

開水路乱流への気液二相アプローチ

A GAS-LIQUID TWO-PHASE APPROACH TO TURBULENT OPEN-CHANNEL FLOWS

横嶋 哲¹

Satoshi YOKOJIMA

¹ 正会員 博 (工) 日本学術振興会特別研究員 (PD)

香川大学工学部安全システム建設工学科 (〒 761-0396 香川県高松市林町 2217-20)

Dept of Mechanical and Industrial Engrg, Univ. of Massachusetts Amherst (MA 01003, USA)

A method for predicting turbulent gas-liquid two-phase flows is developed. A level set method is used to capture the motion of the interface and a $k-\omega$ model is introduced as a turbulence model. The turbulence damping effects near the interface are modeled by considering the jump in the density profile across the interface as a special case of density-stratified flows. This multiphase approach enables us to treat a wide range of flows involving free surfaces in the same way, irrespective of the importance of the motion in the air phase. Computational results for a two-dimensional, fully-developed open-channel flow are given to illustrate the properties of the method along with a discussion of the future implications of these results for better performance.

Key Words : turbulence, free-surface effects, gas-liquid two-phase flows, buoyancy

1. 序論

自由水面を有する乱流の数値予測では、支配方程式は液相内でのみ解かれることが多い。これまでの数値流体力学の進展の大半は単相流を対象としているので、気相の影響を無視して単相流として取り扱うことによってそれらの大半が利用可能となる。これは気相を無視することで得られる計算コストの低減効果よりもはるかに重要と言える。しかしながら、この単相アプローチにも欠点がある。ひとつは、乱流モデルで用いられるパラメータ、例えば乱流エネルギーやその散逸率、あるいは Reynolds 応力、の自由水面上での境界条件が不明であることで、もうひとつは、気相の影響が無視できない場合に新たな予測法が必要となることである。

本研究では、支配方程式を気液両相で解く、気液二相アプローチを採用する。この方法は乱流パラメータの界面境界条件の設定に関するあいまいさ・困難を取り除き、また、気相の運動の重要性に関らず、より多種多様な気液二相乱流を取り扱うことを可能にする。乱流の界面近傍での減衰効果は、両相の密度差を密度成層流の極端な場合（密度が界面近傍で急激に変化する場合）とみなすことでモデル化される。

2. 数学上の定式化

(1) 質量及び運動量保存則

本研究では、非圧縮・非混合の二流体を、密度・粘性係数が界面近傍で急激に変化する一流体として取り扱う。そのような系に対する質量及び運動量保存則は

以下のように表現できる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_j}{\partial x_j} &= 0 \\ \frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_j u_i}{\partial x_j} &= \rho g_i - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} [2\mu s_{ij}] + \sigma \kappa \delta(d) n_i \end{aligned} \quad (1)$$

表面張力には CSF (Continuous Surface Force) 法を用いた¹⁾。 u_i は流速成分、 p は圧力、 ρ は密度、 μ は粘性係数、 g_i は重力加速度成分、 $s_{ij} (\equiv \frac{1}{2}(\partial u_i / \partial x_j + \partial u_j / \partial x_i))$ はひずみ速度テンソル、 σ は表面張力係数、 κ は界面曲率、 δ は Dirac のデルタ関数で、界面までの法線距離 d に基づいて評価される。 n_i は界面上での（界面に対する）単位法線ベクトル成分である。

界面は関数 $\phi(t, x_i)$ (レベルセット関数) のゼロ等値面によって捕獲される。密度分布が $\rho = \rho(\phi)$ と表現可能で、かつ ϕ のゼロ等値面近傍以外では一定であれば、式 (1), (2) は以下のように分割される²⁾。

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_j}{\partial x_j} &= 0 \\ \frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_j u_i}{\partial x_j} &= g_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} [2\mu s_{ij}] + \frac{1}{\rho} \sigma \kappa \delta(|\phi|) n_i \end{aligned} \quad (3)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + u_j \frac{\partial \phi}{\partial x_j} = 0 \quad (5)$$

