

一般座標系での主流の流速分布変化を考慮した 湾曲流の水深積分モデルとその検証

DEPTH AVERAGED MODEL CONSIDERING TRANSFORMATION OF
DOWNSTREAM VELOCITY IN CURVED CHANNEL IN GENERALIZED
CURVILINEAR COORDINATE SYSTEM AND ITS VERIFICATION

音田 慎一郎¹・細田 尚²・木村 一郎³

Shinichiro ONDA, Takashi HOSODA and Ichiro KIMURA

¹学生員 修(工) 京都大学大学院 工学研究科土木工学専攻博士課程 (〒606-8501 京都市左京区吉田本町)

²正会員 工博 京都大学大学院教授 工学研究科都市社会工学専攻 (〒606-8501 京都市左京区吉田本町)

³正会員 博(工) 松江工業高等専門学校助教授 環境・建設工学科 (〒690-8518 松江市西生馬町14-4)

In curved channels, velocity distribution in the downstream direction is transformed by the secondary currents and the momentum transport is affected with redistribution of downstream velocity. Therefore, it is necessary to include the transformation of downstream velocity in a depth averaged flow model in order to predict the river flows and channel processes effectively. In this study, 2-D model considering the transformation of the downstream velocity is derived and is verified by comparing with the experimental and 3-D results.

Key Words : *depth averaged flow model, transformation of downstream velocity, secondary currents, generalized curvilinear coordinate system*

1. はじめに

河川、河道計画を策定する際、実用性の観点から平面2次元モデルを用いた河川流、河床変動解析が汎用的となってきた。その際、河道湾曲部或いは蛇行部では、2次流が生じるため、運動量輸送や底面せん断応力の評価に2次流の影響を考慮する必要がある。

2次流のモデル化として一般的なものはEngelundモデル¹⁾である。Engelundは、直交曲線座標系での運動方程式において、主流方向には定常等流を仮定し、主流方向流速の分布形を求めた。さらに、主流方向流速分布を横断方向の運動方程式に代入して、遠心力と圧力差に起因する2次流の分布形を導いた。

上記のモデルは、2次流が流線の湾曲に遅れずに追隨する場合について検討したものであるが、主流に対する2次流の遅れを考慮する必要性が指摘された^{2, 3)}。そこで、細田ら⁴⁾は2次流及び2次流による横断方向の運動量輸送を水深積分モデルに組み込む方法を提案し、主流と2次流の遅れを考慮しない場合と遅れを考慮した場合の定式化を示した。但し、2次流による運動量輸送などを算定する際に必要となる流速分布の評価には、Engelundモデルを適用している。

一方、石川・金⁵⁾は、2次流強度の縦断変化を解析する手法の確立を目的として、層流での1次元解析法の定

式化を示している。彼らはまず、一様湾曲水路を対象に行われた実験データを考察することで、主流と2次流の干渉が2次流強度に大きな影響を及ぼすことを指摘し、Navier-Stokes式中の主要項に移流項を考慮してモデル化した。さらに、導かれたモデルを一様湾曲水路及び蛇行水路の実験結果と比較することでモデルの適合性を検証した。また、石川ら⁶⁾は上記の手法を発展させ、2次流による運動量輸送機構を組み込んだ平面2次元解析法の改良を行っている。Blanckaert⁷⁾は、急激な一様湾曲水路において実験を行い、石川・金と同様、2次流によって主流方向流速が再分配され、最大流速点のdipが起こることを指摘した。さらに、実験データを用いて運動方程式の各項のオーダーを比較することで、どの項が主流流速の変形に重要な役割を果たすか詳細に検討した。

このように、一様湾曲水路や蛇行水路において見られる流速分布の一様化や最大流速点のdipは、運動量輸送に大きな影響を及ぼすと考えられる。従って、実河川の流れや土砂輸送を精度よく予測するためには、主流の流速分布変化を考慮したモデルを水深積分モデルに組み込むことが必要となる。しかし、上記のモデルでは解析法が複雑なため水深積分モデルに組み込むことが困難なもの、2次流による主流流速の変化を考慮しているものの、最大流速点のdipまでは再現できないものがあり、一般的なモデルは少ない。

そこで本研究では、水深積分モデルの高精度化を目的として、平面2次元モデルに組み込み易いEngelundモデルを発展させ、2次流による主流の流速分布変化を考慮したモデル化について検討する。導かれたモデルを連続蛇行水路の実験に適用し、モデルの妥当性を検証する。

2. 主流の流速分布変化を考慮したモデル化

(1) 誘導過程

まず、Engelundが主流方向において定常等流と仮定した運動方程式を式(1)に示す。流線に沿う方向を s 軸、流線と直交方向を n 軸、鉛直方向を z 軸とする。

$$g \sin \theta + \frac{\partial}{\partial z} \left(\varepsilon_e \frac{\partial u_s}{\partial z} \right) = 0 \quad (1)$$

