

相似性を示す統計指標の数学的構造

MATHEMATICAL STRUCTURE OF A NEWLY-DERIVED STATISTICAL PARAMETER AS A SIMILARITY INDEX

山田 朋人¹・鼎 信次郎²・沖 大幹³

Tomohito YAMADA, Shinjiro KANAE, and Taikan OKI

¹学生会員 東京大学生産技術研究所 大学院博士課程 (〒153-8505 東京都目黒区駒場 4-6-1)

²正会員 博士(工学) 総合地球環境学研究所 助教授 (〒602-0878 京都市上京区丸太町通河原町西入高島町 335)

³正会員 博士(工学) 東京大学生産技術研究所 助教授 (〒153-8505 東京都目黒区駒場 4-6-1)

It is shown that a similarity parameter has new mathematical structure. Heretofore, the correlation coefficient is used for quantifying the correlation relationship between two ensemble members. Koster et al.¹⁾ introduced a statistical parameter, called Ω to quantify the similarity among several ensemble members with calculating the ensemble numbers and the two types of variances. However the mathematical structure of Ω had not been revealed in their studies. The present authors applied to derivate Ω for understanding the mathematical meaning of it. As results, we could have a knowledge that Ω consists of mainly two terms. One is the average value of cross correlation coefficients (ACCC) across all ensemble members. Another is the similarity of the mean value and the variance across all ensemble members. Therefore, the authors can conclude that Ω shows the similarity of the 'shape' of all ensemble members and the mathematical characteristics is more capacious than the correlation coefficient. The paper ends with some remarks on the mathematical characteristics of Ω as a new evaluation methodology for the predictability of numerical forecast in monthly or seasonal time scale.

Key Words : Ω , similarity parameter, correlation coefficient, AGCM, ensemble forecast

1. はじめに

時系列間の相似性を定量的に表す統計指標として相関関数, それを無次元化した相関係数が用いられている。これらの概念は G.I.Taylor による 2 量の相関という考えが初めて物理的に説明されたこと²⁾に端を発し, 1930 年の N. Wiener の一般調和解析なる論文により, その統一的な基礎がつけられた³⁾。さらに自己相関関数とスペクトルがフーリエ変換の関係⁴⁾ (Wiener-Khintchine's formula) にあることの発見など, 先人たちの功績により, 時系列間の相関という物理的根拠に基づく概念が確立・発展し, 今日の乱流やカオスの挙動を示す現象のみならず様々な科学・技術の進展に大きな寄与をもたらした⁵⁾。相関という統計的概念を用いた研究は様々な変動周期を有する大気現象を取り扱う気象・気候学の分野においても広く用いられてきた。ここでは数値シミュレーションによる 1 ヶ月・季節予報手段であるアンサンブル予報の精度評価手法について考える。1 ヶ月・季節予報といった中期予報では, 初期値の不正確さ, 数値計算上のわずかな誤差がモデル大気中のカオスの挙動により増幅され, 1 つの初期値から出発する単独の決定論的

数値予報では自ずと限界が生じてしまう。そこでわずかな差を与えた複数の初期値を用いたアンサンブル計算を行い, 予報のばらつき (スプレッド) を求め, そのときの予報成績 (スキル) に対し相関を用いた評価手法が存在する⁶⁾。またアンサンブル計算によって得られた結果を予測とし, この予測と各予測値のばらつきから予測の安定性・確実性を評価する, いわゆる量的予測が気象庁の現業数値予報評価手法の 1 つとして用いられている⁷⁾。このように天気の変動と状態に関する予報精度評価手法は別々に行われており, 双方に関し統一的な評価手法は未だ提案されていない。

ここで著者等が新たにその数学的構造の解明を試みる統計指標の説明を行う。この統計指標は Koster ら¹⁾(この文献を K00 とする)によって複数の時系列(各時系列をアンサンブルメンバーと定義し, 以降 EM と記す)間の相似性を示すパラメータ Ω として初めて紹介された。Koster らは Ω の有する数学的特性として, 各 EM が同一の時系列を示すとき Ω は 1 となる一方で, EM 間に相関関係がみられないときは約 0 (EM 数が無限大のとき)を示すことを明らかにした⁸⁾(この文献を K02 とする)。ま

た Ω の数学的特性と全球規模の気候モデルである大気大循環モデル (Atmospheric General Circulation Model, 以降 AGCM) を用い, 降水変動に与える土壌水分変動等, 陸面境界値の影響の定量化が行われた⁸⁾⁹⁾. またこの実験は GLACE(Global Land-Atmosphere Coupling Strength) という著者等も含め世界 12 の研究機関・大学がそれぞれの気候モデルを用いて参加した国際共同研究プロジェクトとして行われ, 降水変動に特に強く影響を与える地域の特定に成功した¹⁰⁾. Ω と数学的特性の似通った統計指標は Rowell ら¹¹⁾ によっても提案されている.

