

ランダムカスケードモデルによる 流量分布算出の試み

APPROACH TO CALCULATION OF MAXIMUM DISCHARGE DISTRIBUTION BY USING RANDOM CASCADE MODEL

山本隆広¹・陸旻皎²

Takahiro YAMAMOTO and Minjiao LU

¹学生会員 学士(工学) 長岡技術科学大学大学院 工学研究科 (〒940-2188長岡市上富岡町1603-1)

²正会員 工学博士 長岡技術科学大学助教授 環境・建設系 (〒940-2188長岡市上富岡町1603-1)

The objective of this study is to calculate the maximum discharge distribution corresponding to the distribution of annual maximum daily rainfall by using random cascade model. This model is used to probabilistically disaggregate daily rainfall generated according to its probabilistic distribution, then maximum discharge is calculated from disaggregated hyetographs by using a runoff model. This technique is applied to the Doki river basin, a small basin, where the influence of human activities is very limited. The observed discharge of annual maximum from 1976 to 1998 was used to verify the calculated distribution of maximum discharge. It is shown that calculated distribution of maximum discharge reproduced well. Furthermore, the cover ratio of the conventional method to compute design flood is evaluated.

Key Words : *design flood, design rainfall, random cascade model, storage function method, cover ratio*

1. はじめに

基本高水流量は河川砂防技術基準(案)¹⁾に基づいて算定されており、確率降雨により算出することを標準としている。昨今の河川計画では年最大流量データが蓄積されてきたこともあり、確率流量により基本高水流量を算出し、確率降雨のそれとの相互比較を行っている例も少なくない。しかし、年最大流量データを統計処理して基本高水流量を算出するには依然としてデータ数が少ない場合がある。さらに大規模な貯留施設等の流域改変の影響も受ける可能性がある。中小河川においては流量データがない場合もある。

近年、降雨時空間分布を確率的に発生させるモデルとして、降雨量のフラクタル性に注目したランダムカスケードモデル(以下、RCMと略記)がSchertzer and Lovejoy²⁾, Gupta and Waymire³⁾, Over and Gupta⁴⁾などによって検討されてきた。国内においては、立川ほか⁵⁾と葛葉ほか⁶⁾がAMeDAS降水データとレーダ雨量を用いてモデルの適用性を検証した。降雨の時間分布特性に関し

ては、Olsson⁷⁾が8分から22.8日までのカスケードジェネレータの頻度分布を示し、時間スケールがおよそ1時間から1週間の間において頻度分布が一様であることを示した。陸ほか⁸⁾はその成果を基に、香川県内のAMeDAS 10分間値の雨量データを分析して、より広範な時間スケールに適用可能なカスケードジェネレータを提案している。そして、モデルパラメータに広域性があること、時間スケール依存性と降雨強度依存性があることを明らかにした。さらに、陸ほか⁸⁾はRCMの基本高水流量算定への応用可能性について検討した。1級河川土器川祓川橋上流域(106.8km²)においてRCMを用いて降雨時間分布を確率的に発生させ、流出計算を行い、計画日降雨量325mmに対するピーク流量分布を算出した。大流域で重要となる降雨空間分布に関しては、立川ほか⁹⁾が空間相関構造を取り入れたRCMによって初期降雨場を作り出し、移流させることによって分布型計画降雨の作成に取り組んでいる。

本研究では、大規模な貯留施設が存在せず流域改変の影響が小さいと考えられる土器川祓川橋上流域を対象に、陸ほか⁸⁾のRCMにより年最大日雨量分布に対応する流量

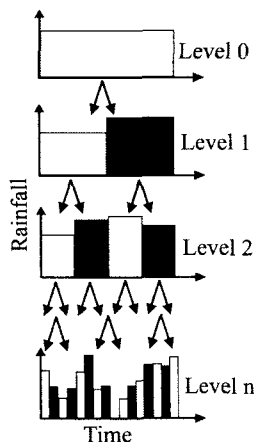


図-1 ダウンスケーリングの概念図

分布を算出することを試みる。さらに、この流量分布を真の分布と仮定し、確率雨量により基本高水流量を算定する従来の標準的な手法におけるカバー率を評価した。

2. ランダムカスケードモデル

(1) 理論

図-1に示すように、RCMは初期領域 L_0 (レベル0) に雨量 R_0 を割り当て、分割レベルごとに領域を b 分割 (本研究では $b=2$) して雨量を割り当てていくモデルである。分割レベル n におけるサブ領域の長さは

