

相対堰高がゼロで接近流が常流の場合の横越流 堰の流量係数

DISCHARGE COEFFICIENT OF ZERO HEIGHT SIDE-WEIR IN SUBCRITICAL
OPEN-CHANNEL FLOWS

鬼束幸樹¹・秋山壽一郎²・常松智博³・俣賀円⁴

Kouki ONITSUKA, Juichiro AKIYAMA, Tomohiro TSUNEMATSU and Madoka MATAGA

¹正会員 博(工) 九州工業大学助教授 工学部建設社会工学科 (〒804-8550 北九州市戸畑区仙水町1-1)

²正会員 Ph. D. 九州工業大学教授 工学部建設社会工学科

³学生員 九州工業大学大学院 工学研究科博士前期課程

⁴学生員 九州工業大学 工学部建設社会工学科

The discharge formula of the side-weir, which can predict spill discharge per unit width in open-channel flows, involves the discharge coefficient. A lot of discharge coefficients have been suggested by many researchers. However, each researcher uses its own parameters in the discharge coefficient, irrespective of that Subramanya & Awasthy pointed out that the discharge coefficient is controlled by four parameters such as the inlet Froude number, the ratio between the height and length of the weir, the ratio between the inlet flow depth and length of the weir and the ratio between the length of the weir and channel width. In contrast, it is quite difficult to change one parameter under the condition that the other three parameters are kept. In this study, the experiments were conducted with changing all parameters under the condition that the ratio between the height and the length of the weir is set to zero. A new spill discharge coefficient of the side-weir with zero height in subcritical open-channel flows is proposed.

Key Words : discharge coefficient, side-weir, subcritical open-channel flows

1. はじめに

近年, 都市部では急速な開発が原因で流域内の保水能力が低下し, 雨水が急速かつ大量に河川に流れ込むようになった。例えば, 五反田付近では目黒川の氾濫によって幾度となく大きな浸水を受け, 地域住民は大きな経済的ダメージを被った。しかし, 1990年代から調節池の建設が始まり, 浸水被害はほとんどなくなった。

調節池とは, 横越流堰を越流した流水を地下やピロティニーに一時的に貯留し, 本川流量を低減させるものである。De Marchi¹⁾は摩擦抵抗を無視し, 比エネルギーが一定との仮定から横越流堰の流量式を導出した。De Marchi¹⁾の研究後, 流量式に含まれる流量係数を求める実験的研究が開始された。Ackers²⁾は水理条件にかかわらず流量係数が0.625の定数と考えた。中川・宇民³⁾は, 流量係数は普遍ではなく堰高およびフルード数の影響を受けると考え, これらを系統的に変化させた実験を行い, 常流の場合は流量係数がフルード数の減少関数であるこ

とを図示した。Subramanya & Awasthy⁴⁾はフルード数および相対堰高 (=堰高/流入水深) が流量係数のパラメータと推定し, 両者を変化させた実験を行った結果, 相対堰高よりもフルード数の方が支配的であることを示した。Ranga Raju *et al.*⁵⁾およびJames & Mitrí⁶⁾もSubramanya & Awasthy⁴⁾と同様に流量係数はフルード数の一価関数との結論を得ている。しかし, 室田ら⁷⁾はフルード数だけでなく相対堰長 (=堰長/水路幅) も流量係数のパラメータと指摘し, Singh *et al.*⁸⁾およびHager⁹⁾はフルード数と相対堰高がパラメータと指摘した。また, Borghei *et al.*¹⁰⁾はフルード数, 相対堰高および相対堰長の3つがパラメータと考えた。以上のように, 流量係数を決定するパラメータの選択は研究者によって異なっていたが, Subramanya & Awasthy⁴⁾は次元解析より, 流量係数のパラメータが, フルード数, 相対堰高, 相対堰長および相対水深 (=流入水深/堰長) の4つであることを解明した。

既往の研究において, 流量係数を決定する4つのパラメータを系統的に変化させたものが皆無である主たる原因は, 4つのパラメータの内の3つのパラメータを固定

し、1つのパラメータだけを変化させる実験を行うことが困難だからである。ここで、相対堰高がゼロの状態に限定すれば、残り3つのパラメータを系統的に変化させる実験が可能となり、流量係数に及ぼす3つのパラメータの寄与率が解明される。仮に寄与率が小さなパラメータが抽出できれば、相対堰高が有限な場合でもそのパラメータを無視できる可能性が高く、系統的な実験を行うことができる。その結果、4つのすべてのパラメータを考慮した流量係数の提案が可能となる。