本研究では、上式に Reynolds 平均操作を施し、平均量 $\bar{f}$ を扱う対象とする。平均量、瞬時値 f 及び変動成分

f' の間には、 $f = \bar{f} + f'$ の関係が成り立つ。Reynolds 平均化された支配方程式は以下で与えられる。

$$\frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_j} = 0 \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_j \bar{u}_i}{\partial x_j} = & g_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} [2\bar{\mu} s_{ij}] \\ & + \frac{1}{\rho} \sigma \kappa \delta(|\phi|) n_i - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \end{aligned} \quad (7)$$

$$\frac{\partial \bar{\phi}}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial x_j} = - \frac{\partial \bar{u}_j' \phi'}{\partial x_j} \quad (8)$$

$\tau_{ij} (\equiv \overline{u_i' u_j'})$ は Reynolds 応力テンソルである。平均操作によって式 (7) に、密度、圧力、粘性係数及びレベルセット関数の変動成分の相関項が現れるが、ここではこれらの項の影響は小さいと仮定し、無視する。式 (8) の右辺にも同様の相関項が生じる。界面を高々関数 $x_2 = h(t, x_1, x_3)$ で表現する場合には、この相関項のモデリングについて議論された例がいくつかあるが³⁾⁻⁶⁾、ここでは式 (7) の相関項と同様に無視すれば、

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_j \bar{u}_i}{\partial x_j} = & g_i - \frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial}{\partial x_j} [2\bar{\mu} \bar{s}_{ij}] \\ & + \frac{1}{\bar{\rho}} \sigma \kappa \delta(|\bar{\phi}|) n_i - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \end{aligned} \quad (9)$$

$$\frac{\partial \bar{\phi}}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial x_j} = 0 \quad (10)$$

を得る。 $\bar{s}_{ij}$ は平均流速に基づく速度勾配テンソルである。式 (6), (9), (10) が本研究で用いる、連続式、運動量保存則、及び界面追跡のためのレベルセット方程式である。

(2) 界面追跡法

界面追跡は、レベルセット方程式 (式 (10)) を用いて行う。レベルセット法の最近の発展、応用例は文献 7), 8) に詳しく記されている。

運動量保存則中に現れる密度及び粘性係数は、

$$\rho(\bar{\phi}) = \rho_- + [\rho] H(\bar{\phi}) \quad (11)$$

$$\bar{\mu}(\bar{\phi}) = \mu_- + [\mu] H(\bar{\phi}) \quad (12)$$

のように定義される。下付き添え字 $-$ 及び $+$ はそれぞれ $\phi \leq 0$ 及び $\phi > 0$ における物性値を、 $[f] (\equiv f_+ - f_-)$ は物性値のジャンプを表し、

$$H(\phi) = \begin{cases} 0 & \bar{\phi} < -\epsilon \\ \frac{1}{2} + \frac{\bar{\phi}}{2\epsilon} + \frac{1}{2\pi} \sin \frac{\pi \bar{\phi}}{\epsilon} & -\epsilon \leq \bar{\phi} \leq \epsilon \\ 1 & \epsilon < \bar{\phi} \end{cases} \quad (13)$$

は $\bar{\phi}$ に基づく、数値的にぼやかされた Heaviside 関数で、 ϵ はぼやかしを度表すバンド幅である。表面張力の影響による界面での圧力のジャンプは既に CSF モデルの導入によって取り除かれているので、これにより界面での不連続性は全て取り除かれたことになる。CSF モデル中のデルタ関数は同様に

$$\delta(\bar{\phi}) = \begin{cases} \frac{1}{2\epsilon} + \frac{1}{2\epsilon} \cos \frac{\pi \bar{\phi}}{\epsilon} & |\bar{\phi}| < \epsilon \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (14)$$