以上より, 複数の EM 間の相似性を定量的に示す Ω , またそれに類する統計指標は気象・気候学を始めとする乱流・カオスの挙動を示す現象を取り扱う分野において極めて有効な解析手法であり, その適用可能性はあらゆる科学・技術の分野において十分に存在するであろう. しかし, Koster ら¹⁾⁸⁾ は, Ω は相関係数に類する統計指標であると言及しながらも Ω の有する数学的構造の解明には至っていない. そこで本研究では Ω を導出し, その数学的構造の解明とその新たな統計指標としての可能性を明示することを目的とする. まず 2 章では K02 に従い, Ω の計算方法を紹介する. 3 章では Ω の導出を行い, 4 章においてその数学的構造を明らかにする. 5 章において 1 ヶ月・季節予報の予報手段であるアンサンブル予報の新たな評価手法として Ω を用いた結果を紹介し, 6 章において本研究成果のまとめを行う.

2. 相似性パラメタ Ω の計算方法

K02 に従い, 相似性パラメタ Ω の計算方法を説明する. まず図 1-a に示す通り, 同じ時間ステップ (n 個) をもつ m 個の EM を用い, 各 EM の同じ時間ステップごとの平均値からなる時系列を式 (1) により算出し, その分散 (σ_P^2) を求める. 式中の i は EM の番号を示す. 次に図 1-b に示す m 個の EM を 1 つながりの時系列とし, その分散 (σ_P^2) を求める. これら 2 種類の分散と EM 数 m を式 (2) に代入し, Ω を得る. Ω は全ての EM が同一の時系列であれば 1 を示す. 一方, 全ての EM が相関関係になれば σ_P^2 は $\frac{\sigma_m^2}{m}$ に漸近し, Ω は $\frac{m-1}{m}$ となり, m が無大のとき Ω は約 0 となる. K00 は Ω の数学的特性に対し, 全 EM の分散に対する各 EM の分散の比率を示すものであると言及している⁸⁾.

$$\hat{P}_n = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m P_{ni} \quad (1)$$

$$\Omega = \frac{m\sigma_P^2 - \sigma_P^2}{(m-1)\sigma_P^2} \quad (2)$$

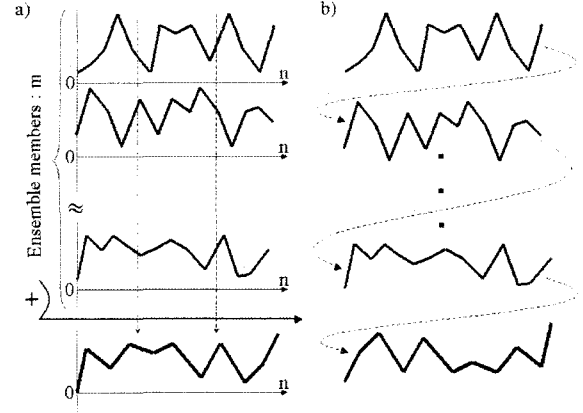


図-1 相似性パラメタ Ω の計算に用いる 2 種類の分散. a) は各 EM 間の同じ時間ステップごとの値を平均したものの時系列. b) はすべての EM をひとつながりの時系列としたもの

3. 相似性パラメタ Ω の導出

m 個の EM からなる行列 A を用いて Ω の導出を行う. ここに, m :EM 数, n :時間ステップ数, i :EM の番号, j :時間ステップ番号とする.

$$A = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{m1} & x_{m2} & \dots & x_{mn} \end{pmatrix}$$

図 1 で示した Ω を構成する 2 種類の分散を求め, それらから Ω の導出を行う. まず式 (3) の通り, 各 EM の平均値の計算を行う.

$$a_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_{ij} \quad (3)$$

次に式 (3) で得られた各 EM の平均値から分散を EM ごとに求める (式 (4)).

$$\sigma_{ai}^2 = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (x_{ij} - a_i)^2 \quad (4)$$