本研究は、相対堰高がゼロで接近流が常流の場合の横越流堰において、フルード数、相対水深および相対堰長を系統的に変化させた実験を行い、それぞれのパラメータが流量係数に与える寄与率を検討したものである。

2. 理論的考察

(1) De Marchiの流量式

図-1に横越流堰の模式図を示した。流下方向に x 軸、 x 軸に直角上向きに y 軸、横断方向に z 軸をとった。 L は堰長、 B は水路幅、 S は堰高、 h は水深である。横越流堰区間への流入断面を1、流出断面を2、堰上の断面を w と表記し、変数の添字として用いる。ここで、水路床勾配および摩擦勾配を無視し、比エネルギー E が一定と仮定すると次式が成立する。

$$E = h + \frac{Q^2}{2gB^2h^2} = \text{const.} \quad (1)$$

ここに、 Q は流量、 g は重力加速度である。一方、運動量の釣り合いから次式が得られる。

$$\frac{dh}{dx} = \frac{Qq \cdot h}{gB^2h^3 - Q^2} \quad (2)$$

単位幅越流量 q_* の流量式は次式で与えられる。

$$q_* = \frac{2}{3} C_M \sqrt{2g(h-S)^{3/2}} \quad (3)$$

ここに、 C_M は流量係数である。De Marchi¹⁾は接近流が常流の場合、堰頂部で限界流となることを利用し、式(2)を積分して次式を得た。

$$x_2 - x_1 = \frac{3}{2} \frac{B}{C_M} (\phi_2 - \phi_1) \quad (4)$$

$$\phi(h, E, S) = \frac{2E - 3S}{E - S} \sqrt{\frac{E - h}{h - E}} - 3 \tan^{-1} \sqrt{\frac{E - h}{h - S}} \quad (5)$$

式(4)および(5)はDe Marchi式¹⁾と呼ばれる。

(2) 既往の研究による流量係数

Subramanya & Awasthy⁴⁾は相対堰高 S/h_1 がゼロおよび有限の場合に $Fr_1 < 0.9$ の範囲において次式を提案した。

$$C_M = 0.611 \sqrt{1 - 3Fr_1^2 / (Fr_1^2 + 2)} \quad (Fr_1 < 0.9) \quad (6)$$

Ranga Raju *et al.*⁵⁾は相対堰高 S/h_1 が有限の場合の実験を

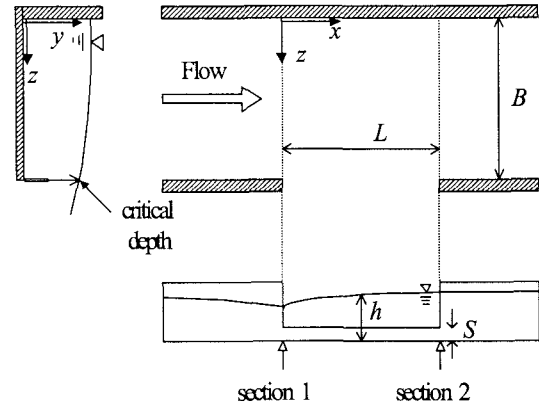


図-1 横越流堰の概要

行い、 $0.1 \leq Fr_1 < 0.5$ の範囲で次式を提案した。

$$C_M = 0.81 - 0.60Fr_1 \quad (0.1 \leq Fr_1 < 0.5) \quad (7)$$

James & Mitrí⁶⁾もRanga Raju *et al.*⁵⁾と同様な実験を行い、 $0.6 \leq Fr_1 < 1.0$ の範囲において次式を提案した。

$$C_M = 0.45 - 0.06(Fr_1 - 0.6) \quad (0.6 \leq Fr_1 < 1.0) \quad (8)$$

Hager⁹⁾は相対堰高 S/h_1 が有限の場合の流量係数 C_M を、堰上水深 h_w が流入水深 h_1 と等しいと仮定し、ベルヌーイの定理に基づいて求めた。

$$C_M = \frac{9}{10\sqrt{2}} \sqrt{\frac{Fr_1^2 + 2 - S/h_1}{3Fr_1^2 + 2 - 2S/h_1}} \quad (0.3 \leq Fr_1 < 2.0) \quad (9)$$