のように与えられ、単位法線ベクトル及び界面曲率はレベルセット関数を用いてそれぞれ $\bar{n} = \frac{\nabla \bar{\phi}}{|\nabla \bar{\phi}|}$, $\kappa = -\nabla \cdot \bar{n}$ のように求められる。

(3) 乱流モデル

式 (9) 中の Reynolds 応力テンソル τ_{ij} は、ここでは低 Reynolds 数 k - ω モデル⁹⁾ によってモデル化される。 τ_{ij} は Boussinesq 近似に基づいて以下のように与えられる。

$$\tau_{ij} = -2 \frac{\mu_T}{\bar{\rho}} \bar{s}_{ij} + \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (15)$$

μ_T は渦粘性係数で、 k は乱流エネルギー、 δ_{ij} は Kronecker のデルタである。 μ_T は k と単位エネルギー辺りのエネルギー散逸率 ω から求められ、 k 及び ω は自身のモデル輸送方程式により決定される。

$$\mu_T = \alpha^* \bar{\rho} k / \omega \quad (16)$$

$$\frac{Dk}{Dt} = P_k + G_k - \beta^* k \omega + \frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\bar{\mu} + \sigma^* \mu_T) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (17)$$

$$\frac{D\omega}{Dt} = \alpha \frac{\omega}{k} P_k - \beta \omega^2 + \frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\bar{\mu} + \sigma \mu_T) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] \quad (18)$$

$P_k (\equiv -\tau_{ij} \partial \bar{u}_i / \partial x_j)$ はせん断による、 $G_k (\equiv g_i \bar{\rho}' u_i' / \bar{\rho})$ は浮力によるエネルギー生成項で、 α^* , β^* , σ^* , α , β , σ はモデル関数/パラメータである。詳細は文献 9) を参照されたい。運動量保存則 (式 (9)) に付加された、CSF モデルによる体積力の影響は無視できると仮定した。密度と速度の変動成分の相関項はここでは

$$\bar{\rho}' u_i' = - \frac{\mu_T}{\sigma_T \bar{\rho}} [\rho] \delta(\bar{\phi}) n_i \quad (19)$$

のようにモデル化する。式 (19) を書き直せば、

$$\bar{\rho}' u_i' = - \frac{\mu_T}{\sigma_T \bar{\rho}} \frac{\partial \bar{\rho}(\bar{\phi})}{\partial x_i} \quad (20)$$

が得られる。これより式 (19) は数値的にぼやかされた密度場 (式 (11)) に対する勾配拡散近似と解析的に等価で、 σ_T は乱流 Prandtl 数に相当することがわかる。ただし、式 (20) 中の密度勾配値は離散化手法に依存するので、両者は数値的には等価でない。なお、 $\sigma_T = 0.9$ とし^{10), 11)}、浮力項の効果は k 輸送方程式中でのみ考慮し、 ω 輸送方程式では無視した¹¹⁾。

式 (19) より明らかなように、浮力生成項 G_k は近似 Heaviside/デルタ関数のぼやかしを度を決めるバンド幅 ϵ に依存する。次節では開水路等流を対象として、計算結果の ϵ への依存性を注意深く検討する。

