

修正HSMAC法による開水路乱流のLES

LES OF OPEN-CHANNEL FLOW USING MODIFIED HSMAC METHOD

中山昭彦¹・江田智行²・松村友宏³

Akihiko NAKAKAYA, Tomoyuki EDA and Tomohiro MATUMURA

¹正会員 PhD 神戸大学大学院教授 自然科学研究科 (〒657-8501 神戸市灘区六甲台町1-1)

²学生員 神戸大学自然科学研究科 (〒657-8501 神戸市灘区六甲台町1-1)

³学生員 神戸大学工学部建設学科 (〒657-8501 神戸市灘区六甲台町1-1)

A simple modification is proposed to compute free-surface flows with HSMAC type iteration method of computing incompressible flows. It solves for the position of the moving free surface boundary as part of the iteration to satisfy the continuity equation in a non-boundary conforming fixed grid system. It does not need any additional transport equation for tracking the moving boundary as in most methods and a stable and accurate solution can be obtained. The method is verified in a benchmark test case of standing wave and applied to LES computation of a turbulent open-channel flow past a backward-facing step. The results indicate that both instantaneous flow is simulated well and the mean quantities agree with experiment and other methods. It is proved to be a viable method of computing practical free-surface flows

Key Words : LES, HSMAC, open-channel flow, turbulence structure

1. はじめに

非圧縮流の数値解析法は確立されつつある。しかし水面のない流れに比べ自由水面乱流の精度ある数値シミュレーションは未だなされていない。とくに非定常3次元流を解くLES計算は実問題への応用が期待されているにもかかわらず進歩は意外に遅い。簡単で精度の高い水面の計算法がないのも一つの原因である。自由水面の計算には水深関数法¹⁾やlevel set法²⁾など界面を追跡する方法を用いるものや、VOF法³⁾や混相流体の密度関数の空間分布を解く方法などが一般的である。前者は連続の式から派生する界面の位置についての運動学的条件式を運動方程式とともに解くものである。後者の方法でも質量保存に基づく密度関数に関する輸送方程式を解く。これらの界面の移流方程式を安定にしかも精度良く解くには数値拡散や不安定性に注意しなければならず容易でない⁴⁾。また界面移動と流体運動は同時に時間進行できないので、運動方程式を解く段階では境界面適合格子を用いる場合でも界面は静止していると仮定するので、時間についての精度や整合性に問題が残る。

本稿では、自由境界の位置についての式は連続式に他ならないことに注目し、連続式を満たすよう、速度と圧

力を解く段階で、境界面の位置を決定する方法を提案する。食違い格子上で、速度成分と圧力を反復修正することにより連続式を満たすよう解を求めるHSMAC法の反復修正段階で界面位置を算定しようとするものである。HSMAC法は収束が良くLES計算によく利用される方法であるが、ここでは非定常3次元自由水面流に適用できるHSMAC法を提案する。この方法では界面追跡の方程式が不要で、速度場の算定と同時に自由界面の位置が安定に計算でき、流体体積の保存性も確保される。計算法の概要を、付随する境界条件の設定法とともに説明し、計算法を検証する。さらに開水路乱流のベンチマーク流れである段落ち流れのLES計算に適用する。結果は実験あるいは、乱流モデルを用いた計算結果と比較しその有用性を示す。

2. 自由水面流計算のためのHSMAC法

非圧縮流の差分解法は、原始変数である速度と圧力についての式を解く方法が一般的である。この方法では、運動方程式を連続の式に代入して得られる圧力についてのPoisson方程式を解く方法と、Poisson方程式は直接解かず、連続の式を満足するよう圧力と速度を反復修正し求

めるHSMAC法がある。

何れの場合もスタガード格子を用いる場合、速度ベクトルの成分はセル境界面で評価し、発散は境界面フラックスの積分より算定する。固定計算格子を用いる計算法の場合、自由境界は計算セルを横切ることになるが、計算セルが自由界面を含む場合、速度フラックスの合計はゼロになる必要はなく、界面移動によるセル内流体体積の変化と釣り合うことになる。本方法では、圧力解を反復により求めるHSMAC法の手順は以下のようである。