$$L_n = L_0 / b^n \quad (1)$$

となり、 i 番目のサブ領域の雨量 $R_{n,i}$ は

$$R_{n,i} = R_0 \prod_{j=1}^n X_{j,i} \quad (2)$$

となり、降雨強度 $I_{n,i}$ は

$$I_{n,i} = R_{n,i} / L_n \quad (3)$$

となる。 X はカスケードジェネレータと呼ばれる各領域に雨量を割り当てる重みであり、降雨の統計特性に従って発生させられる。

本研究では、陸ほか⁸⁾のカスケードジェネレータを採用した。このカスケードジェネレータは各レベルにおいて雨量を保存する微正規性 (*microcanonical property*) を有する。ある雨量 R を次のレベルにおける2個の雨量に割り当てるときに、前半に割り当てる割合を x_1 、後半に割り当てる割合を x_2 とすると下式が成り立つ。

$$x_1 + x_2 = 1 \quad (4)$$

2つに分けられる雨量を R_1 、 R_2 とすると、

$$R_1 = x_1 R \quad (5)$$

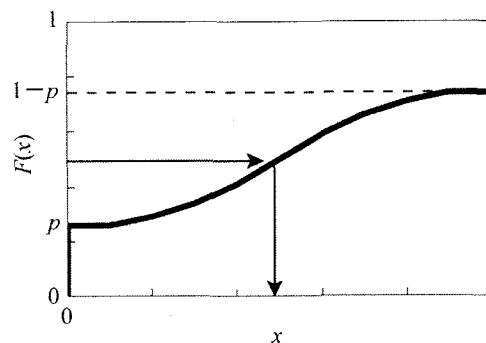


図-2 カスケードジェネレータの概念図

$$R_2 = x_2 R = (1 - x_1) R \quad (6)$$

と表される。実際には x_1 を発生させれば良く、これから x_1 を x と記すことにする。また、カスケードジェネレータの確率密度分布は以下の式で表される。

$$f(x) = p\delta(x) + p\delta(1-x) + \frac{1-2p}{\beta(\alpha, \alpha)} [x(1-x)]^{\alpha-1} \quad (7)$$

ここで、 δ はデルタ関数で、 β はベータ関数である。 p と α はパラメータである。 p と α は雨量時系列の不連続性と均一性を表す。 p が大きくなればなるほど雨量時系列が不連続になり、雨量が一部の領域に集中する。また α が大きくなればなるほど、 $x=0.5$ 付近に x が集中し、雨量時系列が均一になる。これらのパラメータは次節のようにアップスケーリングして求めることができる。

(2) ハイエットグラフの発生

図-2に示すように、0から1までの一様乱数 y を発生させ、パラメータ α と p から得られる分布関数 $F(x)$

$$F(x) = \int_0^x f(x) dx \quad (8)$$

の逆関数 $F^{-1}(y)$ を用いて、前半に割り当てる x を算出することができる。このモデルを用いて、初期領域の L_0 時間雨量のパラメータを用いて $L_0/2^1$ 時間雨量を、そして $L_0/2^1$ 時間雨量のパラメータを用いて $L_0/2^2$ 時間雨量を順次発生させていき、最後に目的とする時間間隔のハイエットグラフを得る。

3. 雨量データによるパラメータの推定

(1) 真の雨量時系列

雨量データは1994年4月から2002年12月までの香川県

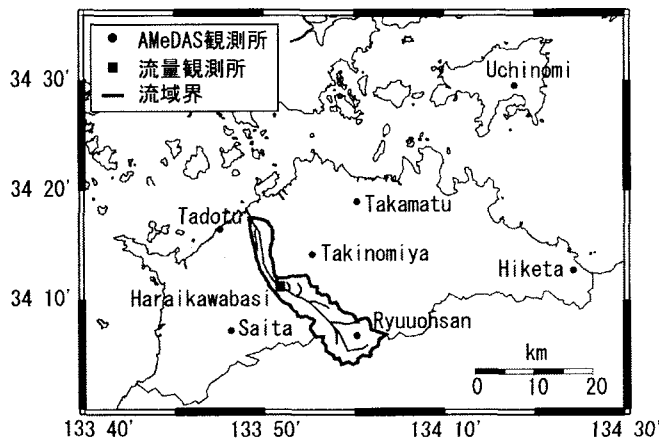


図-3 観測所の配置と流域図

表-1 香川県内のAMeDAS地点の標高

観測所名	緯度	経度	標高 (m)
引田	34. 210°	134. 410°	12
高松	34. 313°	134. 057°	9
財田	34. 117°	133. 775°	65
多度津	34. 273°	133. 755°	4
滝宮	34. 235°	133. 928°	60
内海	34. 492°	134. 303°	52
竜王山	34. 112°	134. 053°	1040