3. 数値検証：開水路等流

(1) 計算条件

提案された方法を二次元完全発達開水路乱流に適用し、その有効性を検証する。特に近似 Heaviside/デルタ関数で用いられるバンド幅 ϵ の影響に重点を置く。

対象流れ場は、断面平均流速と水深を基準とした Reynolds 数が 4,400、Froude 数が 0.66 の開水路等流

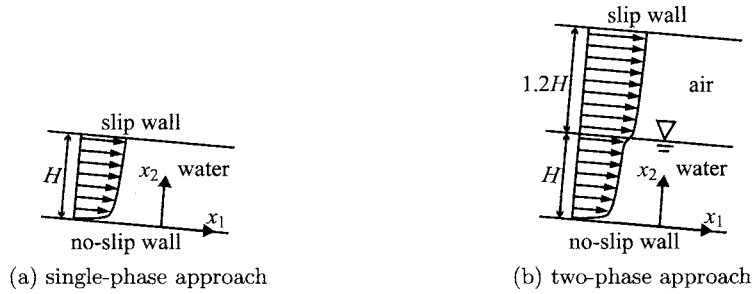
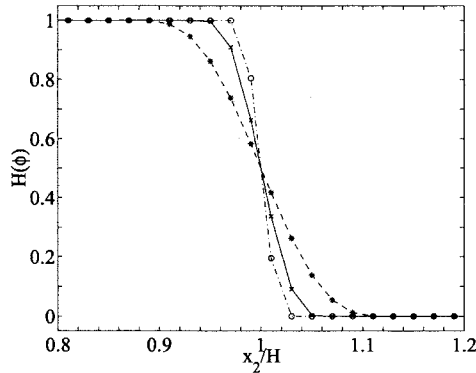


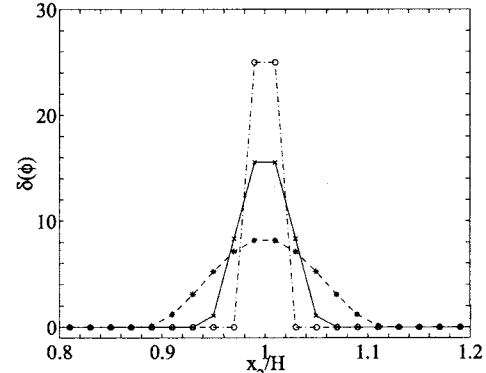
図-1 計算対象とした開水路等流の概略図.

表-1 計算ケース. Δ_{fs} は水面近傍での x_2 方向の格子幅.

	model	approach	number of grid points in water	number of grid points in air	band width ϵ
Run1	$k-\omega$	single phase	36	N/A	N/A
Run2	$k-\omega$	two phase	72	60	$1.5\Delta_{fs} (= 0.03H)$
Run3	$k-\omega$	two phase	72	60	$3\Delta_{fs} (= 0.06H)$
Run4	$k-\omega$	two phase	72	60	$6\Delta_{fs} (= 0.12H)$



(a) smeared-out Heaviside function



(b) smeared-out delta function

図-2 水面近傍での近似 Heaviside 及びデルタ関数の分布: $\circ -$, Run2; $\times -$, Run3; $- - -$, Run4.

である. 気相・液相には大気圧, 293K の空気・水を想定し, $\rho_w/\rho_a = 832$, $\mu_w/\mu_a = 55.1$ を与えた. 下付きの添え字 w と a はそれぞれ水中, 空気中での値を示す.

4 種類の計算 (Run1-Run4, 表-1 参照) を行った. Run1 では支配方程式は水相のみで解かれ (単相アプローチ, 図-1(a)), 自由水面は固定すべり面で近似される. Run2-Run4 では, 支配方程式は気液両相で解かれ (二相アプローチ, 図-1(b)), 水面位置はレベルセット法によって追跡される. 乱流の影響を考慮しない, 従来のレベルセット・シミュレーションでは $\epsilon = 1.5\Delta_{fs}$, ここで Δ_{fs} は界面近傍の格子サイズを表す何らかの指標, が一般に用いられるが¹²⁾, Run2 でもこの値を用いる. 今回の計算例では密度は (平均流では) x_2 方向にのみ変化するので, Δ_{fs} として, ここでは界面近傍における x_2 方向の計算格子幅である $0.02H$ を用いる. 全ての Run において鉛直方向の格子間隔は $x_2/H \leq 0.4$ の領域では不等間隔で底面近傍で密とし, それ以上の領域では等間隔とした. 近似 Heaviside/デルタ関数の界面近傍での分布を図-2 に示す. よって k 輸送方程式中の浮力生成項 G_k は界面近傍の, Run2 では 2 点, Run3

では 4 点, Run4 では 12 点, を除いてはゼロとなる.