ここに、 u_s ：主流方向流速、 g ：重力加速度、 θ ：路床勾配、 ε_e ：渦動粘性係数、本研究では簡単のため等流から求められる値を用いる（ $=\beta h u_s$ 、 $\beta=0.077$ ）。

Blanckaertは、急激な一様湾曲水路において実験を行い、式(1)では、2次流による主流流速の変形がモデル化されておらず、主流方向の運動方程式において、移流項（式(1)の左辺に加えるため）とする。 r ：曲率半径）

$$-(u_n \partial u_s / \partial n + u_s u_n / r)$$

が主流方向流速の再分配に大きな役割を果たすことを指摘した。さらに彼は、 u_s が n のべき乗則で表されると考えて、第1項を

$$\partial u_s / \partial n = \alpha_s u_s / r \quad (2)$$

のように置き換え、主流方向流速分布を導いた。

本研究では、Engelundモデルを応用し、上記の移流項を加えた運動方程式から主流と2次流の干渉を考慮したモデル化について検討する。但し、Blanckaertの検討を踏まえ、上記の移流項のうち $-u_s u_n / r$ だけを加える。この物理的機構は図-1を用いて次のように説明される。湾曲部では、2次流の影響によって表層では外岸側に、下層では内岸側に流れの向きを有する。そのとき、両層とも、 u_s 、 r は正であるが、 u_n については表層、下層でそれぞれ正、負となり、 $-u_s u_n / r$ 全体として負、正となる。その結果、表層では主流流速を減速させ、逆に下層では加速させ、流速分布が一様化する。

s 及び n 方向流速の分布形を式(3)、(4)のように相対水深 ζ に関する7次のべき乗表示で仮定する。これは、上記のEngelundモデルにおいて s 及び n 方向流速の分布形がそれぞれ相対水深 ζ の2次、6次関数で表されるため、その発展として7次で表記した。

$$\frac{u_s}{U_s} = C_0 + C_1 \zeta + C_2 \zeta^2 + C_3 \zeta^3 + C_4 \zeta^4 + C_5 \zeta^5 + C_6 \zeta^6 + C_7 \zeta^7 \quad (3)$$

$$\frac{u_n}{U_s} = D_0 + D_1 \zeta + D_2 \zeta^2 + D_3 \zeta^3 + D_4 \zeta^4 + D_5 \zeta^5 + D_6 \zeta^6 + D_7 \zeta^7 \quad (4)$$

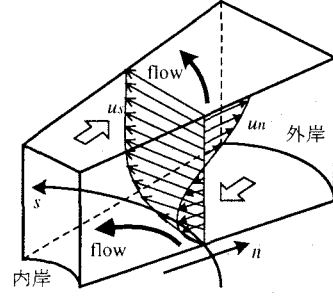


図-1 概念図

ここに、 U_s は水深平均流速である。

式(3)、(4)を s 方向の運動方程式

$$-\frac{u_s u_n}{r} + g \sin \theta + \frac{\partial}{\partial z} \left(\varepsilon_e \frac{\partial u_s}{\partial z} \right) = 0 \quad (5)$$

に代入し、以下の境界条件

$$\varepsilon_e \partial u_s / \partial z|_{z=h} = 0$$

のもとで z 軸方向に積分し、整理すると次式となる。

$$\begin{aligned} u_s - u_{sb} - \frac{u_s^2 h}{\varepsilon_e} \left(\zeta - \frac{\zeta^2}{2} \right) &+ \frac{h^2 U_s^2}{\varepsilon_e r} \left[\left\{ C_0 D_0 + \frac{1}{2} (C_0 D_1 + C_1 D_0) + \frac{1}{3} (C_0 D_2 + C_1 D_1 + C_2 D_0) + \frac{1}{4} (C_0 D_3 + C_1 D_2 + C_2 D_1 + C_3 D_0) \right. \right. \\ &+ \frac{1}{5} (C_0 D_4 + C_1 D_3 + C_2 D_2 + C_3 D_1 + C_4 D_0) \\ &+ \frac{1}{6} (C_0 D_5 + C_1 D_4 + C_2 D_3 + C_3 D_2 + C_4 D_1 + C_5 D_0) \\ &+ \frac{1}{7} (C_0 D_6 + C_1 D_5 + C_2 D_4 + C_3 D_3 + C_4 D_2 + C_5 D_1 + C_6 D_0) \\ &+ \frac{1}{8} (C_0 D_7 + C_1 D_6 + C_2 D_5 + C_3 D_4 + C_4 D_3 + C_5 D_2 + C_6 D_1 + C_7 D_0) \Big\} \zeta \\ &+ \left\{ -\frac{C_0 D_0}{2} \right\} \zeta^2 + \left\{ -\frac{1}{6} (C_0 D_1 + C_1 D_0) \right\} \zeta^3 \\ &+ \left\{ -\frac{1}{12} (C_0 D_2 + C_1 D_1 + C_2 D_0) \right\} \zeta^4 \\ &+ \left\{ -\frac{1}{20} (C_0 D_3 + C_1 D_2 + C_2 D_1 + C_3 D_0) \right\} \zeta^5 \\ &+ \left\{ -\frac{1}{30} (C_0 D_4 + C_1 D_3 + C_2 D_2 + C_3 D_1 + C_4 D_0) \right\} \zeta^6 \\ &+ \left\{ -\frac{1}{42} (C_0 D_5 + C_1 D_4 + C_2 D_3 + C_3 D_2 + C_4 D_1 + C_5 D_0) \right\} \zeta^7 \Big] = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