式 (4) で得られた各 EM の分散 σ_{ai}^2 から全 EM の分散の平均値は式 (5) により得られる.

$$\bar{\sigma}_{ai}^2 = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (x_{ij} - a_i)^2 \quad (5)$$

次に図 1-a に示す各 EM 間の同じ時間ステップごとの値を平均した時系列を計算する (式 (6)). さらに式 (6) を用い, 分散を求める (式 (7)).

$$b_j = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m x_{ij} \quad (6)$$

$$\sigma_{bj}^2 = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (x_{ij} - b_j)^2 \quad (7)$$

式 (6) で得られた時系列から時間平均値を求め、式 (8) と記す。

$$\bar{b}_j = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n b_j (= \bar{x} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m a_i = \bar{a}_i) \quad (8)$$

以降、すべての EM-時間ステップ数 (全時間ステップ数 $m \cdot n$ 個) の平均値を $\bar{x}$ と記す。

また式 (7) から全時間ステップ数 (n 個) における分散が得られる (式 (9))。

$$\sigma_b^2 = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (b_j - \bar{x})^2 \quad (9)$$

一方、すべての EM-時間ステップ数 (全時間ステップ数 $m \cdot n$ 個) の分散は式 (10) となる。

$$\sigma^2 = \frac{1}{mn} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (x_{ij} - \bar{x})^2 \quad (10)$$

ここで式 (9) は式 (11) と記す。式 (11) の R_{kl} は式 (12) の通りである。

$$\sigma_b^2 = \frac{1}{m^2} \sum_{k=1}^m \sum_{l=1}^m R_{kl} - \bar{x}^2 \quad (11)$$

$$R_{kl} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_{kj} x_{lj} \quad (12)$$

式 (11), (12) の k, l は任意の EM の番号を示す。次に式 (3), (4) の a_i, σ_{ai} を用いて式 (13) の基準化を行い、式 (14) を得る。

$$x'_{kj} = \frac{x_{kj} - a_k}{\sigma_{ak}}, x'_{lj} = \frac{x_{lj} - a_l}{\sigma_{al}} \quad (13)$$

$$R_{kl} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (a_k a_l + \sigma_{ak} \sigma_{al} x'_{kj} + \sigma_{al} a_k x'_{lj} + \sigma_{ak} \sigma_{al} x'_{kj} x'_{lj}) \quad (14)$$

式 (14) に示される x'_{kj}, x'_{lj} の時間ステップ (n 個) 間の和は 0 (式 (15)) より、式 (14) は式 (16) となる。

$$\sum_{j=1}^n x'_{kj} = 0, \sum_{j=1}^n x'_{lj} = 0 \quad (15)$$

$$R_{kl} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (a_k a_l + \sigma_{ak} \sigma_{al} x'_{kj} x'_{lj}) \quad (16)$$

式 (16) で得られた R_{kl} を式 (11) に代入すると、式 (17) が得られる。

$$\sigma_b^2 = \frac{1}{m^2} \sum_{k=1}^m \sum_{l=1}^m a_k a_l - \bar{x}^2 + \frac{1}{m^2} \sum_{k=1}^m \sum_{l=1}^m \sigma_{ak} \sigma_{al} R'_{kl} \quad (17)$$

式 (17) の R'_{kl} は式 (18) の通りである。

$$R'_{kl} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x'_{kj} x'_{lj} \quad (18)$$

式 (17) の右辺第 2 項までを I とし、 $\bar{x}^2$ に式 (8) を代入すると、 $I = 0$ が求まり、結果として式 (17) は式 (19) となる。

ここで得られた式 (19) は式 (20) に示す通り、異なる EM 間から構成される項と同一の EM 間から構成される項の 2 項に分けることができる。

$$\sigma_b^2 = \frac{1}{m^2} \sum_{k=1}^m \sum_{l=1}^m \sigma_{ak} \sigma_{al} R'_{kl} \quad (19)$$

$$\sigma_b^2 = \frac{1}{m^2} \left\{ \frac{m(m-1)}{2} 2 \sum_{k=1}^{m-1} \sum_{l=k+1}^m \sigma_{ak} \sigma_{al} R'_{kl} + (\sigma_{a1}^2 + \dots + \sigma_{am}^2) \right\} \quad (20)$$