内におけるすべてのAMeDAS 10分間値を用いる。観測所の配置を図-3に、標高を表-1に示した。これらの雨量観測所では0.5mm転倒桁型雨量計を用いているために、雨量が0.5mm単位で計測されている。ある10分間の雨量 $r(t)$ は転倒桁型雨量計の性質により、前の10分間の降雨の積み残し $\varepsilon(t-\Delta t)$ (0.5mm未満)を含み、また、その10分間に降った雨の一部 $\varepsilon(t)$ (0.5mm未満)が次の10分間の降雨に積み残される可能性がある。よって、10分間の真の雨量値 $r'(t)$ は次のように表現される。

$$r'(t) = r(t) + \varepsilon(t) - \varepsilon(t - \Delta t) \quad (9)$$

ここで、 $\varepsilon(t-\Delta t)$ と $\varepsilon(t)$ はその10分間の始まりと終わりに転倒桁に残った水の量であり未知である。本研究では $r(t) > 0$ に対して、 $\varepsilon(t-\Delta t)$ と $\varepsilon(t)$ に0から0.5の間に分布する一様乱数を与え、模擬的に10分間値の真の時系列を生成する。また、解析結果の安定性を検討した結果、10個の時系列を生成し統計的特性の平均値を抽出することにした。

(2) パラメータの推定

上記で得られる10分間の真の雨量時系列に対して、20分間、40分間、80分間と順次アップスケーリングしていく、より長い時間間隔の時系列を得る。時系列の長さ

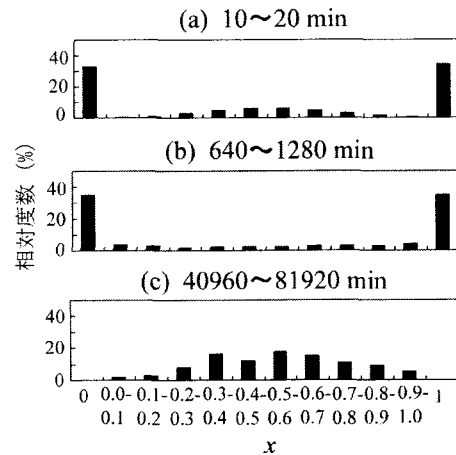


図-4 重み x の頻度分布 (高松)

(データ数) が100以下になるまで繰り返しアップスケーリングを行った。各ステップにおいて、前半のサブ領域の雨量の割合を計算する。例えば、10分から20分にアップスケーリングする場合に、アップスケーリングでできた20分雨量における前半10分の雨量の割合 x を計算する。得られた x を、 $x=0.0$, $0.0 < x < 0.1$, $0.1 \leq x < 0.2$, $\dots$, $0.8 \leq x < 0.9$, $0.9 \leq x < 1.0$, $x=1.0$ の12項目に分けて集計し、各ステップにおける x の頻度分布を得る。さらに、10個の時系列の頻度分布に対して平均を求め、このアップスケーリングにおける頻度分布とする。図-4は高松における頻度分布図の一例である。 $x=0.5$ に対してほぼ対称な分布となっていることが分かる。また、 $x=0$ と1以外では、短い時間スケールにおいて x が0.5付近に集中しており、時間スケールが長くなるにつれ一様分布になり、そして再び0.5付近に集中する分布になっていることが分かる。 $x=0$ と $x=1$ の頻度はほぼ等しいため、その平均をモデルパラメータ p とする。また、パラメータ α は次式の偏差の二乗和 E

$$E = \sum_{j=0}^9 (m_j - n_j)^2 \quad (10)$$

が最小になるように定める。但し、 n_j は $x=0.0$ と $x=1.0$ を除外して $(1-2p)$ で除した相対度数で、 m_j はそれに対する理論式より求まる相対度数で

$$m_j = \int_{0.1j}^{0.1(j+1)} \frac{x^{\alpha-1}(1-x)^{\alpha-1}}{\beta(\alpha, \alpha)} dx \quad (11)$$

