橋正行・大津岩夫：階段状水路の流水抵抗，水工学論文集，第44巻，pp.527-532,2000.
- 2) 高橋正行・安田陽一・大津岩夫：階段状水路における射流のエネルギー損失，水工学論文集，第48巻，pp.871-876,2004.
- 3) 多田彰秀・井上啓由・本田洋平・古本勝弘：直階段から地下空間へ流入する流量の評価に関する実験的研究，水工学論文集，第45巻，pp.901-906,2001.
- 4) 館健一郎・武富一秀・水草浩一・末次忠司：階段を通じた地下空間への氾濫水流入に関する実験，土木技術資料，43-2，pp.30-35,2001.
- 5) Koshizuka, S. and Oka, Y.: Moving-particle semi-implicit method for fragmentation of incompressible fluid, *Nuclear Science and Engineering*, Vol. 123, pp.421-434, 1996.
- 6) 後藤仁志・酒井哲郎・林稔・織田晃治・五十里洋行：遡上津波の戻り流れによる護岸法先洗掘のグリッドレス解析，海岸工学論文集，第49巻，pp.46-50,2002.
- 7) Ohtsu, I. and Yasuda, Y.: Characteristics of flow condition on stepped channels, *The 27th Cong. of IAHR, Water Resources Engineering*, Div./ASCE, San Francisco, USA, pp.538-588, 1997.
- 8) Gotoh, H., Shibahara, T. and Sakai, T.: Sub-particle-scale turbulence model for the MPS method -Lagrangian flow model for hydraulic engineering-, *Computational Fluid Dynamics Journal*, Vol.9-4, pp.339-347, 2001.
- 9) Chanson, H.: Hydraulic Design of Stepped Cascades, Channels, Weirs, and Spillways, *Pergamon*, Oxford, UK, 1995.
- 10) Chamani, M.R. and Rajaratnam, N.: Characteristics of skimming flow over stepped spillways, *Journal of Hydraulics Engineering*, ASCE, Vol. 125, No.4, 1999.
- 11) Bose, R. and Hager, W.H.: Two-Phase Flow Characteristics of Stepped Spillways, *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 129, No. 9, pp.661-670, 2003.
- 12) 五十里洋行・後藤仁志・酒井哲郎：気液二相流型粒子法における界面追跡の安定化，水工学論文集，第48巻，pp.685-690, 2004.

(2004. 9. 30 受付)