次に、 n 方向流速の分布形を誘導する。 n 方向の運動方程式において主要項を取り出すと式(7)となる。但し式(7)において、圧力分布には静水压を仮定する。

$$\frac{u_s^2}{r} + \varepsilon_e \frac{\partial^2 u_n}{\partial z^2} - g \frac{\partial h}{\partial r} = 0 \quad (7)$$

式(3)、(4)を式(7)に代入し、以下の境界条件

$$\varepsilon_e \partial u_n / \partial z|_{z=h} = 0, \quad u_{nb} = \beta r h \partial u_n / \partial z|_{z=0}$$

のもとで式(7)を積分すると式(8)が得られる。

$$\frac{h U_s^2}{r} \left\{ C_0^2 \zeta + C_0 C_1 \zeta^2 + \frac{1}{3} (2 C_0 C_2 + C_1^2) \zeta^3 \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{2}(C_0 C_3 + C_1 C_2) \zeta^4 + \frac{1}{5}(2C_0 C_4 + 2C_1 C_3 + C_2^2) \zeta^5 \\
& + \frac{1}{3}(C_0 C_5 + C_1 C_4 + C_2 C_3) \zeta^6 \\
& + \frac{1}{7}(2C_0 C_6 + 2C_1 C_5 + 2C_2 C_4 + C_3^2) \zeta^7 \\
& + \frac{1}{4}(C_0 C_7 + C_1 C_6 + C_2 C_5 + C_3 C_4) \zeta^8 \Big\} \\
& + \beta h u_* \left(\frac{\partial u_n}{\partial z} - \frac{u_{nb}}{\beta h r_*} \right) - g \frac{\partial h}{\partial n} z = 0 \quad (8)
\end{aligned}$$

ここで、式(7)を0から h まで積分した式を用いて式(8)の最終項を消去し、さらに式(8)を z 方向に積分すると、式(9)が得られる。

$$\begin{aligned}
\frac{u_n}{U_s} &= \frac{u_{nb}}{U_s} + \frac{1}{\beta r_*} \frac{u_{nb}}{U_s} \zeta \\
& - \frac{1}{\beta h u_*} \frac{1}{U_s} \left[-\frac{1}{2} \frac{h^2 U_s^2}{r} \left\{ C_0 C_1 + \frac{1}{3}(2C_0 C_2 + C_1^2) \right. \right. \\
& + \frac{1}{2}(C_0 C_3 + C_1 C_2) + \frac{1}{5}(2C_0 C_4 + 2C_1 C_3 + C_2^2) + \frac{1}{3}(C_0 C_5 \\
& + C_1 C_4 + C_2 C_3) + \frac{1}{7}(2C_0 C_6 + 2C_1 C_5 + 2C_2 C_4 + C_3^2) \\
& \left. \left. + \frac{1}{4}(C_0 C_7 + C_1 C_6 + C_2 C_5 + C_3 C_4) \right\} + \frac{h u_* u_{nb}}{2 r_*} \right] \zeta^2 \\
& - \frac{1}{\beta h u_*} \frac{1}{U_s} \frac{h^2 U_s^2}{r} \frac{1}{3} C_0 C_1 \zeta^3 \\
& - \frac{1}{\beta h u_*} \frac{1}{U_s} \frac{h^2 U_s^2}{r} \frac{1}{12} (2C_0 C_2 + C_1^2) \zeta^4 \\
& - \frac{1}{\beta h u_*} \frac{1}{U_s} \frac{h^2 U_s^2}{r} \frac{1}{10} (C_0 C_3 + C_1 C_2) \zeta^5 \\
& - \frac{1}{\beta h u_*} \frac{1}{U_s} \frac{h^2 U_s^2}{r} \frac{1}{30} (2C_0 C_4 + 2C_1 C_3 + C_2^2) \zeta^6 \\
& - \frac{1}{\beta h u_*} \frac{1}{U_s} \frac{h^2 U_s^2}{r} \frac{1}{21} (C_0 C_5 + C_1 C_4 + C_2 C_3) \zeta^7 \quad (9)
\end{aligned}$$