式 (20) のカッコ内に示す右辺第 1 項の一部を $\bar{R}'$ として式 (21) に記す。これは EM 間の相互相関係数の平均値を示すものである。ただし同一の EM 同士から求まる相互相関係数を含むものではない。

$$\bar{R}' = \frac{1}{\sigma^2} \frac{1}{\frac{m(m-1)}{2}} \sum_{k=1}^{m-1} \sum_{l=k+1}^m \sigma_{ak} \sigma_{al} R'_{kl} \quad (21)$$

式 (21) を式 (20) に代入すると、

$$\sigma_b^2 = \left(\frac{m-1}{m} \right) \sigma^2 \bar{R}' + \frac{1}{m^2} \sum_{i=1}^m \sigma_{ai}^2 \quad (22)$$

が得られる。この σ_b^2 は図 (1)-a に示す、各 EM の同じ時間ステップごとの平均値から求まる時系列の分散であり、これを K00 が提案した式 (2) の σ_P^2 に代入すると、 Ω は式 (23) として得られる。

$$\Omega = \bar{R}' + \frac{1}{m-1} \frac{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \sigma_{ai}^2 - \sigma^2}{\sigma^2} \quad (23)$$

さらに式 (23) で得られた Ω のより詳細な数学的構造の解明を試みる。まず式 (4) から式 (24) を得る。

$$\sigma_{ai}^2 = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \{(x_{ij} - \bar{x}) - (a_i - \bar{x})\}^2 \quad (24)$$

式 (24) の右辺第 1 項の一部を式 (25) として記す。

$$\tilde{\sigma}_i^2 = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (x_{ij} - \bar{x})^2 \quad (25)$$

ここで得られた $\tilde{\sigma}_i^2$ は図 1-b で示され、式 (8) で得られた全時系列の時間平均値 ($\bar{x}$) に対する EM ごとの分散を示すものである。一方、式 (24) の右辺第 3 項は $\tilde{\sigma}_{axis_i}^2$ とし、式 (26) に示す。

$$\tilde{\sigma}_{axis_i}^2 = (a_i - \bar{x})^2 \quad (26)$$

この $\tilde{\sigma}_{axis_i}^2$ は全 EM の平均値に対する各 EM の平均値のばらつきの程度を示すものである。

従って、式 (25), (26) を式 (24) に用いることにより、式 (27) が得られる。これは EM 間のばらつきというのは、‘平均値’のばらつきと‘分散’のばらつきから構成されることを示すものである。

$$\tilde{\sigma}_i^2 = \sigma_{ai}^2 + \tilde{\sigma}_{axis_i}^2 \quad (27)$$

以上から、式 (27) を式 (23) に代入すると、最終的に式 (28) として Ω は得られた。

$$\Omega = \bar{R}' + \frac{1}{m-1} \left(\frac{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (\tilde{\sigma}_i^2 - \tilde{\sigma}_{axis_i}^2) - \sigma^2}{\sigma^2} \right) \quad (28)$$

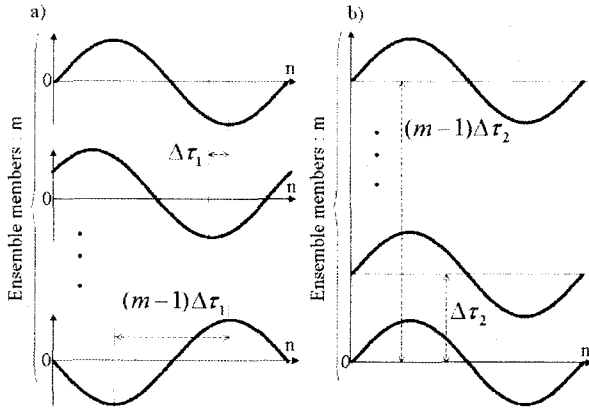


図-2 4章で用いるEMの概念図。a) EM間に位相差が存在するケース。b) EM間ごとに平均値が異なるケース。

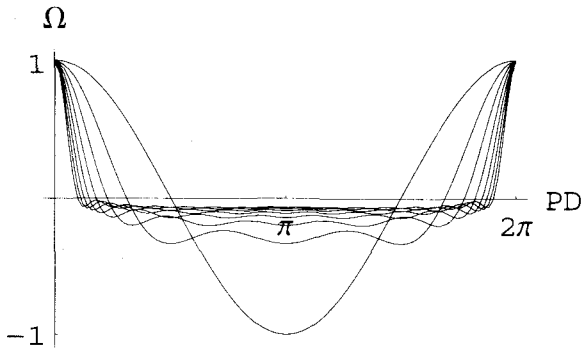


図-3 EM間に位相差が存在するときのΩの挙動。横軸PD(Phase Difference)はEM間の位相差を示す。EM数が多いほどΩの変動は大きい。m=2: PD=πのときΩ=-1。mが大きいほど(本実験ではm=16)Ωは0付近を変動