(i) 運動方程式を時間進行させ速度の予測値 u^* を計算する。このときの水面での境界条件は、水面上で応力がゼロになるよう、水面すぐ外のセルでの変数の値を設定することにより満足させる。

(ii) 各計算セルの流出流量 q を計算する

(iii) 計算セルが界面を含まない場合、通常のHSMAC法に従い、 q がゼロになるようセルの圧力を修正し、それに応じてセル境界面での速度を修正する。計算セルが界面を含む場合、 q に応じて界面を移動させる。セル中心の圧力は、界面上の点でゼロになるよう、水面内隣接点との内挿から決定する。

ステップ(i)では各速度成分の定義される点が流体内部にある場合のみ計算を行なう。境界条件は、ghost cell法³⁾と同様、界面上で条件が満足されるよう境界のすぐ外の定義点の値を決定する。以下の計算では表面張力はないとし、垂直及び接線方向の応力がゼロ、すなわち、 n を水面法線方向座標、 s, t 、をそれぞれに直角な接線方向座標とし、 u_n, u_s, u_t をそれぞれの方向の速度成分とすると

$$\begin{aligned}\frac{\partial u_s}{\partial n} + \frac{\partial u_n}{\partial s} &= 0, \\ \frac{\partial u_t}{\partial n} + \frac{\partial u_n}{\partial t} &= 0, \\ \frac{\partial u_n}{\partial n} &= 0\end{aligned}\quad (1)$$

となるようghost cellの速度を与えた。

ステップ(iii)での界面位置の移動は界面をその法線方向に移動させる。一般的に界面の位置が

$$F(x, y, z) = 0 \quad (2)$$

で表わされるとするとその法線方向 $\nabla F / |\nabla F|$ になるが、今回の応用のように水面位置が水平位置 (x, y) の一価関数

$$z = \eta(x, y) \quad (3)$$

で表わされる場合、界面は鉛直方向に移動すればよいことになる。

以上の方法により、界面の移流方程式を解くことなく、

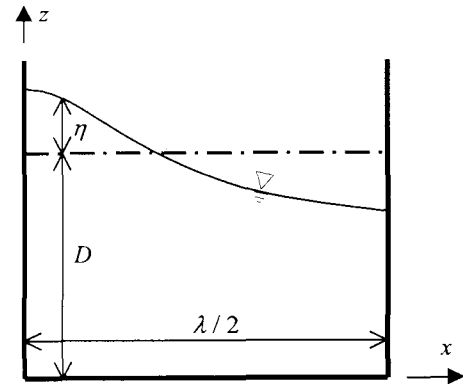


図-1 計算法検証のための Standing Wave

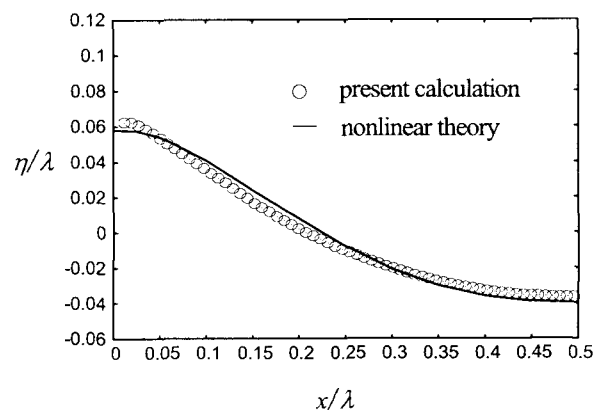


図-2 1周期後の水面形状

HSMAC法の反復段階で界面の位置が決定できる、すなわち、速度、圧力、それに界面位置を同時に計算することができる。本手法の特徴をまとめると次のようである。

1. 安定計算の難しい境界追跡方程式を解く必要がない。
2. 水面移動の計算と速度及び圧力の修正計算を同時に行うので、時間差による精度の低下がない。
3. 計算セルでの水面移動量は流量フラックスより計算するので全流体体積の保存性を制御できる。