また、 s , n 方向流速が以下の関係を満足することから式(10), (11)が求められる。

$$\begin{aligned}
h U_s &= \int_{z_b}^s u_s dz, \quad \int_{z_b}^s u_n dz = 0 \\
C_0 + \frac{1}{2} C_1 + \frac{1}{3} C_2 + \frac{1}{4} C_3 + \frac{1}{5} C_4 \\
& + \frac{1}{6} C_5 + \frac{1}{7} C_6 + \frac{1}{8} C_7 = 1 \quad (10)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
D_0 + \frac{1}{2} D_1 + \frac{1}{3} D_2 + \frac{1}{4} D_3 + \frac{1}{5} D_4 \\
+ \frac{1}{6} D_5 + \frac{1}{7} D_6 + \frac{1}{8} D_7 = 0 \quad (11)
\end{aligned}$$

式(3), (4)と式(6), (9)を比較することにより、式(3), (4)中の係数について以下の関係式が導かれる。

$$C_0 = \frac{u_{sb}}{U_s} = \frac{r_* u_*}{U_s} \quad (12a)$$

$$\begin{aligned}
C_1 &= \frac{C_0}{\beta r_*} - \delta [C_0 D_0 \\
& + \frac{1}{2}(C_0 D_1 + C_1 D_0) + \frac{1}{3}(C_0 D_2 + C_1 D_1 + C_2 D_0)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{4}(C_0 D_3 + C_1 D_2 + C_2 D_1 + C_3 D_0) \\
& + \frac{1}{5}(C_0 D_4 + C_1 D_3 + C_2 D_2 + C_3 D_1 + C_4 D_0) \\
& + \frac{1}{6}(C_0 D_5 + C_1 D_4 + C_2 D_3 + C_3 D_2 + C_4 D_1 + C_5 D_0) \\
& + \frac{1}{7}(C_0 D_6 + C_1 D_5 + C_2 D_4 + C_3 D_3 + C_4 D_2 \\
& + C_5 D_1 + C_6 D_0) + \frac{1}{8}(C_0 D_7 + C_1 D_6 + C_2 D_5 \\
& + C_3 D_4 + C_4 D_3 + C_5 D_2 + C_6 D_1 + C_7 D_0) \Big] \quad (12b)
\end{aligned}$$

$$C_2 = -\frac{1}{2} \frac{C_0}{\beta r_*} + \frac{1}{2} \delta C_0 D_0 \quad (12c)$$

$$C_3 = \frac{1}{6} \delta (C_0 D_1 + C_1 D_0) \quad (12d)$$

$$C_4 = \frac{1}{12} \delta (C_0 D_2 + C_1 D_1 + C_2 D_0) \quad (12e)$$

$$C_5 = \frac{1}{20} \delta (C_0 D_3 + C_1 D_2 + C_2 D_1 + C_3 D_0) \quad (12f)$$

$$C_6 = \frac{1}{30} \delta (C_0 D_4 + C_1 D_3 + C_2 D_2 + C_3 D_1 + C_4 D_0) \quad (12g)$$

$$\begin{aligned}
C_7 &= \frac{1}{42} \delta (C_0 D_5 + C_1 D_4 + C_2 D_3 \\
& + C_3 D_2 + C_4 D_1 + C_5 D_0) \quad (12h)
\end{aligned}$$

$$D_0 = \frac{u_{nb}}{U_s} \quad (13a)$$

$$D_1 = \frac{D_0}{\beta r_*} \quad (13b)$$

$$\begin{aligned}
D_2 &= \frac{1}{2} \delta \left[C_0 C_1 + \frac{2}{3} C_0 C_2 + \frac{1}{3} C_1^2 + \frac{1}{2} C_0 C_3 + \frac{1}{2} C_1 C_2 \right. \\
& + \frac{2}{5} C_0 C_4 + \frac{2}{5} C_1 C_3 + \frac{1}{5} C_2^2 + \frac{1}{3} C_0 C_5 + \frac{1}{3} C_1 C_4 + \frac{1}{3} C_2 C_3 \\
& + \frac{2}{7} C_0 C_6 + \frac{2}{7} C_1 C_5 + \frac{2}{7} C_2 C_4 + \frac{1}{7} C_3^2 + \frac{1}{4} C_0 C_7 + \frac{1}{4} C_1 C_6 \\
& \left. + \frac{1}{4} C_2 C_5 + \frac{1}{4} C_3 C_4 \right] - \frac{1}{2} \frac{D_0}{\beta r_*} \quad (13c)
\end{aligned}$$

$$D_3 = -\frac{1}{3} \delta C_0 C_1 \quad (13d)$$

$$D_4 = -\frac{1}{12} \delta (2C_0 C_2 + C_1^2) \quad (13e)$$

$$D_5 = -\frac{1}{10} \delta (C_0 C_3 + C_1 C_2) \quad (13f)$$

$$D_6 = -\frac{1}{30} \delta (2C_0 C_4 + 2C_1 C_3 + C_2^2) \quad (13g)$$

$$D_7 = -\frac{1}{21} \delta (C_0 C_5 + C_1 C_4 + C_2 C_3) \quad (13h)$$

ここに、 $\delta = h U_s / \beta u_* r$ である。上記のモデルを一般座標系へ変換する方法は参考文献⁴⁾に記載されているため、ここでは紙面の都合上省略する。