である。図-5, 6は香川県内のすべてのAMeDAS観測所の p と α を示しており、降雨特性に広域性があることが分かる。領域の長さ、つまり時間スケールが短いときに隣り合う雨量が強い相関を示すために、 $f(x)$ が $x=0.5$ 付近に集中し、 α が大きな値を持っているものと考えられる。また、領域数が増えることにより一雨の始まりと終わりを含む領域の相対的な度数、つまり p が0に近づくものと考えられるが、非常に大きな値を有している。その原因は0.5mm桁の雨量計にあると考えられる。弱い雨、特に

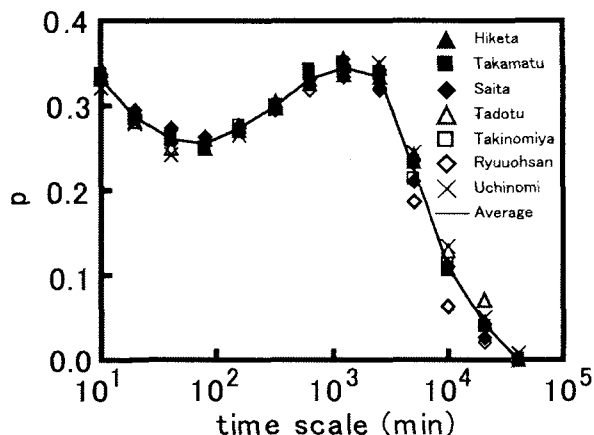


図-5 香川県内のAMeDAS地点のパラメータ p と時間スケールの関係

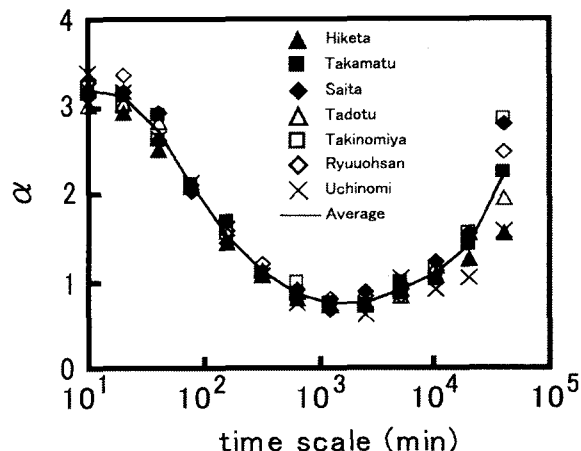


図-6 香川県内のAMeDAS地点のパラメータ α と時間スケールの関係

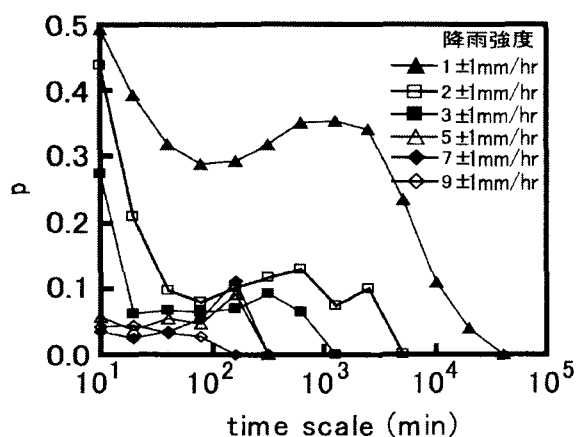


図-7 高松における降雨強度ごとのパラメータ p と時間スケールの関係

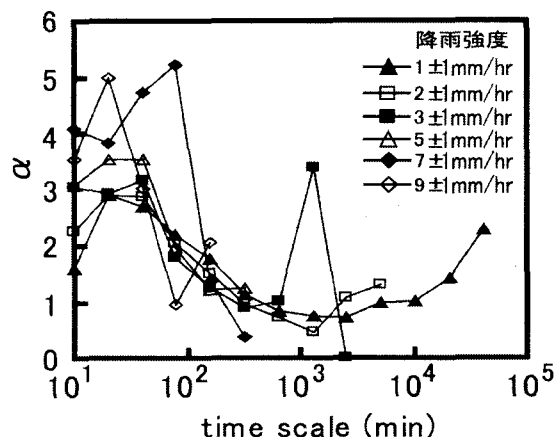


図-8 高松における降雨強度ごとのパラメータ α と時間スケールの関係

3mm/hr以下の雨では降雨の時系列が寸断され、孤立した雨が多数できてしまい、 p の増大につながっているものと考えられる。また、時間スケールが長くなった場合、上記と同様 α は大きくなっており、雨量0の領域が少なくなり p は減少している。また、平均降雨継続時間付近において、一雨の始まりと終わりを含む領域の相対的な度数、つまり p は大きくなっている。一方、領域の切り方によって隣り合う領域の雨量の比率が大きくばらつき、 α が小さくなっていると考えられる。