一方、Singh *et al.*⁸⁾およびBorghesi *et al.*¹⁰⁾は、それぞれ式(10)および(11)の実験公式を提案した。

$$C_M = 0.33 - 0.18Fr_1 + 0.49S/h_1 \quad (0.25 \leq Fr_1 \leq 0.4) \quad (10)$$

$$C_M = 0.7 - 0.48Fr_1 - 0.3S/h_1 + 0.06L/B \quad (0.2 \leq Fr_1 \leq 0.8) \quad (11)$$

以上のように、流量係数 C_M を定式化した研究は多いが、フルード数 Fr_1 、相対堰高 S/h_1 、相対水深 h_1/L および相対堰長 L/B の4つのパラメータの内3つを固定し、1つのパラメータだけを変化させた実験ではない。そのため、定式化された式には他のパラメータの影響も含まれている¹¹⁾⁻¹³⁾。

3. 実験装置および実験条件

実験に使用した水路は、全長5.0m、高さ0.3m、水路幅0.4mの亚克力製水路で、水路床勾配 $\sin \theta$ は1/2000に固定されている。堰長 L は0.2mで、水路上端3.0mからはじまっている。

実験条件は、相対堰高 S/h_1 をゼロとした状態で、フルード数 Fr_1 を4通り(0.4, 0.6, 0.7, 0.8)、相対堰長 L/B を4通り(0.5, 0.67, 0.8, 1.0)、相対水深 h_1/L を4通り(0.15, 0.17, 0.19, 0.21)に変化させた合計64ケースとした。

測定項目は、流量計測、水面形計測および流速計測である。流入パイプに取り付けられた電磁流量計で流入流

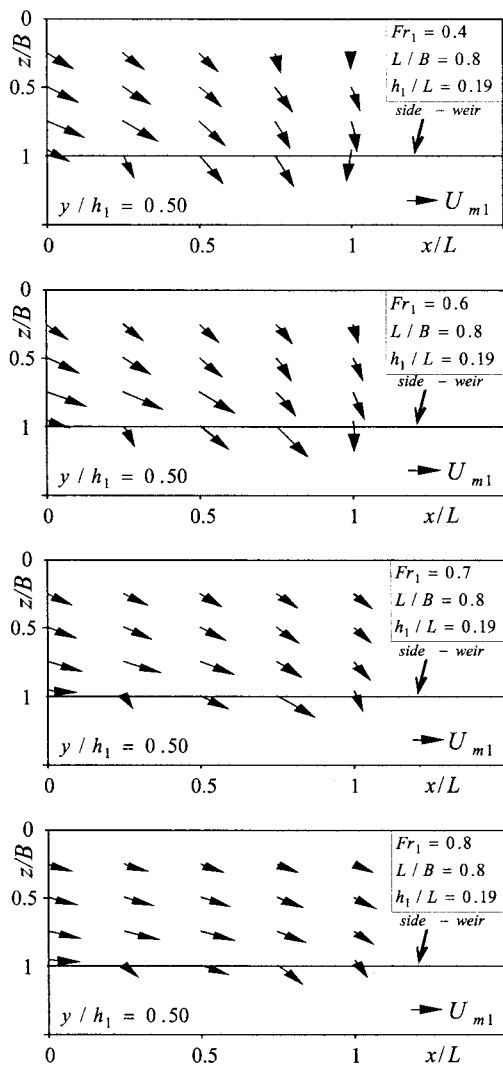


図-2 堰区間の流速ベクトルの変化

量 Q_1 が計測される。主水路下流側および越流部下流側にはそれぞれ量水槽が設置されており、量水槽内の容量式波高計によって主水路下流流量 Q_2 および越流量 Q_w が計測される。水面形計測には、デジタル式ポイントゲージを用いた。堰区間において x 方向に5点、 z 方向に4点の格子点を計測点とした。電磁流速計を用いて水面形計測と同様な格子点の半水深 ($y/h_1=0.5$) において、 x および z 方向の時間平均流速 U および W を測定した。ただし、 $Fr_1=0.6$ 、 $L/B=0.8$ 、 $h_1/L=0.19$ のケースについては、鉛直3断面 ($y/h_1=0.25, 0.5, 0.75$) について同様な計測を行った。サンプリング間隔を0.05s、サンプリング時間を51.2sとした。