(2) 流速分布の計算手順

式(12), (13)中の δ 及び r_* を既知量とする。そのとき、係数 $C_0 \sim C_7$, $D_0 \sim D_7$ を求める計算手順は以下のようになる。ここでは、簡易に求めることを考える。

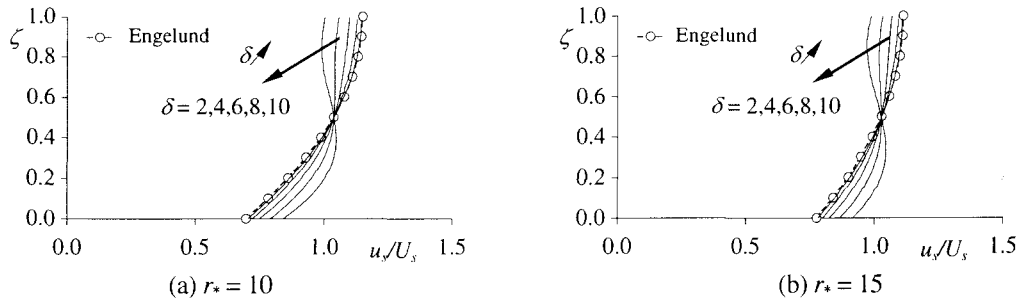


図-2 主流方向の流速分布

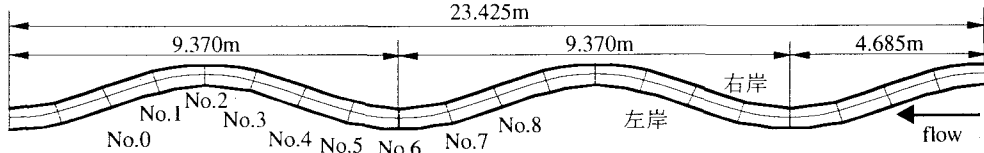


図-3(a) 実験水路の形状

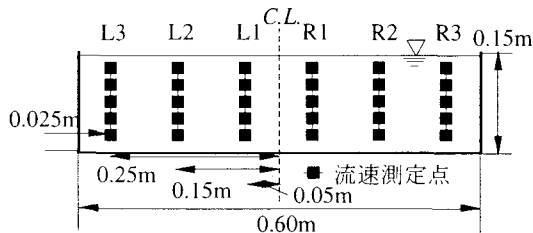


図-3(b) 実験水路の断面図

表-1 実験の水理量

Q (m^3/s)	h (m)	B (m)	U_m (m/s)	$\sin\theta$	Fr
0.04	0.143	0.6	0.47	1/2000	0.4

Q : 流量, h : 水深, B : 水路幅, U_m : 平均流速, $\sin\theta$: 水路勾配, Fr : フルード数

- 1) 係数 C において, δ を0とした式(12a)-(12c), 式(10)より C_0 , C_1 , C_2 を求める.
- 2) 得られた C 及び δ を式(13)に代入し, 式(11)を満足するように $D_0 \sim D_7$ を計算する.
- 3) $D_0 \sim D_7$ 及び δ を式(12)に代入し, 再度 $C_0 \sim C_7$ を求める. 但し, このままでは平均流速の関係式(10)を満足しないため, 式(10)及び以下の関係式を満たすよう C_0 , C_1 を求め直す.

$$\varepsilon_e \partial u_s / \partial z|_{z=0} = u_s^2$$

ここで, 手順1), 2)で求められる係数を用いて計算した流速分布形はEngelundモデルと一致する.

(3) 流速分布の基本的特性

本モデルにおける流速分布形の基本的特性について考察する. 図-2は, 式(12), (13)中の δ 及び r_* を変化させ, 主流方向流速分布について比較したものである. 図をみると, パラメータ δ の値が小さいとき, 主流方向流速は等流の分布(Engelundモデル)とほぼ一致しているが, δ の値が大きくなると, 2次流の影響が強くなり, 主流方向流速が変形することがわかる. その結果, 流速分布の一様化或いは最大流速点のdipが生じている.

3. モデルの適用

本モデルを国土技術研究センターによって行われた連続蛇行水路実験⁸⁾に適用し, モデルの妥当性を検証する. 実験水路の諸元及び実験条件を図-3, 表-1に示す. 計測区間はNo.8からNo.0であり(図-3(a)), 水位, 流速はそれぞれポイントゲージ, 電磁流速計で測定されている. 断面内の流速の測定点を図-3(b)に示す.