3. 修正HSMAC法の検証

まず本手法の検証のため、自由水面流計算のテストケースとしてよく用いられるStanding wave に適用する。図-1のように、波の半周期($\lambda/2$)部を取り出すと、鉛直なすべり壁内の振動問題になる。水面変動が水深に比べ小さいと仮定すると次のような近似解が知られている⁴⁾

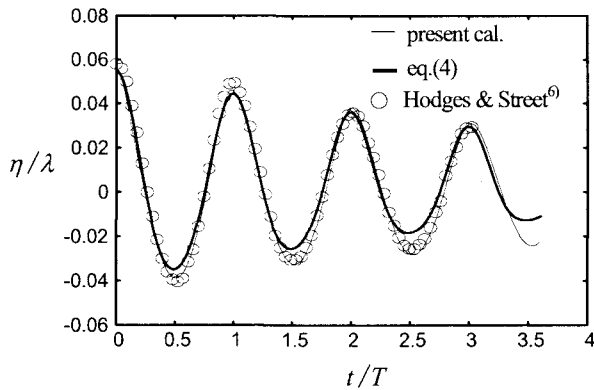


図-3 左端水深の時間変化

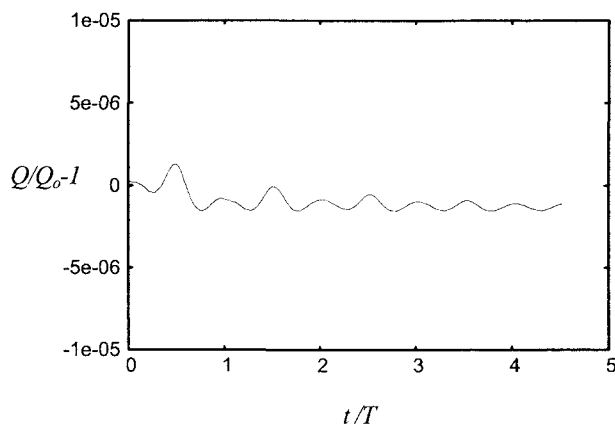


図-4 流体総体積の時間変化

$$\eta(x,t) = a \sin(kx) \sin(\sigma t) - \frac{1}{2} a \varepsilon \coth(kD) \cos(2kx) \left\{ \sin^2(\sigma t) - \frac{3 \cos(2\sigma t) + \tanh^2(kD)}{4 \sinh^2(kD)} \right\} \quad (4)$$

ここで η は時間 t ，水平位置 x における水面変位， D は平均水深， k ， σ はそれぞれ波数及び角周波数， ε は初期最大水面勾配である。

計算は $\varepsilon=0.3$ について初期水面形は(2)式で与え行なった。 $\varepsilon=0.33$ で波は崩れるのでこのテストケースは碎波のない範囲では水面変動の大きいものである。図-2はWave Reynolds数 $R_w = \sigma / \nu k^2 = 500$ で行なった計算結果を非線形理論と比べたものである。この場合レイノルズ数が多いので粘性の影響が小さく減衰も小さい。計算には 64×76 の様な直交格子が用いている。

図-3は水面変位の時間変動を示す。 $R_w=50$ ， $\varepsilon=0.3$ の計算結果を，理論解及びHodges & Street⁶⁾による計算結果と併せてプロットしてある。本計算結果は，粘性による減

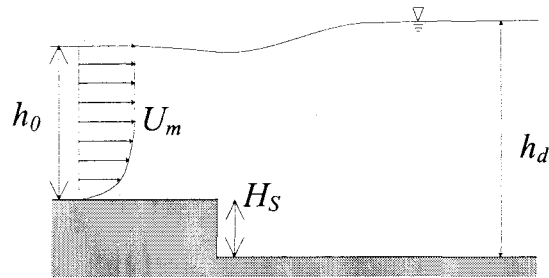


図-5 段落ち流れの概要

表-1 計算条件

上流 Re $U_m h_0 / \nu$	上流 Fr $U_m / \sqrt{g h_0}$	水路勾配 S_b	上流水深 h_0
4400	0.42	0.001	$2.2 H_s$