4. 実験結果および考察

(1) 流速特性に及ぼすフルード数の影響

フルード数 Fr_1 が流量係数 C_M に影響を与えるとい

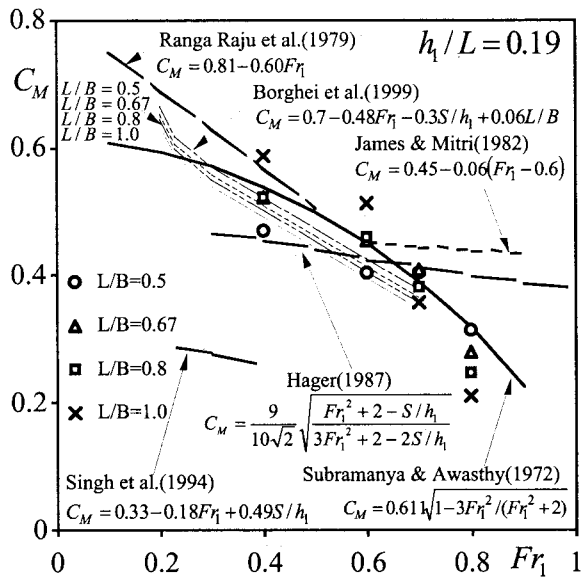


図-3 流量係数 C_M とフルード数 Fr_1 の関係

た実験結果は多数存在するが、実験を行う上でフルード数 Fr_1 以外のパラメータも同時に変化している実験がほとんどであり、フルード数 Fr_1 が流量係数に与える影響を厳密に検討した例はほとんどない。

図-2に相対水深 h_1/L および相対堰長 L/B をそれぞれ0.19および0.8に固定してフルード数 Fr_1 を系統的に変化させた場合の無次元流速ベクトル $\sqrt{U^2 + W^2} / U_{m1}$ を示す。 U_{m1} は流入断面1における断面平均流速である。同図より、フルード数 Fr_1 の増加に伴い堰上での無次元流速の減少が観察される。これは、フルード数 Fr_1 が増加すると接近流速水頭が増加するためである。また、フルード数 Fr_1 の増加に伴い、堰上における越流角度が緩やかになる様子も観察される。これは、越流量にフルード数 Fr_1 が影響を与えていることを示唆するものである¹¹⁾。以上より、フルード数 Fr_1 のみを変化させた堰周辺の流れ場が確認された。なお、 $Fr_1=0.6$ 、 $L/B=0.8$ 、 $h_1/L=0.19$ のケースについては鉛直3断面 ($y/h_1=0.25, 0.5, 0.75$) の流速を計測したが、流況の鉛直方向変化よりも流下方向変化の方が顕著であった。

(2) 流量係数の実験結果

図-3は相対水深 h_1/L を0.19に固定した状態で、流量係数 C_M とフルード数 Fr_1 との関係を相対堰長 L/B ごとに表示したものである。図中には、既往の研究による流量係数の経験式(6)~(11)も併示した。ただし、既往の研究における流量係数 C_M の実験値については、相対水深 h_1/L および相対堰長 L/B の値が明確でないため、同図にプロットすることはできなかった。図-3より、本実験による流量係数 C_M の値がフルード数 Fr_1 の増加に伴い減少している様子が観察される。他の相対水深においても同様な傾向となった。こうした傾向は既往の実験