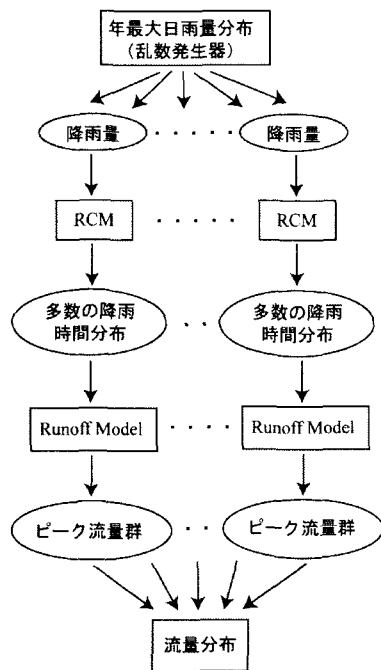
さらに、図-7、8は高松における降雨強度別にデータを集計したパラメータ p と α の時間スケール依存性を示している。 α に関しては、あまり降雨強度依存性は見られないが、 p は降雨強度の増加に伴い、急激に低下していることが分かる。これは降雨強度が大きい降雨を2個に振分ける場合に、どちらか一方に集中する確率が低いことを意味しており、実際の現象を反映しているものと考えられる。また、図-3に示す他のAMeDAS観測所でも同様な傾向が認められている。

4. 年最大日雨量分布に対応する流量分布

年最大日雨量分布に対応する流量分布を算出する。その際、RCMのモデルパラメータ p に、 $p=0.0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4$ の5通りの一定値を与えて、その応答特性について検討した。土器川祓川橋上流域は大規模な貯留施設が存在せず、流域改変による影響は小さいと考えられるため、1976年から1998年までの23年間の年最大流量データを検証用に用いた。

(1) 手法

図-9は年最大日雨量分布に対応する流量分布の算出プロセスを示している。まず、年最大日雨量データに対して確率分布をあてはめる。次にその分布に基づく日雨量をランダムに多数発生させる。そして、それぞれの日雨量に対してRCMにより降雨時間分布を多数発生させ、それらを流出モデルに入力し、流出計算を行うことによってそれぞれのピーク流量群を算出する。最後に、それらを足し合わせることで年最大日雨量分布に対応する流量分布を得る。



図－9 年最大日雨量に対応する
流量分布の算出プロセス

a) 年最大日雨量分布

本研究では、年最大日雨量データとして1905年から1988年までの84年間の流域平均雨量を用い、以下の3母数対数正規分布をあてはめた。

$$g(x) = \frac{1}{(x-a)\sqrt{2\pi}\sigma_y} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln(x-a) - \mu_y}{\sigma_y} \right)^2 \right] \quad (12)$$