U_m : 上流での平均断面流速

衰を近似している理論解とは少しずれているが，Hodges & Street⁶⁾の計算結果と良く合っている。

図-4は流れ領域内の水の総量 Q を初期の値 Q_0 との比としてプロットしたもので，全体の質量保存の程度を表している。これは収束基準として平均流速と λ で無次元化した発散の平均値が 10^{-4} としたときの結果である。局所の水面移動を精度良く計算するlevel set法などでは全体の質量保存性は必ずしも良くないが，本手法では反復計算の収束基準のとり方で必要とする精度で保存させることができる。

4. 開水路段落ち流れのLES

ここでは上記の方法を開水路乱流のラージエディシミュレーションに適用する際の要領を説明する。格子は検証例と同様直交格子を用いる。格子スケール以下(SGS)の乱れは標準Smagorinskyモデル

$$\nu_G = (C_s \Delta)^2 |S| \quad (5)$$

により渦粘性を導入する(例えばPope⁷⁾)。ここで C_s はスマゴリンスキー定数(本計算では一定値の0.13)， Δ は格子幅の幾何平均， S は速度勾配テンソルである。SGS運動エネルギー k_G は

$$k_G = \frac{\nu_G}{(C_k \Delta)^2} \quad (6)$$

で与える。ただし C_k はモデル定数で本計算では0.094としている。底面近傍では渦粘性に減衰係数

$$1 - \exp(z^+ / 26) \quad (7)$$

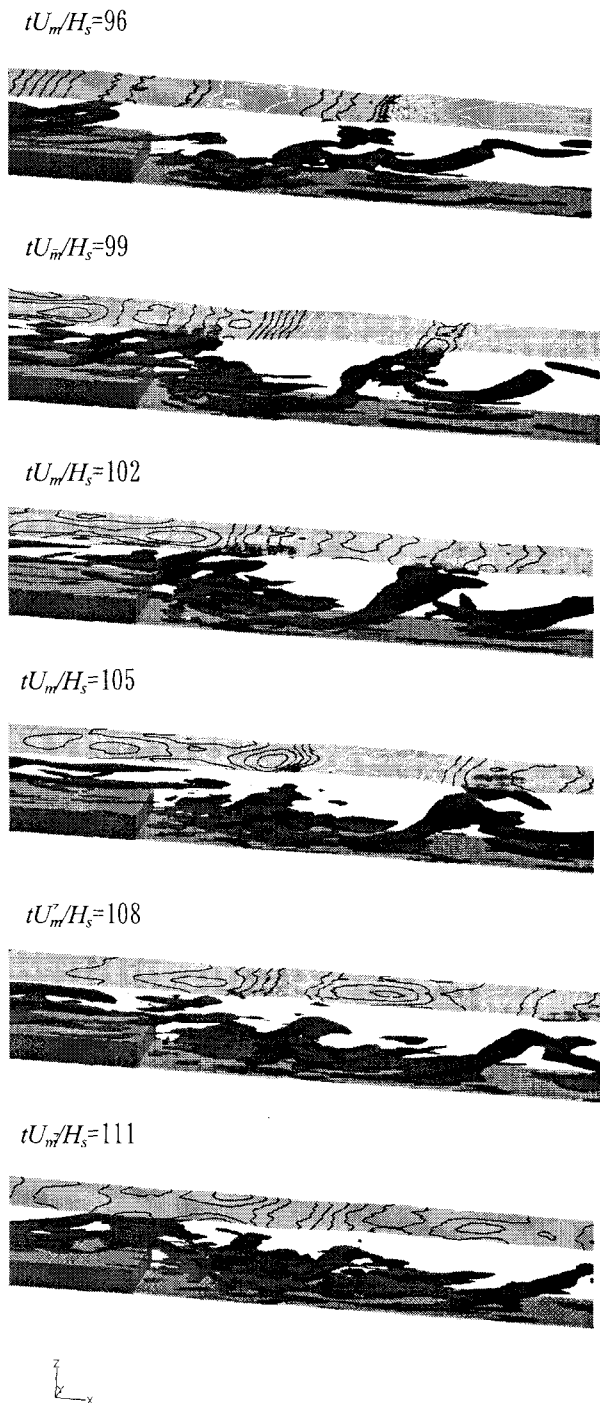


図-6 渦度等値面と水面の経時変化

を乗じる。この式中の壁面までの粘性距離 $z^+ = zu_* / \nu$ の評価には瞬時の底面せん断応力が必要であるが、これには底面から第1点目の計算点での分子粘性およびSGS応力の合計より評価する。今回の計算例ではレイノルズ数は比較的低く、しかも逆流を伴う流れであるので、減衰係数の評価は重要になる。