式(28)の右辺第1項はEM間の相互相関係数の平均値(Average value of Cross Correlation Coefficients, 以降ACCCとする)を示す。これは同一のEM同士から求まる相互相関係数を除いたものである。一方、右辺第2項は式(23)では各EMの全EMに対する分散のばらつきの程度を示すものであることが明らかとなったが、式(27)によりそのばらつきには全EMの平均値に対する各EMの平均値のばらつきと、全EMの分散に対する各EMの分散のばらつきから成立することがわかった。つまりΩはEM間のi)位相、ii)平均値そしてiii)分散の相似性からなる複数のEM間の‘かたち’の相似性を示すパラメタであり、位相の相似性のみを議論する相関とその数学的特性を比較すると、Ωの方がより包容力のあるパラメタであることが明らかとなった。

4. 相似性パラメタΩの数学的構造の解明

3章よりΩはEM間の位相・平均値・分散の3成分の‘かたち’の相似性を示すパラメタであることが明らかとなった。本章ではEM間で位相が異なるケース(図2-a)と平均値が異なるケース(図2-b)、さらに分散が異なるケースに分け、Ωに及ぼすそれぞれの影響に着目し、Ωの有する数学的構造の解明を試みる。

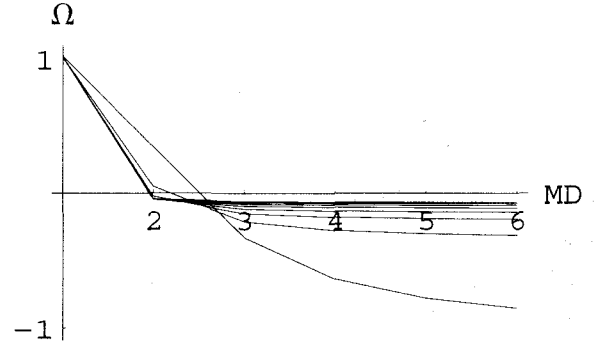


図-4 EM間で平均値に相違がみられるときのΩの挙動。横軸のMD(Mean Difference)は基準とするEMの平均値に対する他のEMの平均値の大きさを示す。m=2: Ω=-1~1, mが十分に大きいときΩ=0~1

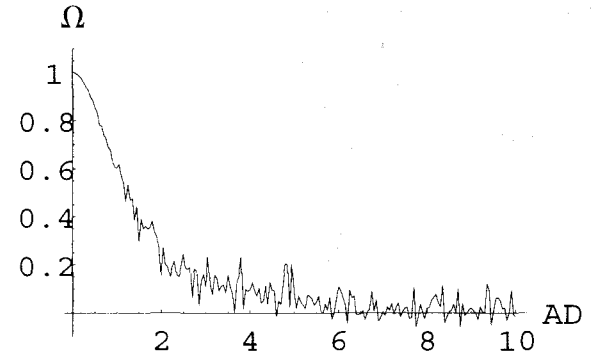


図-5 Ωの挙動に与える分散の大きさの影響。横軸のAD(Amplitude Difference)は決定論的要素の振幅に対する乱数要素の振幅の大きさ($\frac{a_r}{a_d}$)。AD=0のとき、EM間に位相差は存在しないためΩ=1となる。一方、ADが大きくなるにつれΩは減少を示し、0に漸近する。従ってEM間の分散の相似度によってΩは0~1を変動する。

(1) Ωに及ぼすEM間の位相差の影響

$$x_{ij} = \sin\left\{\frac{2\pi j}{n} - (i-1)\Delta\tau_1\right\} \quad (29)$$

図2-aの通り、EM間に位相差が存在するときのΩの挙動に着目する。式(29)は各EMの時間ステップごとの値を示し、m個のsinカーブからなるEMについて考える。式中のn: 全時間ステップ数(波長)、j: 時間ステップ番号、i: EM番号、 $\Delta\tau_1$: EM間の位相差(0~2π)である。式(29)を3章の冒頭で示した行列Aに代入し、各EMの平均値・分散が一樣であるときのEM間の位相差がΩに与える影響をEM数(m=1~16)ごとに図3に示す。図中の横軸は各EM間の位相差(Phase Difference, PDとする)を、縦軸はΩを示す。まずm=2に着目すると、これは2つのEMから求まる相互相関係数であるため、互いに正(負)の相関関係にあるときΩは1(-1)を示す。一方、複数のEMについてもEM間に位相差が存在しないとき($\Delta\tau = 0, 2\pi$)Ωは1となる。しかしEM数が多いほど同じ位相差に対するΩは小さい。本実験でEM数が最も多いm=16では0付近を最小値とし、EM間の位相差の増加とともに0付近を変動する。従ってEM間の位相の相似性(相関)を示すΩの右辺第