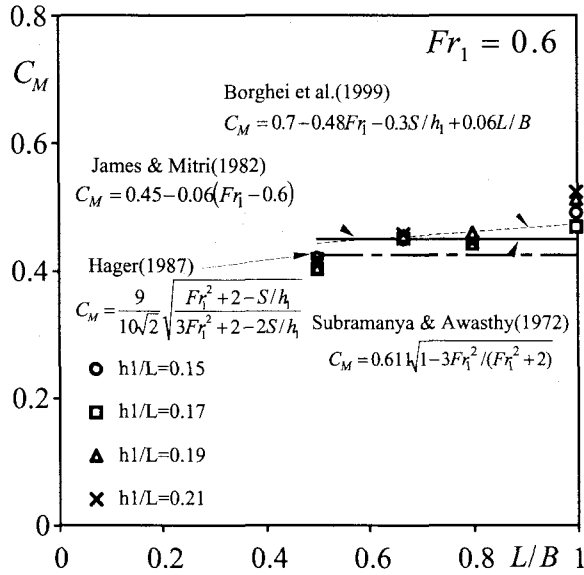


図-4 流量係数 C_M と相対堰長 L/B の関係

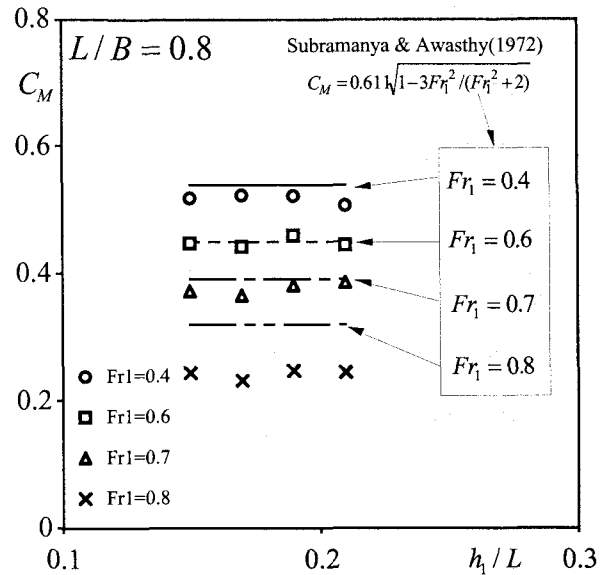


図-5 流量係数 C_M と相対水深 h_1/L の関係

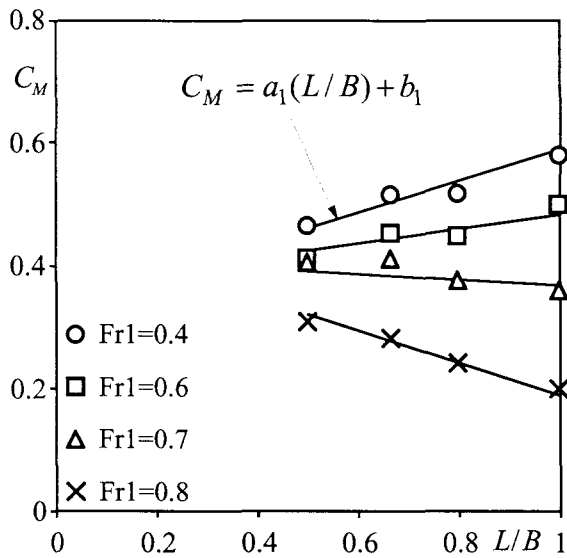


図-6 流量係数 C_M の定式化

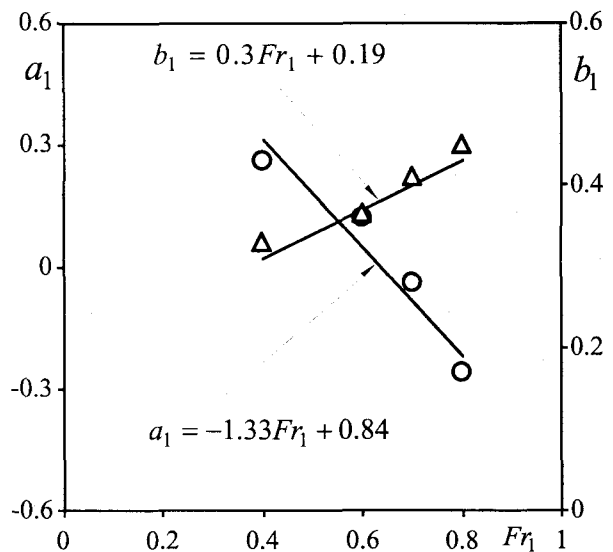


図-7 傾き a_1 および切片 b_1 とフルード数 Fr_1 の関係

結果でも確認されている。また、既往の経験式(6)~(11)も流量係数 C_M がフルード数 Fr_1 の減少関数であるとの定性的傾向は一致する。

図-4はフルード数 Fr_1 を0.6に固定した状態で、流量係数 C_M と相対堰長 L/B との関係が相対水深 h_1/L ごとに示したものである。図中には、既往の研究による流量係数の経験式(6)~(11)も併示した。同図より本実験による流量係数 C_M は、相対堰長 L/B の影響を受けることが確認される。Borghei *et al.*¹⁰⁾は式(11)のように、流量係数 C_M を相対堰長 L/B の関数として定式化しているが、その他の研究者による流量係数の経験式は、相対堰長 L/B に対して一定値としており適切とはいえない。なお、図-4で示したフルード数 Fr_1 が0.6のケースでは流量係数 C_M がフルード数 Fr_1 の増加関数となっているが、