計算は図-5に示す段落ちを過ぎる流れについて行われた。水理条件は丸山⁸⁾の実験に近い値になるよう設定した。計算領域は、ステップ高さ H_s に対し、ステップの銃流側 $10H_s$ 、下流側 $20H_s$ 、横断方向に $5H_s$ との矩形領域である。用いた格子は $87 \times 50 \times 60$ の直交不等間隔格子で

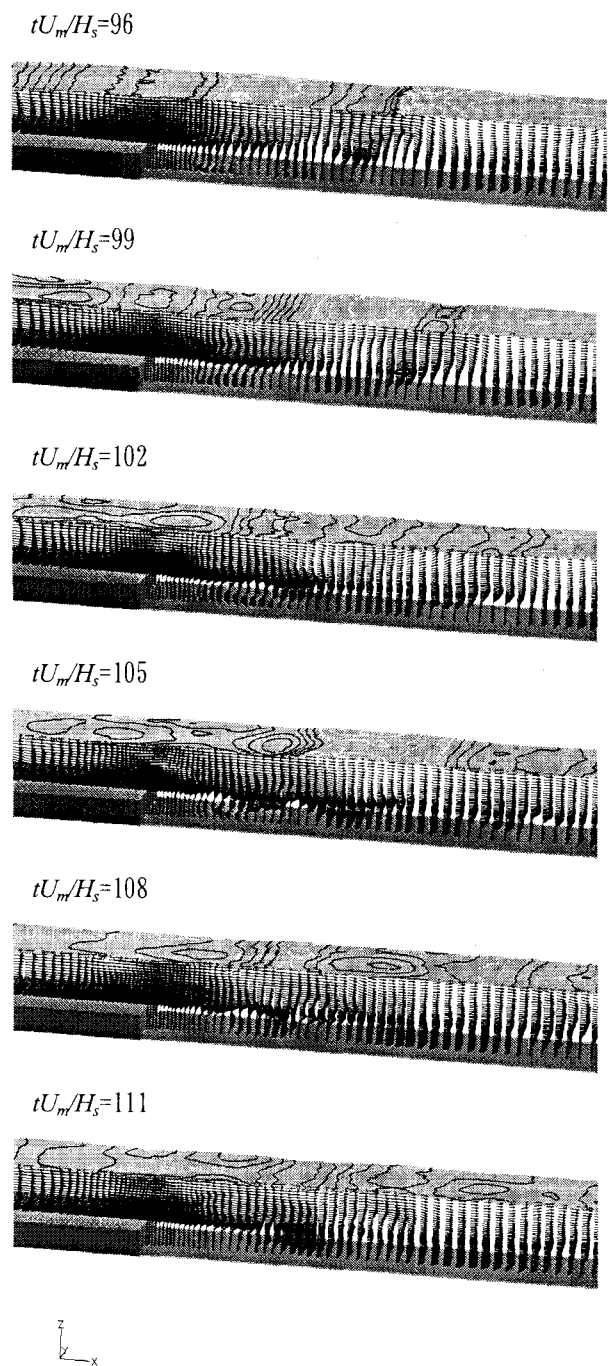


図-7 瞬時速度ベクトルと水面の経時変化

ある。底面近傍で密になるようにし、底面から第1点目の格子点の底面からの距離は粘性スケールで5以下であるので、壁面条件に粘着条件を用いて問題ない。

その他の境界では、流入部で対数則分布に変動を重ねたもの、下流端では自由流出条件を設定している。下流端での水深は固定せず、初期条件の仮定と水路勾配および流入流量の調節により決まるようにしてある。初期条件に流れ全体が常流を適用すると本計算のフルード数では常流に保たれる。流入部での変動は下流端での変動にスケール比を考慮して流入部の変動としている。横方向幅は格子点数の関係で平均水深の約2倍と十分ではない