実験結果と比較する場合, 流速分布式中の係数 C , D を計算するには, δ の値が必要となる. そこで便宜的ではあるが, 細田らがEngelundモデルを2次流モデルに組み込んだ平面2次元モデル⁴⁾を用いて数値解析を行い, その結果から各格子点における δ の値を算出した. その際, 主流と2次流の遅れを考慮する場合としない場合が考えられるが, 本研究では位相差を考慮していないため, 遅れを考慮しないモデルを適用した. 基礎式については, 紙面の都合上省略する.

4. 3次元数値解析⁹⁾

3次元数値解析についても検討する. 移動一般曲線座標系での基礎式を記述すると以下ようになる. 本モデルは水制周りの流れなどにも適用され, 再現性が検証されている.

[連続式]

$$\frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial V^a \sqrt{g}}{\partial \xi^a} = 0 \quad (14)$$

[運動方程式]

$$\begin{aligned} \frac{\partial V^i}{\partial t} + \nabla_j [V^i (V^j - W^j)] + V^i \nabla_j W^j + V^j \nabla_j W^i \\ = F^i - \frac{1}{\rho} g^ij \nabla_j p + \nabla_j \left[-\overline{v^i v^j} \right] + 2W_j S^{ij} \end{aligned} \quad (15)$$

[$k-\varepsilon$ 方程式]

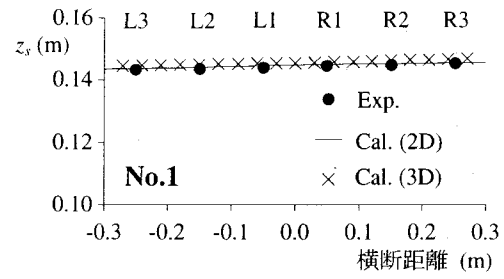
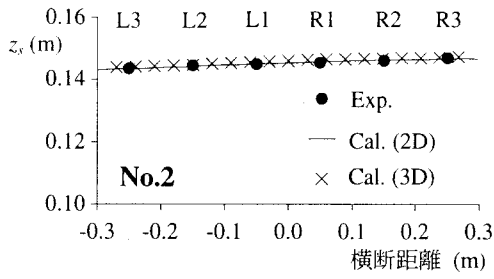


図-4 水位の横断分布の比較

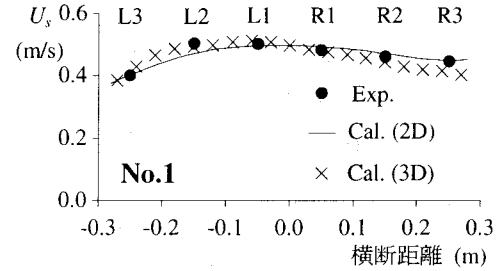
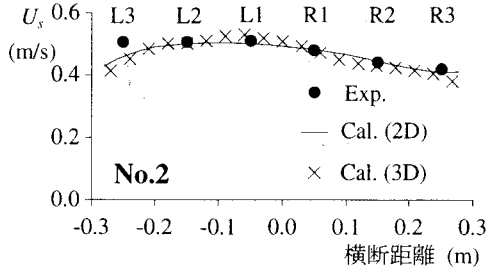


図-5 水深平均流速の横断分布の比較

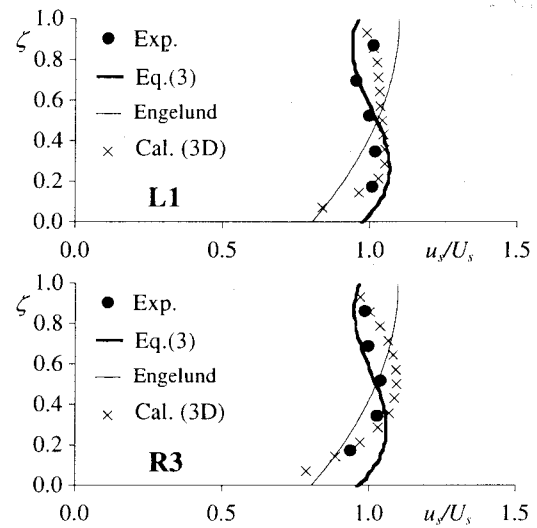
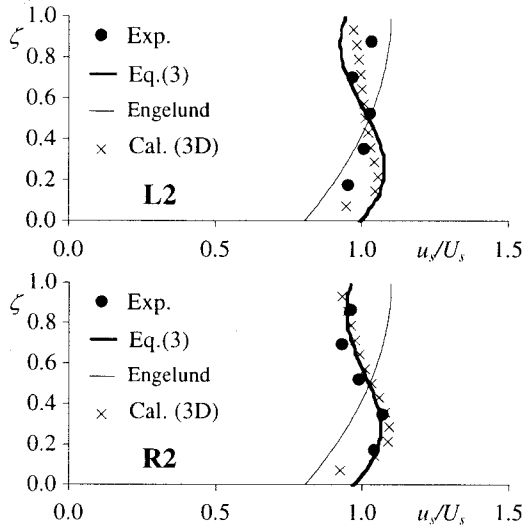