(2) 計算結果

図-3 に Run1-Run4 で得られた, 平均流速, 渦動粘性係数, 乱流エネルギー, Reynolds せん断応力, 及び乱流エネルギー輸送方程式中の生成項と散逸項の分布を示す. これらの結果は界面近傍を除く水相では Wilcox による平行平板間流れの計算結果⁹⁾ と完全に一致するので, 以下では界面近傍及び空気相での挙動に注目する. 上付きの添え字 $+$ は底面摩擦速度と水の動粘性係数 ν_w で規格化された量であることを示す.

相間の密度差を密度成層の極端な場合とみなす本手法の利点は, 図-3(b) に示されるように, 渦動粘性係数 ν_T の界面近傍での減衰を自然に再現できる点にある. ν_T の自由水面近傍での減衰は, 実験的にも (例えば文献 13)), 直接数値シミュレーションでも (例えば文献 14)) 確認されているが, これを RANS モデルを用いた数値計算で再現するためには, 乱流パラメータに対して経験的な水面境界条件を与えたり^{15),16)}, ν_T に減衰関数を乗じる^{6),17)} が必要であった. 本手法ではそ

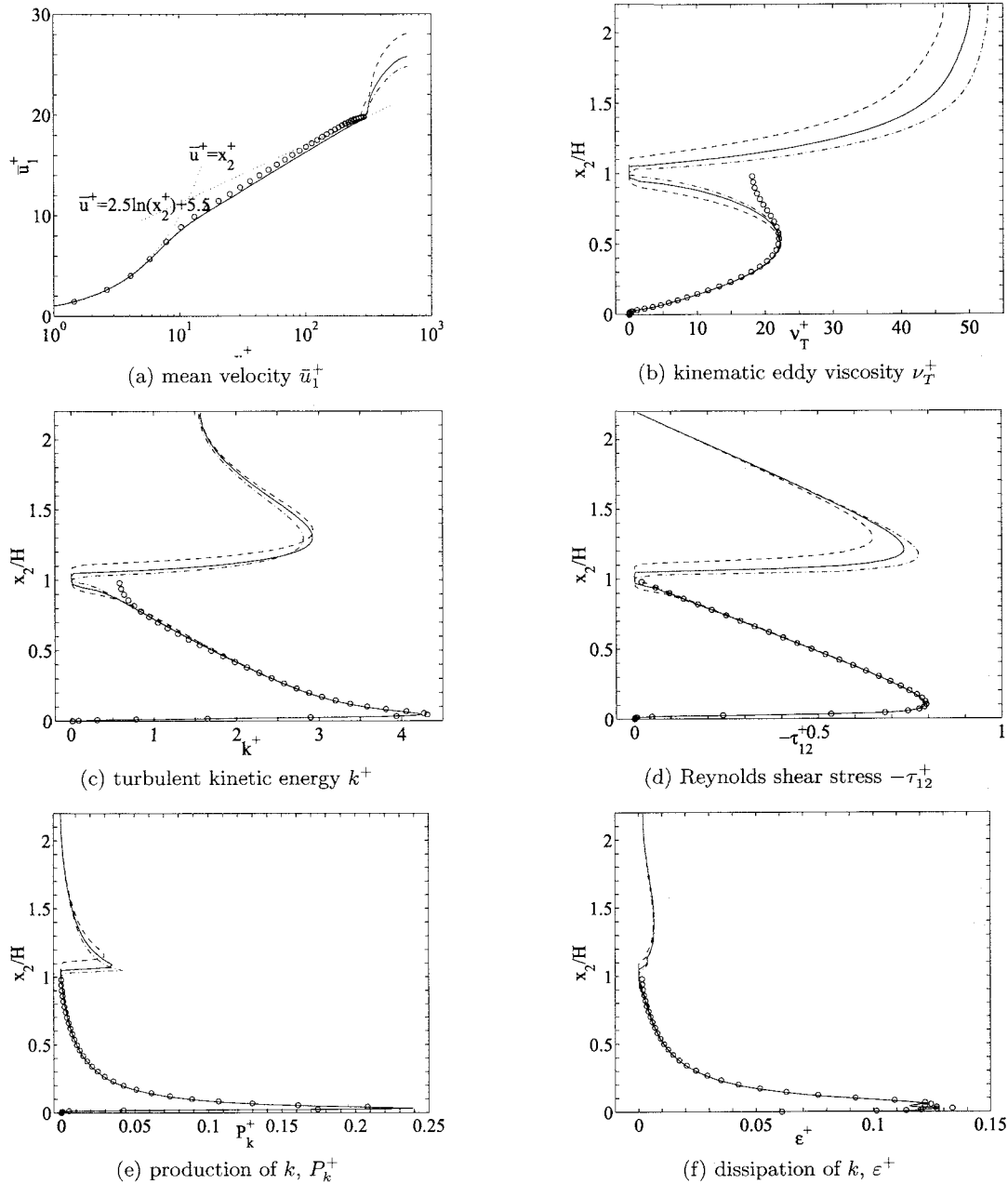


図-3 開水路等流の予測結果-バンド幅 ϵ の影響-: $\circ$, Run1; $-\cdot-$, Run2; $—$, Run3; $----$, Run4.

のような経験的な方法に頼ることなく、界面での浮力効果を考慮することで ν_T の減衰を表現できる。

ただし、そのような浮力効果は本来は界面上で境界条件的に作用するはずであるが、ここでは界面近傍で三次元的に（二次元計算では、二次元的に）作用させている。これは本来は動力学条件中に表れる表面張力を、運動量保存則中で体積力として扱う、CSF モデル¹⁾に類似する取り扱いである。このため、図-2 に示されたように、浮力効果が作用する領域はバンド幅 ϵ によって決まり、その結果、乱流パラメータが減衰する領域も ϵ に依存する。特に気相側では、渦粘性係数の分布の差異によって平均流速分布が大きく変化する。