が周期条件を課すことにより側壁による拘束を排除している。水面では前節の検証例と同様水面での応力ゼロの条件である。

計算は仮定された一様流の初期状態からはじめ無次元時間 $tUm/H_s=50$ まで序走計算を行った後、瞬時及び統計量の結果を計算結果とした。

5. 計算結果

ラージ・エディ・シミュレーションでは計算格子で解像可能な乱流は直接計算するので、流れの瞬時構造が捉えられことである。レイノルズ平均式を解く方法では得られない情報で、貴重な結果である。

図-6に計算で得られた瞬時の渦構造と水面変動結果を示す。また 図-7は対応する時間での水路中心鉛直断面での流速分布の時間変動を示す。これらの図で瞬時の水面形を間隔 $0.25H_s$ 等高線で表している。白線は盛り上がった部分、黒線は下がった部分を表す。段落ち下流での渦構造は最付着点近傍から発生するボイル渦で特徴付けられる (Nezu & Nakagawa⁹⁾)。図-6はステップ上流でのストリーク状の渦、ステップ下流逆流域での不規則な3次元的渦で、それに再付着点近傍からでるボイル渦の生成状況を示している。

水面変動はこのボイル渦が水面に到達する過程に関係しているが、渦で押された水面変動は上下流に伝播していく様子も見て取れる。また図-7から水面近傍で減速している部分で水面が盛り上がり、加速している部分でへこむ傾向がある。これらはこれまでの実験結果の考察と対応しているが、LESにより、より詳細に水面と渦構造の検証が可能になる。

平均流速分布は、図-8に実験結果⁸⁾と比較している。全体的に大きくはずれていないものの多少差がみられる。これは実験値のステップ直上で速度欠損が下流に伝わったの見られるが、壁との干渉あるいは位置算定誤差とも考えられる。筆者ら¹⁰⁾が行なった乱流モデルを用いた計算では結果はモデルに依存するが、信頼性の良いとされている $k-\omega$ モデルを用いた結果¹¹⁾は本LES計算と同様な結果である。乱流モデルを用いた計算ではモデルに大きく依存することが分かっているが、本シミュレーションでは剥離領域の長さなど再現性は良好であることが分かる。

図-9に平均水面形状、図-10に水面変動のRMS値 h' の分布を示している。図-9の dH は平均水面位置 $z=H$ のステップの位置 $x=0$ からのずれである。これまで正確な水面形状の計測はなされていないものの、今回のような $Fr=0.4$ 程度の流れの場合ステップすぐ下流でやや下がり、逆流域の下流あたりから増加しステップ高さの数パーセ