1 項 (ACCC) は EM 数に限らず最大で 1 をとり、最小値は EM 数が十分に多ければ約 0 をとることが明らかとなった。

(2) EM ごとの平均値の相違が Ω に及ぼす影響

$$x_{ij} = (i-1)\Delta\tau_2 + \sin \frac{2\pi j}{n} \quad (30)$$

次に図 2-b に示す EM 間で平均値の違いが Ω に及ぼす影響に着目する。式 (28) の第 2 項に関し、式 (30) を行列 A に代入し Ω を算出する。このとき EM 間に位相差は存在せず、分散は等しいものとする。式中の $\Delta\tau_2$ は EM 間の平均値の相違を表すパラメタであり、 $\Delta\tau_2$ が大きいほど EM 間の平均値は大きく異なることを示す。図 4 は基準とする EM の平均値に対する他の EM の平均値の大きさ (Mean Difference, MD とする) を横軸に、それに対する Ω を EM 数 ($m=2\sim 16$) ごとに示す。図より EM 数に限らず平均値が等しいときは、 Ω は 1 となる。 $m=2$ について着目すると、2 つの時系列の平均値が大きく異なると Ω は減少を示し、最終的には 1 に漸近する。一方 EM 数が増加すると、EM 間の平均値の違いが増大するにつれ Ω は減少し、EM 数が十分に大きい (本実験では $m=16$) と約 0 に漸近する。式 (30) より EM 間に位相差は存在しないため ACCC は 1 である。従って EM 間の平均値のばらつきが Ω に与える影響は-1~0 であることがわかった。

(3) 分散の違いが Ω に及ぼす影響

EM 間で分散の大きさが異なるときの Ω の挙動に着目する。各 EM は式 (31) で示され、それぞれ決定論的要素となる sin カーブと乱数要素 (R , -1~1 を変動) から構成される。式中の a_d は決定論的要素の振幅を、 a_r は乱数要素の振幅を示す。式 (31) を行列 A に代入し、 Ω の計算を行った結果を図 5 に示す。図の横軸は決定論的要素の振幅に対する乱数要素の振幅の大きさ ($\frac{a_r}{a_d}$, Amplitude Difference, AD とする) を、縦軸は Ω を示す。図から AD=0 のとき、つまり式 (31) が決定論的要素のみで構成されるとき、EM 間に位相差は存在しないため Ω は 1 となる。一方、AD が大きくなるにつれ Ω は減少を示し、0 に漸近する。従って EM 間の分散の相似性によって Ω は 0~1 を変動することが判明した。

$$x_{ij} = a_d \sin \frac{2\pi j}{n} + a_r R \quad (31)$$

前節までに得られた知見を以下に述べる。

- (i) 相似性パラメタ Ω は EM 間の位相が完全に等しいとき 1 となるが、各 EM の平均値や分散にばらつきが存在すると Ω の値は 1 以下に減少する。
- (ii) 一方、各 EM の平均値が完全に等しくても EM 間の位相差が大きければ Ω は約 0 を示す。

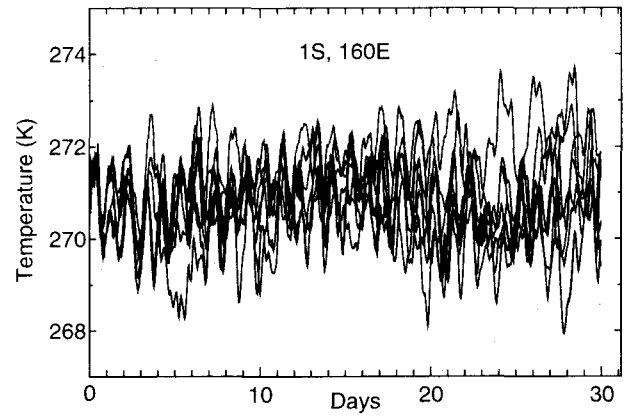


図-6 9 つの初期値によるアンサンブルメンバーの時系列 (南緯 1 度, 東経約 160 度の 1 グリッド)