(3) 考察

この数値検証の対象流れでは、Reynolds 応力テンソルのせん断成分 τ_{12} のみが平均流に直接影響を与える。すなわち、全せん断応力は常に流れの駆動力と釣り合い、これは渦粘性モデルを用いた本計算では、

$$\frac{\partial}{\partial x_2} \left[(\bar{\mu}(\phi) + \mu_T) \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial x_2} \right] = -\bar{\rho}(\phi) g_1 \quad (21)$$

を意味する。図-3(b) から明らかなように、本手法で得られる μ_T は気液両相で ϵ によって分布が異なるが、水相側では水面近傍で $\partial \bar{u}_1 / \partial x_2$ が微小であるので、 μ_T の違いは平均流にはほとんど影響を与えない。他方で、気流に対して水相は粘着壁のように作用するので、気相側の水面近傍では $\partial \bar{u}_1 / \partial x_2$ は大きい。このとき $\partial \bar{u}_1 / \partial x_2$

は、式 (21) を満たすために μ_T の不足/過剰分を打ち消すように増加/減少するので、図-3(a) に観られるように気相の平均流は ϵ に大きく依存する。すなわち、界面近傍で数値的にばやかされた密度/粘性場と渦粘性モデルの組み合わせでは、ここで取り扱ったような流れにおいて気流の ϵ に対する依存性を除去/弱めることは難しい。

渦粘性モデルに代わる乱流モデルとして、応力方程式モデルを考える。完全発達した二次元流れ場において、Reynolds せん断応力 τ_{12} に対するモデル輸送方程式は