後に図-6に示すように、フルード数 Fr_1 の増加に伴い減少関数に転じることも明らかとなった。

図-5は相対堰長 L/B を0.8に固定した状態で、流量係数 C_M と相対水深 h_1/L との関係をフルード数 Fr_1 ごとに示したものである。既往の研究については、式(6)~(11)のすべてを表示すると煩雑となるため、代表的なSubramanya & Awasthy⁴⁾の経験式(6)のみを併示した。同図より流量係数 C_M は相対水深 h_1/L の影響を受けないことが確認される。他の相対堰長 L/B についても同様な結果となった。

以上の結果から、相対堰高 S/h_1 がゼロの状態における横越流堰の流量係数 C_M は、フルード数 Fr_1 および相対堰長 L/B の影響を受けるものの、相対水深 h_1/L の影響はほとんど受けないと判断される。

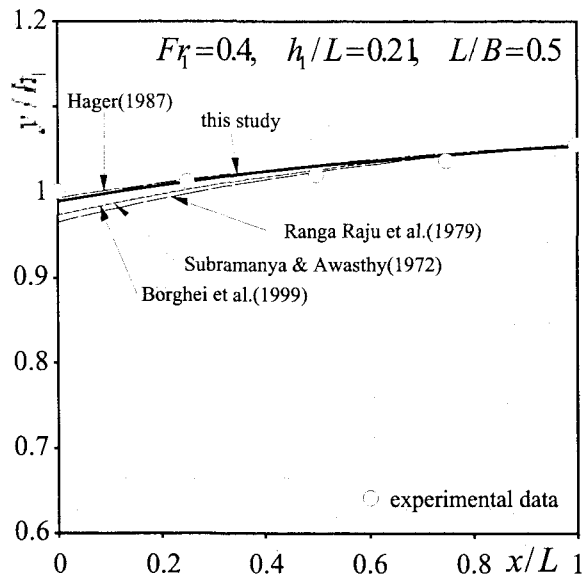


図-8 水面形予測値と実測値

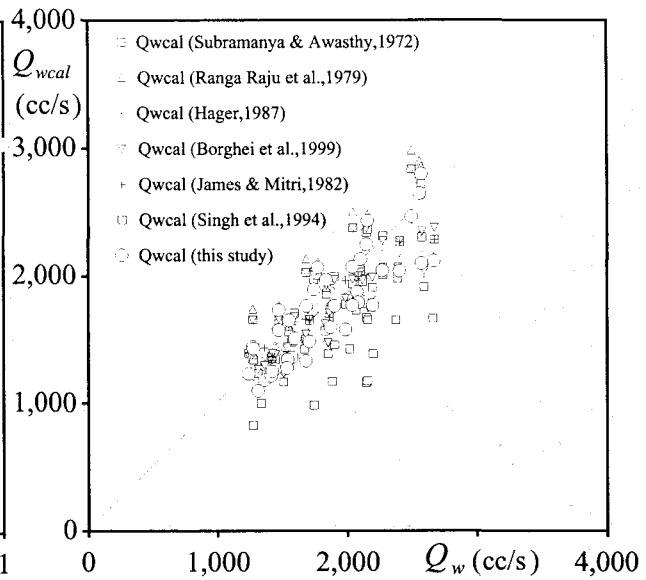


図-9 実測越流量 Q_w と予測越流量 Q_{wcal} の関係

(3) 新しい流量係数式の提案

相対堰高 S/h_1 がゼロの状態における横越流堰の流量係数 C_M は相対水深 h_1/L の影響を受けず、フルード数 Fr_1 および相対堰長 L/B の2つのパラメータによって支配されていることが明らかとなったため、流量係数 C_M をフルード数 Fr_1 および相対堰長 L/B の関数として定式化を試みる。

まず、図-5において、各フルード数 Fr_1 および各相対堰長 L/B ごとに求められている4つの流量係数 C_M の平均値を求める。この平均化された流量係数 C_M と相対堰長 L/B との関係をフルード数 Fr_1 ごとに示したのが図-6である。流量係数 C_M は低フルード数においては相対堰長 L/B の増加関数であるが、フルード数の増加に伴い減少関数に転じる。この詳細なメカニズムについては現在不明であるが、流量係数 C_M と相対堰長 L/B との関係がほぼ線形的であることは明白である。そこで両者の関係を次式で近似する。

$$C_M = a_1(L/B) + b_1 \quad (12)$$

傾き a_1 および切片 b_1 を最小自乗法によって算出し、得られた式を図-6中に示す。式(12)によって、流量係数 C_M と相対堰長 L/B との関係が良好に再現されていることがわかる。