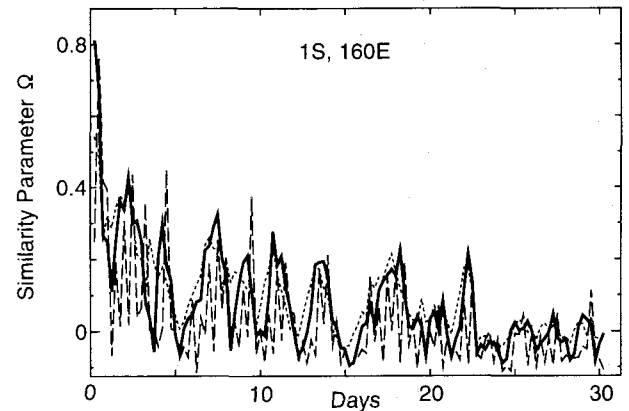


図-7 相似性パラメタ Ω を用いたアンサンブル予報の精度評価 (図中の実線は時間ステップ数 (n) を示し、破線: 12 個, 実線: 24 個, 点線: 36 個)

- (iii) 平均値の相似性と分散の相似性は式 (27) より相補的な関係にあり、 Ω に与える平均値・分散の相似性の影響は-1~0 である。

5. Ω を用いた新たな数値予報精度評価手法の提案

前章までにおいて Ω は EM 間の位相の相似性 (相関) と平均値・分散の相似性を表すパラメタであることが判明した。本章では気象庁、ヨーロッパ中期予報センター (ECMWF)、米国環境予測センター (NCEP) 等の気象予報機関が現業の 1 ヶ月・季節予報として行っているアンサンブル予報の予報精度評価手法¹²⁾に関し、本研究により数学的構造が解明された Ω を用いた新しい評価手法の提案を行う。

(1) モデルとデータ

$$\Omega(t) = \frac{m\sigma_P^2(t) - \sigma_P^2(t)}{(m-1)\sigma_P^2(t)} \quad (32)$$

予報評価を行うデータと使用した気候モデルの説明を行う。気候モデルは東京大学気候システム研究センター

と国立環境研究所により製作された大気大循環モデル CCSR/NIES AGCM Ver.5.6 (以降, CCSR/NIES) を用いる. 本実験で用いた初期値は 15 年間スピンアップ計算を行った後の 6 月の同時刻のデータである. 実際の現業予報ではさらに多くの初期値からなるアンサンブル計算によって行われているが, 本研究では Ω を用いた新たな数値予報精度評価手法の提案を行うことが目的であるため, 9 つのアンサンブル計算で十分に研究目的を満たすものとする.

(2) Ω を用いた数値予報精度評価結果

式 (32) に従い, Ω を用いたアンサンブル予報精度評価を行う. 式中の t は時刻を示し, ある時間ステップ数 (n) における $\Omega(t)$ の時刻 (t) ごとに行う. 図 6 は 6 月の太平洋中心部赤道付近の 1 グリッド (南緯 1 度, 東経 160 度) における 500hPa 面での大気気温の時系列を EM ごとに示す. 各 EM は 1 時間の時間ステップからなる. 式 (32) を用い, 図 6 に示す 9 つの EM から $\Omega(t)$ を算出し, 結果を図 7 の実線で示す. このとき $\Omega(t)$ は 24 時間 ($n = 24$) の時間ステップから 6 時間間隔で求めたものである. 図より $\Omega(t)$ は 1 日目では約 0.7 と大きな値を示すが, 翌日には約 0.2 まで減少し, その後増加・減少を繰り返す. この結果から図 6 に示す 9 つの EM の位相・分散・平均値の相似性は計算開始後数日で大きく減少することから, つまり天気の状態・変動の双方に関する予報精度は数日程度ということになる.

(3) 時間ステップ数と Ω との関係

次に複数の時間ステップ数 (n 個) から $\Omega(t)$ を求め, アンサンブル予報の予報精度評価結果の検討を行う. 式 (27) より EM 間のばらつきの程度は平均値のばらつきと分散のばらつきの和になることが示された. つまり認識対象とする時間スケールによって平均値と分散の関係は変化するのである. そこで本節では時間ステップ数の違いが $\Omega(t)$ に与える影響に着目する. 図 7 は時間ステップ数 12, 24, 36 個に関し 6 時間間隔で Ω を算出した結果を示す. 図より $n=12$ のとき (破線) 最も Ω の値, 変動周期は小さく, 一方 $n=36$ のとき (点線) 最も大きい. この結果は時間ステップ数の増加に伴い平均値はその理論的期待値に近づくという大数の法則を表し, 定常状態 (時間平均値) をどう捉えるかという物理量を考える上で極めて根本的な問題を如実に示すものである.