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tau_{12}}{\partial t} = & -\beta^* C_1 \omega \tau_{12} + \left(\hat{\beta} - \frac{1}{4} \hat{\gamma} \right) \tau_{11} \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial x_2} \\ & + \left(\hat{\alpha} - 1 - \frac{1}{4} \hat{\gamma} \right) \tau_{22} \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial x_2} - \frac{1}{4} \hat{\gamma} \tau_{33} \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial x_2} \\ & + \frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial}{\partial x_k} \left[(\bar{\mu} + \sigma^* \mu_T) \frac{\partial \tau_{12}}{\partial x_k} \right] \end{aligned}$$

のように与えられる。ただし、圧力ひずみ相関項には LRR モデル¹⁸⁾を用いた。上式は stress- ω モデル⁹⁾に基づいているが、右辺第 1 項の $\beta^* \omega$ を ϵ/k で置き換えれば、全く同じ議論が ϵ をパラメータとして採用する応力方程式モデルにも当てはまる。 C_1 , $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$, $\hat{\gamma}$ は LRR モデルのモデル係数である。低 Reynolds 数型のモデルではこれらの係数は乱流 Reynolds 数等の様々なパラメータに依存するが、議論が複雑になるのでここでは高 Reynolds 数型モデルとして適用された場合を考える。すなわち、 $C_1 = 1.8$, $\hat{\alpha} = 0.775$, $\hat{\beta} = 0.196$, $\hat{\gamma} = 0.495$ とすれば、右辺第 2, 3, 4 項の係数はそれぞれ、 $(\hat{\beta} - \frac{1}{4} \hat{\gamma}) = 0.07225$, $(\hat{\alpha} - 1 - \frac{1}{4} \hat{\gamma}) = -0.34875$, $-\frac{1}{4} \hat{\gamma} = -0.12375$ となる。

右辺第 2, 3, 4 項はいずれも圧力ひずみ相関項の寄与で、それぞれ Reynolds 垂直応力 τ_{11} , τ_{22} , τ_{33} に比例する。Reynolds 垂直応力はいずれも、界面近傍では浮力項と圧力ひずみ相関項の効果によって抑制される。第 2 項の係数だけが正であるが、絶対値が他の項の係数に比べて小さいので、圧力ひずみ相関項は τ_{12} の絶対値を抑える効果を持つと考えられる。これとつり合うように拡散項 (右辺第 5 項) が働くので、Reynolds 応力モデルでも気相の平均流速は ϵ に強く依存すると予想される。

現状では、本手法は、検証例とした開水路等流の水相のように、乱れを生成する主要因が自由水面以外 (検証例では水路床) の場合に有効であると言える。この場合には浮力は乱れの生成機構には作用せず、水面近傍に運ばれてきた乱れを抑制するだけなので、バンド幅 ϵ の影響は局所的なものとなる。水工水理学上の問題の多くはこれに当てはまる。文献 19) では、水面の変形を伴う非対称トレンチ上の開水路乱流に本手法が適用され、良好な結果が報告されている。逆に検証例の気相側では上端境界はすべり面であり、水面近傍のせん断によって生成された乱れが相内の流れの様相を決定する。その場合、浮力は乱れ生成に直接関係するので、 ϵ の影響は大きいと考えられる。

5. 結論

本報では自由水面を含む広範囲な乱流場を予測する方法として、気液二相アプローチを提案した。気液界面での乱流の減衰効果は、両相の密度差を密度成層流の極端な場合とみなすことでモデル化した。支配方程式を両相で解くこの手法は、乱流パラメータの界面境界条件に関するあいまいさ、困難さを回避でき、また気相の運動の重要性に関係なく、より広範囲な気液二相乱流を取り扱うことができる。

開水路等流への適用例では、本手法が、従来の研究で提案・導入されたような、乱流パラメータに対する経験的な減衰関数や界面境界条件を用いることなく、渦粘性係数の界面近傍での減衰を自然に再現できることが確かめられた。ただし現手法は界面が乱れの生成の主要因となるような場合に、予測精度に問題があることが判明した。この点が今後の検討課題となる。