図-6 No.2断面における流速分布の比較

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \nabla_j [k(V^j - W^j)] + k \nabla_j W^j = -g_{ij} \overline{v^i v^j} \nabla_j V^i - \varepsilon + \nabla_j \left\{ \left(\frac{D_i}{\sigma_k} + \nu \right) g^{ij} \nabla_j k \right\} \quad (16)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \nabla_j [\varepsilon(V^j - W^j)] + \varepsilon \nabla_j W^j = -C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} g_{ij} \overline{v^i v^j} \nabla_j V^i - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k} + \nabla_j \left\{ \left(\frac{D_i}{\sigma_k} + \nu \right) g^{ij} \nabla_j \varepsilon \right\} \quad (17)$$

ここに、 ξ^i : 計算空間の座標、 t : 時間、 V^j : 流速ベクトルの反変成分、 W^j : 格子移動速度ベクトルの反変成分、 v^j : 乱れ速度ベクトルの反変成分、 p : 圧力、 ν : 動粘性係数、 k : 乱れエネルギー、 ε : 乱れエネルギー散逸率、 F^j : 重力ベクトルの反変成分、 g_{ij} 、 g^{ij} : 計量テンソルの共変成分及び反変成分、 $g = \det[g_{ij}]$ 、 ∇_j : 共変微分、 Γ_{ij}^k はクリストッフェルの記号である。

乱流モデルには、高レイノルズ数型2次非線形 k - ε モデルを用いる¹⁰⁾。

$$-\overline{v^i v^j} = D_i S^{ij} - \frac{2}{3} k g^{ij} - \frac{k}{\varepsilon} D_i [\alpha_1 Q_1 + \alpha_2 Q_2 + \alpha_3 Q_3] \quad (18)$$

$$D_i = C_\mu k^2 / \varepsilon \quad (19)$$

$$Q_1 = S^{i\alpha} g_{\alpha i} \Omega^{ij} + S^{j\beta} g_{\beta j} \Omega^{ii} \quad (20)$$

$$Q_2 = S^{i\alpha} g_{\alpha i} S^{lj} - S^{k\alpha} g_{\alpha n} S^{m\beta} g_{\beta k} \delta_i^j g^{lj} / 3 \quad (21)$$

$$Q_3 = \Omega^{i\alpha} g_{\alpha i} \Omega^{lj} - \Omega^{k\alpha} g_{\alpha n} \Omega^{m\beta} g_{\beta k} \delta_i^j g^{lj} / 3 \quad (22)$$

$$S^{ij} = g^{ja} \nabla_a V^i + g^{ia} \nabla_a V^j, \quad \Omega^{ij} = g^{ja} \nabla_a V^i - g^{ia} \nabla_a V^j \quad (23)$$

モデル係数は、ストレインパラメータ S と、ローテーションパラメータ Ω の次のような関数で与える。

$$\alpha_1 = -0.1325 f_M, \alpha_2 = 0.0675 f_M, \alpha_3 = -0.0675 f_M \quad (24)$$

$$f_M = [1 + 0.02 M^2]^{-1}, \quad M = \max[S, \Omega] \quad (25)$$

$$C_\mu = \min[0.09, 0.3 / (1 + 0.09 M^2)] \quad (26)$$

$$S = \frac{k}{\varepsilon} \sqrt{\frac{1}{2} S^{i\alpha} g_{\alpha j} S^{j\beta} g_{\beta i}}, \quad \Omega = \frac{k}{\varepsilon} \sqrt{\frac{1}{2} \Omega^{i\alpha} g_{\alpha j} \Omega^{j\beta} g_{\beta i}} \quad (27)$$