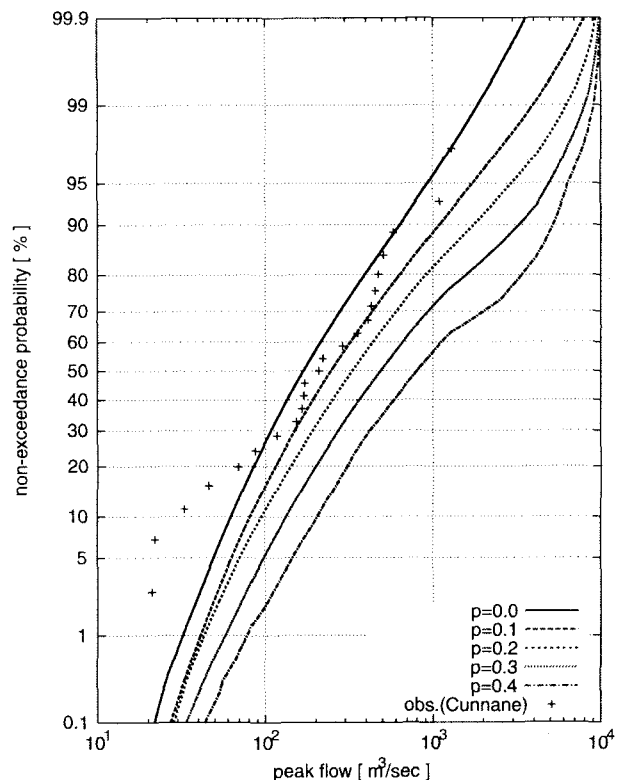
ここで、 μ_y 、 σ_y 、 a は母数である。母数推定法には、クオンタイル法¹⁰⁾を用いた。プロットイング・ポジション公式にはすべての確率分布形に対して比較的適合度が良いとされるカナン公式を用いた。上記の方法を適用した結果は $a=21.28$ 、 $\mu_y=4.34$ 、 $\sigma_y=0.58$ 、 $SLSC=0.03$ である。宝ほか¹¹⁾は $SLSC=0.03$ は適合度が比較的良好としている。

b) RCMのパラメータ

雨量時系列の不連続性を表す p は図－7のように時間スケールと降雨強度に依存する。平均降雨強度が5mm/hrでは p は0.1以下でほぼ一定に推移している。RCMを用いて時間的にダウンスケーリングする場合、 p は0から0.1の間を推移しているものと考えられるが、本研究では全体を把握するために $p=0.0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4$ の5通りの一定値について検討した。雨量時系列の均一性を表すパラメータ α は、時間スケールのみに依存すると考えられ、図－6におけるすべての観測所の平均的な値を与えた。

c) 流出解析

土器川祓川橋上流域の流出モデルとして、国内で実績のある木村の貯留関数法を採用した。モデルパラメータは四国地方整備局で用いられている平均的な値を用いる



図－10 年最大日雨量分布に対応する流量分布

ことにし、 $K=20.1$ 、 $P=0.35$ 、遅滞時間 $TL=60(\text{min})$ 、1次流出率 $f_1=0.5$ とした。飽和雨量 R_{sa} は洪水毎に変化するパラメータであるが四国地方整備局は過去の洪水より総雨量と総流出高の関係を示し、 $R_{sa}=100(\text{mm})$ としている。本研究でも $R_{sa}=100(\text{mm})$ とした。

(2) 結果と考察

本研究では、年最大日雨量分布に基づくランダムな雨量を1000個発生させ、それぞれの雨量に対してRCMにより1000個の降雨時間分布を発生させた。従って、求める流量分布としてピーク流量の標本数は 10^6 個になる。また、この流域の応答時間は約1時間で、洪水波形を捉えるためには10分程度の時間間隔の雨量データが必要であると考えられるため、初期降雨場（1日）の降雨量を11.25分の時間間隔までダウンスケーリングした。

年最大日雨量分布に対応する流量分布をプロットイング・ポジション公式（カナン公式）で対数正規確率紙（図－10）に示した。ここで、obs.は祓川橋での年最大流量データをカナン公式でプロットしたものである。非超過確率が大きいところで、obs.は $p=0.0$ と0.1の間にあることが分かる。 p を大きく与えると過度に時間的に集中した豪雨を発生させてしまい、流量が過大に評価される。 $p=0.2$ 以上において実測より大きい値が得られているのはそのためである。

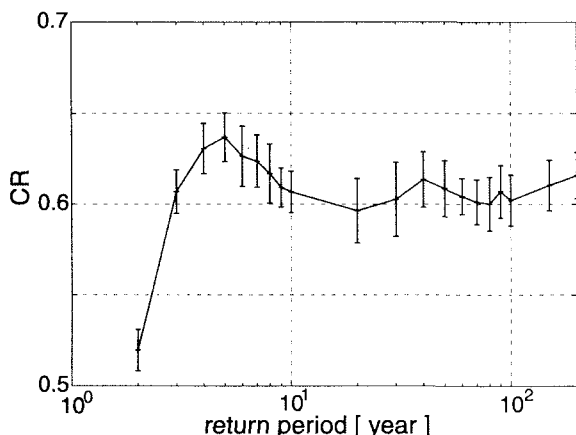


図-11 再現期間とカバー率の関係

5. カバー率の評価

ここで、前節で得られた $p=0$ の年最大日雨量分布に対応する流量分布を用いて、カバー率の統計的な検討を行う。以下に、上記の流量分布によって得られる T 年確率流量を Q_T と記す。 T 年確率の日降雨量からRCMにより1000個のハイレートグラフを発生させ、流出計算を行い、ピーク流量群を算出し、次式によりカバー率 CR が得られる。