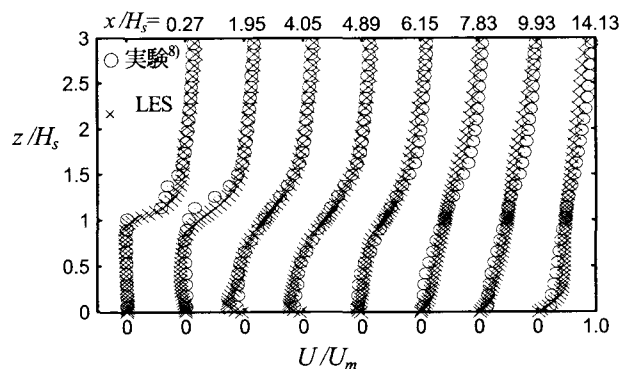


図-8 平均流速分布

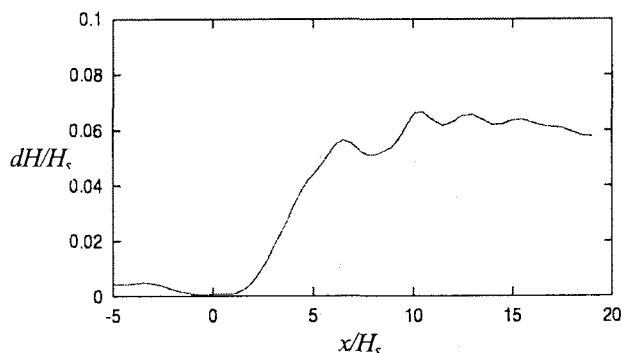


図-9 平均水面形状

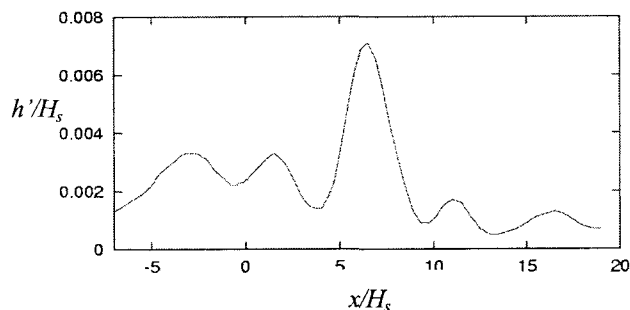


図-10 水面変動のRMS値

ント上昇することが知られている。本LES計算でもこういった計測結果にも合う結果となっている。

以上の計算結果から今回開発された計算法は基礎式を忠実に積分して求められるもので、合理的解析法であり、実験値もほぼ再現できるものと判断できる。乱流応力の予測性能については更に比較検証が必要である。

6. まとめ

自由水面流の数値計算で、HSMAC 法を修正し、圧力と速度の反復修正段階で水面位置を算定する方法を提案

し、非定常3次元自由水面流の計算に適用した。この方法では界面追跡の方程式が不要で、速度場の算定と同時に自由界面の位置が安定に計算でき、流体体積の保存性も確保される。開水路乱流のベンチマーク流れである段落ち流れのLES計算に適用したが、既往の実験あるいは、計算結果と比較し、瞬時、平均流れとも良好に計算できた。乱流モデルを用いた計算結果に比べ瞬時流れ場の再現などその有用性が示された。本手法では水面から水滴が飛散したり気泡が混入するような場合は計算出来ないものの、弱い跳水の起きる遷移流れなどの開水路乱流のシミュレーションへの適用は可能で発展性が期待される。

参考文献

- 1) Ferziger, J.H. and Peric, M.: *Computational Methods for Fluid Dynamics*, Berlin, Springer 1997.
- 2) Sussman, M., Smereka, E. and Osher, S.: A level set approach for computing solutions to incompressible two-phase flow. *J. Comp. Phys.*, 114, pp.146-159, 1994.
- 3) Hirt, C.W. and Nichols, B.D.: Volume of Fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries, *J. Comp. Phys.* Vol.39, pp.201-225, 1981.
- 4) Yabe, T. and Aoki, T.: A universal solver for hyperbolic equations by cubic-polynomial interpolation I. One-dimensional solver, *Comput. Phys. Commun.*, Vol 66, pp.219-232, 1991.
- 5) Tseng, Y.-H. and Ferziger, J.H.: LES of 3-D turbulent wavy boundary flow: validation of a ghost-cell immersed boundary method, *Proc. third International Symposium on Turbulent Shear Flow Phenomena*, Vol.III, pp.935-940, 2003.
- 6) Hodges, B. R. and Street, R. L.: On Simulation of Turbulent Nonlinear Free-Surface Flows, *J. Comput. Phys.* 151, 1999.
- 7) Pope, S. B.: *Turbulent Flows*, Cambridge University Press, Cambridge, 2000.
- 8) 丸山達弥：局所的な河床変化を有する開水路流れに関する研究、神戸大学大学院修士論文、2002.
- 9) Nezu, I. and Nakagawa, H.: Turbulent structure of backward-facing step flow and coherent vortex shedding from reattachment in open channel flows. *Turbulent Shear Flows* 6, pp.313-337, 1989.
- 10) 高橋香織, 中瀬幸典, 中山 昭彦: 水面変動を考慮した開水路段落ち流れの数値計算, 平成14年度土木学会関西支部年次学術講演概要, II-44, 2002.
- 11) 中山 昭彦, 横嶋 哲: 開水路乱流予測計算における低レイノルズ数2方程式乱流モデルの実用性, 土木学会論文集, No. 684/II-56, pp. 141-153, 2001.

(2004. 9. 30 受付)