図-7に傾き a_1 および切片 b_1 とフルード数 Fr_1 との関係を表示する。傾き a_1 および切片 b_1 は共にフルード数 Fr_1 とほぼ線形関係にあると判断される。そこで、両者を次式で表現した。

$$a_1 = -1.33Fr_1 + 0.84 \quad (13)$$

$$b_1 = 0.3Fr_1 + 0.19 \quad (14)$$

式(12)~式(14)より、次式が求められた。

$$C_M = \{-1.33(L/B) + 0.3\}Fr_1 + 0.84(L/B) + 0.19 \quad (15)$$

$$(0.4 \leq Fr_1 \leq 0.8, 0.5 \leq L/B \leq 1.0, 0.15 \leq h_1/L \leq 0.21)$$

(4) 水面形および越流量の予測

式(2)および(3)に堰終端の実測水深 h_2 および主水路下流流量 Q_2 を境界条件として与えると、水面形および越流量 Q_w の予測値が求められる。ただし、既往の経験式では適用可能なフルード数 Fr_1 が狭いものもあり、こうした場合は計算の対象外とした。また、既往の経験式では計算途中で越流量 Q_w が流入流量 Q_1 を超えてしまい計算が破綻するケースもあった。

図-8にフルード数 Fr_1 が0.4、相対水深 h_1/L が0.21および相対堰長 L/B が0.5場合の水面形の実測値をプロットで示すと共に、本研究の提案式(15)および既往の経験式(6), (7), (9), (11)を用いた予測値を曲線で示した。本研究の提案式(15)を用いた水面形予測の方が、Subramanya & Awasthy⁴⁾, Ranga Raju et al.⁵⁾およびBorghei et al.¹⁰⁾のものより良好であることが確認される。これは、提案式(15)が相対水深 h_1/L 、フルード数 Fr_1 および相対堰長 L/B を考慮しているからである。図-8においてHager⁹⁾の結果は提案式(15)のものと同様に精度が高いが、これは偶然であり、他の条件では精度が必ずしも高くない。

図-9に本研究の提案式(15)および既往の経験式(6)~(11)を用いた予測越流量 Q_{wcal} と実測越流量 Q_w の関係を示す。既往の経験式だけでなく提案式(15)についても、実験値を中心に結果がばらついている。既往の経験式については、フルード数が適用範囲外のものや計算が破綻するものもあり計算不能のものが多くあった。ここで、計算対象とした64ケースにおいて、計算が成功した割合を計算成功率と定義する。図-10に計算成功率と予測越

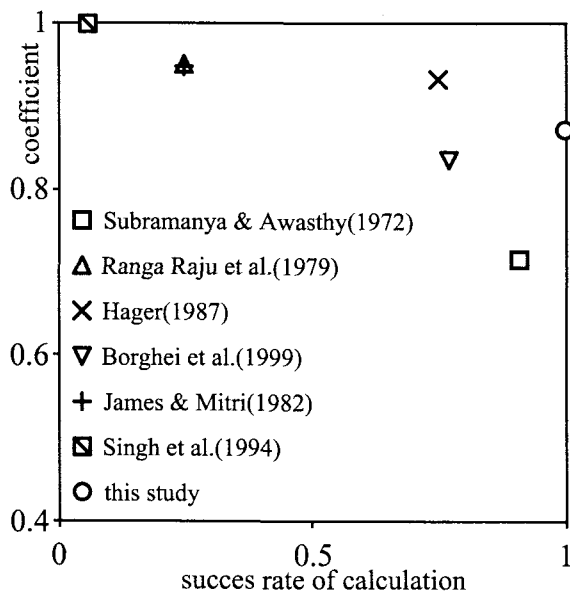


図-10 相関係数と計算成功率の関係

流量 Q_{wcal} と実測越流量 Q_w との相関係数の関係を示す。Singh *et al.*⁸⁾, Ranga Raju *et al.*⁵⁾ および James & Mitri⁶⁾ の予測精度は提案式(15)の予測精度を上回るが、計算成功率は極めて低く、実用的ではない。それに対し、本研究の提案式(15)の相関係数は0.87であるが、すべての計算に成功しており、工学的価値が高いものと判断される。