6. まとめ

本研究は Koster ら¹⁾によって提案された複数のアンサンブルメンバー (EM) 間の相似性を示すパラメタ Ω の数学的構造の解明を行ったものである. その結果, 相似性パラメタ Ω は EM 間の位相・平均値・分散という‘かたち’の相似性を示す新しい統計指標であることが明らか

となった. また著者らは本研究によってその数学的構造が解明された Ω を用いた統計解析手法として, 数値シミュレーションを用いた 1 ヶ月・季節予報手段であるアンサンブル予報の新しい予報精度評価手法を提案した. その結果, 現業の数値予報評価手法では行うことができなかった天気の状態・変動の双方に関し統一的な予報精度の評価を可能とした. 従って本研究が提案する EM 間の位相・平均値・分散という‘かたち’の相似性を示す Ω を用いた新しいアンサンブル予報精度評価手法は, 今後の 1 ヶ月・季節予報を行う上で極めて有効かつ汎用性の高い評価手段となろう. さらに複数の時系列間の‘かたち’の相似性を定量化するこの新しい統計的概念を用いた解析手法は様々な科学・技術の分野で広く用いられうるものとなろう.

謝辞: 本研究は総合地球環境学研究所プロジェクト『地球規模の水循環変動ならびに世界の水問題の実態と将来展望』ならびに JST/CREST『人間活動を考慮した世界水循環水資源モデル』(代表: 沖 大幹) の成果の一部である. ここに記して深く謝意を表します.

参考文献

- 1) R. Koster, J. Suarez, and M. Heiser. Variance and predictability of precipitation at seasonal-to-interannual timescales. *J. Hydro Meteor.*, Vol. 1, pp. 26–46, 2000.
- 2) G. I. Taylor. Diffusion by continuous movements. *Proc. London Math. Soc.*, Vol. 20, pp. 196–212, 1920.
- 3) N. Wiener. Generalized harmonic analysis. *Acta Math.*, Vol. 55, pp. 117–258, 1930.
- 4) G. I. Taylor. The spectrum of turbulence. *Proc. Roy. Soc.*, Vol. 73, pp. 476–490, 1938.
- 5) 日野幹雄. スペクトル解析ハンドブック. 朝倉書店, 2004.
- 6) Palmer. T. N., F. Molteni, R. Mureau, R. Buizza, P. Chapelet, and J. Tribbia. Ensemble prediction. *ECMWF Technical Memorandum*.
- 7) 平沢正信. 天気予測の統計的検証と評価. 財団法人 気象業務支援センター, 1997.
- 8) R. Koster and J. Suarez. Comparing the degree of land atmosphere interaction in four atmospheric general circulation models. *Amer Meteor Soc.*, Vol. 3, pp. 363–375, 2002.
- 9) 山田朋人, 鼎信次郎, 沖大幹. 大気大循環モデルにおける大気陸面過程相互作用の比較分析. 水工学論文集, Vol. 48, pp. 223–228, 2004.
- 10) R. Koster, P. Dirmeyer, Z. Guo, G. Bonan, E. Chan, P. Cox, C. T. Gordon, S. Kanae, E. Kowalczyk, D. Lawrence, P. Liu, C. H. Lu, S. Malyshev, B. McAvaney, K. Mitchell, D. Mocko, T. Oki, K. Oleson, A. Pitman, Y. C. Sud, C. M. Taylor, D. Versegny, R. Vasic, Y. Xue, and T. Yamada. Regions of strong coupling between soil moisture and precipitation. *Science*, Vol. 305, pp. 1138–1140, 2004.
- 11) D. Rowell, C. K. Folland, K. Maskell, and M. N. Ward. Variability of summer rainfall over tropical north africa (1906–92). *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, Vol. 121, pp. 669–704, 1995.
- 12) 気象庁予報部. H6 年度長期予報研修テキスト, 1 ヶ月数値予報と アンサンブル予報. 気象庁予報部, 1994.

(2004. 9. 30 受付)