本研究の遂行において、Robert L. Street 教授からは多くのご支援と有益な助言を賜った。また、本研究は文部科学省科学研究費補助金 (特別研究員奨励費) の援助を受けて行われた。記して謝意を表する。

参考文献

- 1) Brackbill, J.U., Kothe, D.B. and Zemach, C.: A continuum method for modeling surface tension, *J. Comput. Phys.* 100, 335-354, 1992.
- 2) Young, Y.-N., Ham, F.E. and Mansour, N.N.: Interaction between turbulent flow and free surfaces, *Annual Research Briefs*, 301-311, Center for Turbulence Research, Stanford University and NASA Ames, 2002.
- 3) Hodges, B.R. and Street, R.L.: On simulation of turbulent nonlinear free-surface flows, *J. Comput. Phys.* 151, 425-457, 1999.
- 4) Dimas, A.A. and Fialkowski, L.T.: Large-wave simulation (LWS) of free-surface flows developing weak spilling breaking waves, *J. Comput. Phys.* 159, 172-196, 2000.
- 5) Shen, L. and Yue, D.K.P.: Large-eddy simulation of free-surface turbulence, *J. Fluid Mech.* 440, 75-116, 2001.
- 6) Nakayama, A. and Yokojima, S.: Modeling free-surface fluctuation effects for calculation of turbulent open-channel flows, *Environmental Fluid Mech.* 3, 1-21, 2003.
- 7) Sethian, J.A.: *Level Set Methods and Fast Marching Methods* (2nd ed.), Cambridge University Press, Cambridge, UK, 1999.
- 8) Osher, S. and Fedkiw, R.: *Level Set Methods and Dynamic Implicit Surfaces*, Springer-Verlag, New York, 2003.
- 9) Wilcox, D. C.: *Turbulence Modeling for CFD* (2nd ed.), DCW Industries, La Cañada, California, 1998.
- 10) ASCE Task Committee on Turbulence Models in Hydraulic Computations: Turbulence modeling of surface water flow and transport: Part I, *J. Hydr. Engrg.*, ASCE 114, 970-991, 1988.
- 11) Peng, S.-H. and Davidson, L.: Computation of turbulent buoyant flows in enclosures with low-Reynolds-number k - ω models, *Int. J. Heat and Fluid Flow* 20, 172-184, 1999.
- 12) Sussman, M., Smereka, P. and Osher, S.: A level set approach for computing solutions to incompressible two-phase flows, *J. Comput. Phys.* 114, 146-159, 1994.

- 13) Nezu, I. and Rodi, W.: Open-channel flow measurements with a laser Doppler anemometer, *J. Hydr. Engrg. ASCE* 112, 335–355, 1986.
- 14) Nagaosa, R.: Direct numerical simulation of vortex structures and turbulent scalar transfer across a free surface in a fully developed turbulence, *Phys. Fluids* 11, 1581–1595, 1999.
- 15) Naot, D. and Rodi, W.: Calculation of secondary currents in channel flow, *J. Hydr. Div. ASCE* 108, 948–968, 1982.
- 16) Nezu, I. and Nakagawa, H.: *Turbulence in Open-Channel Flows*, A. A. Balkema, Rotterdam, 1993.
- 17) Celik, I. and Rodi, W.: Simulation of free-surface effects in turbulent channel flows, *PhysicoChemical Hydrodynamics* 5, 217–227, 1984.
- 18) Launder, B.E., Reece, G.J. and Rodi, W.: Progress in the development of a Reynolds-stress turbulence closure, *J. Fluid Mech.* 68, 537–566, 1975.
- 19) Yokojima, S. and Street, R.L.: A level-set simulation of incompressible free-surface flow over a trench, *Proc. 5th Int. Conf. on Multiphase Flow* No.235, Yokohama, Japan, 2004.

(2004. 9. 30 受付)