$$CR = \frac{n}{1000} \quad (13)$$

ここで、 n は Q_T 以下のピーク流量の個数である。以上のように、同じ確率年に対して10個のカバー率を算定し、平均値をその確率年におけるカバー率とする。図-11は再現期間とカバー率の関係を示している。エラーバーは10個のデータから得られる標準偏差である。本研究では再現期間に依らずカバー率は0.6程度を推移している。カバー率は50%になるはずと思われているが、50%になるとは限らないことが分かる。

本研究ではカバー率を算出する際にRCMにより起こり得る可能性のあるハイレートグラフを発生させており、河川砂防技術基準(案)に見られる実績降雨のハイレートグラフを用いる方法とは必ずしも一致しないことに留意されたい。

6. 結論と今後の課題

本研究では、年最大日雨量分布に対応する流量分布を算出する手法を提案し、降雨時間分布を確率的に発生させるモデルとしてRCMを用いた。この手法を1級河川土器川祓川橋上流域に適用した結果、非超過確率が大きいところでRCMのパラメータ p が0.0から0.1の範囲に年最大流量データをカナン公式でプロットした値があること

が分かった。本研究成果は、降雨空間分布の影響の小さい流域での適用可能性を示唆するものである。

さらに、確率雨量で基本高水流量を算出する従来法のカバー率の検討を行った。一般的にカバー率は50%になるはずと思われているが、カバー率が50%になるとは限らないことが明らかになった。今後、カバー率に関する詳細な検討が必要である。

謝辞：本研究は一部「河川環境整備財団」の支援を受けた。ここに謝意を表す。土器川流域の水文データは四国地方整備局より提供を受けた。ここに謝意を表す。水文統計解析の一部は国土技術研究センターの水文統計ユーティリティVer.1.5を使用させて頂いた。ここに謝意を表す。長岡技術科学大学熊倉俊郎博士には、本論文をまとめるにあたって数々の助言を頂いた。ここに謝意を表す。

参考文献

- 1) 日本河川協会編：改訂新版 建設省河川砂防技術基準(案) 同解説・計画編, pp.9-29, 山海堂, 1997.
- 2) Schertzer, D. and S. Lovejoy : Physical modeling and analysis of rain and clouds by anisotropic scaling multiplicative processes, Journal of Geophysical Research, 92, pp. 9693-9714, 1987.
- 3) Gupta, Vijay K. and Edward C. Waymire : A statistical analysis of mesoscale rainfall as a random cascade, Journal of Applied Meteorology, 32, pp. 251-267, 1993.
- 4) Over, Thomas M. and Vijay K. Gupta : A space-time theory of mesoscale rainfall using random cascades, Journal of Geophysical Research, 101(D21), pp. 26319-26331, 1996.
- 5) 立川康人・日和佐真丈・寶馨：ランダムカスケードモデルと降雨標高依存直線を用いた降雨空間分布の模擬発生, 水工学論文集, 47, pp.127-132, 2003.
- 6) 葛葉泰久・友杉邦雄・岸井徳雄：ランダムカスケードモデルによる時空間降水量データの解析, 水工学論文集, 47, pp.133-138, 2003.
- 7) Olsson, Jonas : Evaluation of a scaling cascade model for temporal rainfall disaggregation : Hydrology and Earth System Sciences, 2(1), pp. 19-30, 1998.
- 8) 陸旻蛟・山本隆広：ランダムカスケードモデルの基本高水流量算定への応用可能性について, 水文・水資源学会誌(2005年3月号掲載予定)。
- 9) 立川康人・日和佐真丈・寶馨：時空間分布を考慮した計画降雨の作成に関する研究, 土木学会第59回年次学術講演会講演概要集, pp. 79-80, 2004.
- 10) 星清：水文統計解析, 開発土木研究所月報, No.540, pp.31-63, 1998.
- 11) 宝馨・高埴琢馬: 水文頻度解析における確率分布モデルの評価規準, 土木学会論文集, 第393号, II-9, pp. 151-160, 1988.

(2004.9.30 受付)