モデル係数の同定、計算法及び壁面、水面の取り扱いについては、参考文献に記載されているため、紙面の都合上ここでは省略する。

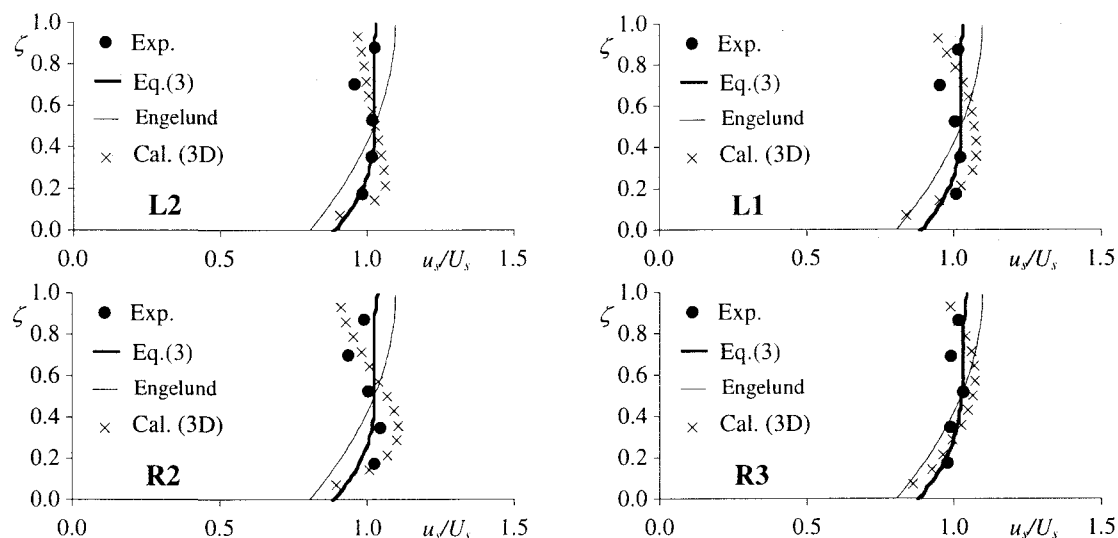


図-7 No.1断面における流速分布の比較

5. 結果と考察

No.2, No.1断面における水位及び流速分布について実験結果と比較したものが図-4, 5である。図をみると、平面2次元モデル、3次元モデルとも実験結果と適合していることがわかる。

図-6, 7は、No.2, No.1断面内の主流流速の鉛直分布について実験結果、本モデル、3次元計算結果を比較したものである。なお、本モデル中の r_* は平面2次元数値解析結果の U_s と u_s の関係を参考に18とした。本モデルとEngelundモデルにおける実験結果との適合性について着目すると、2次流による主流方向流速の変化を考慮することで、主流流速分布が変形され、No.1断面では、実験結果とほぼ一致している。No.2断面においても外岸側(R2,R3)ではEngelundモデルよりも実験結果に適合しているが、内岸側では、底面付近の流速が速くなる特徴が再現されているものの、適合性は十分ではない。その理由として、Engelundモデルを組み込んだ数値解析結果から δ の値を算出していること、主流に対する2次流の遅れを考慮していないことが考えられる。この点については、今後検討したい。また、3次元計算結果と実験結果を比較してみると、概ね再現されている。本研究では、主流と2次流の干渉として移流項 $u_s u_y / r$ を加えることで、最大流速点が降下する特徴を再現した。しかし、石川・金によるモデル化とは、抽出した主要項が異なっている。今後、3次元計算結果を考察することで、どの項が主要項となるのか検討したい。

6. おわりに

本研究は、2次流による主流の流速分布変化のモデル化について検討したものである。Engelundモデルに移流項 $u_s u_y / r$ を加えることで、本モデルは流速分布の一様化或いは最大流速点のdipを再現できた。今後、主流に対

する2次流の遅れを考慮した場合について考察したい。

謝辞

最後に、本研究を遂行するにあたり、実験データを引用させて頂いた財団法人国土技術研究センターに感謝致します。

参考文献

- 1) Engelund, F. : Flow and bed topography in channel bends, *Proc. ASCE*, Vol.100, HY 11, pp.1631-1648, 1974.
- 2) 池田駿介, 西村達也 : 砂床蛇行河川の三次元流れと河床形状, *土木学会論文集*, 第369号/II-5, pp.99-108, 1986.
- 3) Johannesson, H. and Parker, G. : Secondary flow in mildly sinuous channel, *J. Hydraulic Engrg.*, ASCE, Vol.115, No.3, pp.289-308, 1989.
- 4) Hosoda, T., Nagata, N., Kimura, I., Michibata, K. and Iwata, M. : A depth averaged model of open channel flows with lag between main flows and secondary currents in a generalized curvilinear coordinate system, *Advances in Fluid Modeling & Turbulence Measurements*, World Scientific, pp.63-70, 2001.
- 5) 石川忠晴, 金 舜範 : 湾曲部の2次流に関する基礎的研究, *土木学会論文集*, 第375号/II-6, pp.143-149, 1986.
- 6) 石川忠晴, 鈴木研司, 田中昌宏 : 開水路流の準三次元計算法に関する基礎的研究, *土木学会論文集*, 第375号/II-6, pp.181-189, 1986.
- 7) Blanckaert, K. : Flow and turbulence in sharp open-channel bends, PhD-thesis, Ecole Polytechnique Federale de Lausanne.
- 8) 財団法人国土技術研究センター : 固定床計算モデルの検証について (<http://ws3-cr.eng.hokudai.ac.jp/yasu/hendou/index.htm>), 2004.
- 9) 木村一郎, 細田尚, 音田慎一郎, 富永晃宏 : 越流型水制周辺の三次元乱流構造に及ぼす水理パラメータの効果, *水工学論文集*, 第48巻, pp.661-666, 2004.
- 10) Kimura, I. and Hosoda, T. : A non-linear $k-\varepsilon$ model with realizability for prediction of flows around bluff bodies, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol.42, pp.813-837, 2003.

(2004. 9. 30 受付)