5. おわりに

横越流堰の流量係数 C_M はフルード数 Fr_1 、相対水深 h_1/L 、相対堰長 L/B および相対堰高 S/h_1 の4つのパラメータの影響を受ける。既往の研究ではこれらのパラメータを独立に変化させて実験していないため、各研究者が提案した流量係数式に差異が生じている。本研究では、相対堰高 S/h_1 がゼロの場合で接近流が常流の横越流堰において、フルード数 Fr_1 、相対水深 h_1/L および相対堰長 L/B を系統的に変化させた実験を行った。その結果得られた知見を以下に示す。

- (1) 相対堰高 S/h_1 がゼロの場合の流量係数 C_M はフルード数 Fr_1 および相対堰長 L/B による影響が支配的であり、相対水深 h_1/L の影響は無視できる。
- (2) 相対堰高 S/h_1 がゼロにおける新たな流量係数 C_M を式(15)のように提案した。提案式(15)を用いた越流量の予測精度は一部の既往の経験式よりも劣る場合があるが、適用範囲 ($0.4 \leq Fr_1 \leq 0.8$, $0.5 \leq L/B \leq 1.0$, $0.15 \leq h_1/L \leq 0.21$) が明確であること、計算成功率が高いことおよび支配パラメータをすべて考慮していることが優れている。

(3) 本研究によって、堰高ゼロの横越流堰の流量係数 C_M に及ぼす相対水深 h_1/L の影響が、フルード数 Fr_1 および相対堰長 L/B と比較すると微小であることが解明された。この結果が有限の相対堰高 S/h_1 を有する横越流堰に適用出来るかどうかは不明であるが、仮にこの結果が適用可能であれば、フルード数 Fr_1 、相対堰長 L/B および相対堰高 S/h_1 の3つのパラメータを系統的に変化させることで、横越流堰の流量係数を提案することが可能となる。

参考文献

- 1) De Marchi, G.: Essay on the performance of lateral weirs, *L' Energia Elettrica*, Milan, Italy, Vol.11, pp.849-860, 1934.
- 2) Ackers, P.: A theoretical considerations of side-weir a stream water outflows, *Proc. of the Institute of Civil Engineers*, London, Vol.6, 1957.
- 3) 中川博次, 宇民正: 横越流分水工の機能設計に関する研究, 京大防災研年報, 第9号, pp.539-550, 1966.
- 4) Subramanya, A. and Awasthy, S.C.: Spatially varied flow over side-weirs, *J. Hydraulics Division*, ASCE, Vol.98, pp.1-10, 1972.
- 5) Ranga Raju, K.G., Prasad, B. and Gupta, S.K.: Side weir in rectangular channel, *J. Hydraulics Division*, ASCE, Vol.105, pp.547-554, 1979.
- 6) James, W. and Mitri H.: Modelling side-weir diversion structures for stormwater management, *Canadian J. Civil Engineering*, Vol.9, pp.197-205, 1982.
- 7) 室田明, 福原輝幸, 鋤田義浩: 横越流堰の越流量の評価に関する研究, 土木学会論文集, 第363号/II-4, pp.249-252, 1985.
- 8) Singh, R. Manivannan, D. and Satyanarayana, T.: Discharge coefficient of rectangular side weirs, *J. Irrigation and Drainage Engineering*, Vol.120, pp.814-819, 1994.
- 9) Hager, W.H.: Lateral outflow over side weirs, *J. Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol.113, pp.491-504, 1987.
- 10) Borghei, S.M., Jalili, M.R. and Ghodsian, M.: Discharge coefficient for sharp-crested side weir in subcritical flow, *J. Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol.123, pp.1051-1056, 1999.
- 11) 鬼東幸樹, 秋山壽一郎, 常松智博, 武田雅俊: 接近流が常流の場合における横越流堰の流量式, 水工学論文集, 第48巻, pp.529-534, 2004.
- 12) 荒尾慎司, 瀧田康雄, 楠田哲也: 直線水路における横越流堰の分水特性に関する理論的研究, 下水道協会誌, Vol.37, No.448, pp.139-150, 2000.
- 13) 荒尾慎司, 瀧田康雄, 楠田哲也: 直線水路における横越流堰の分水特性に関する実験的研究および理論的研究の検証, 下水道協会誌, Vol.37, No.448, pp.151-164, 2000.

(2004. 9. 30 受付)