

密度噴流の拡散に寄与する波の効果

MODELING THE EFFECTS OF WAVE ON MIXING
ENHANCEMENT OF SUBMERGED BUOYANT JETS

楊 宏選¹・早川典生²
Hongxuan YANG and Norio HAYAKAWA

¹正会員 工修 長岡技術科学大学 環境建設系 (〒940-2188 新潟県長岡市上富岡町1603-1)

²フェローメンバー Ph.D 長岡技術科学大学 環境建設系 (〒940-2188 新潟県長岡市上富岡町1603-1)

A Lagrangian model is developed for predicting a turbulent buoyant jet discharged into wave-induced flow environments. Two entrainment coefficients are involved in the model: one describing the shear entrainment identical with that of traditional models for jets into stagnant ambient fluids while the other describing the forced entrainment due to wave-induced velocity assumed as constant herein. Model predictions are compared with experiments of buoyant jets into ambient water with shallow water wave conditions, and the agreement is very good. The present model is also validated for the limited case of zero ambient velocity. It is revealed that the waves may significantly increase the dilution achieved by the ocean outfalls. Taking into account of the wave effects on the jet mixing would make the outfall design easy to satisfy the environmental standard with lower costs than otherwise.

Key Words: dilution, buoyant jet, shallow water wave, shear entrainment, forced entrainment

1. 序論

都市廃水や発電所冷却水の海洋への放流は典型的な密度噴流である。水質保全や環境アセスメントの需要から密度噴流の研究は半世紀前まで遡ることができる。一般的に、静止流体環境への水中密度噴流に比べて、流れる流体環境への水中密度噴流の方が乱流混合が強く、濃度の減衰はより速くなる。静止流体環境への放流はもとより、密度成層した流体環境、および定常な流れ場に垂直に噴出される水中密度噴流は多くの研究者に研究されてきて実用に耐えるほどの解析モデルも多数提案されている^{1),2),3),4),5)}。これらの解析モデルは実験データに基づき最適解を得るようにとモデル中の係数を決めている。しかし、フィールド測定から希釈度(dilution)の実測値は解析モデルの予測値より高いことが示されている^{6),7)}。これは汚水や温水の沿岸水域における海中放流は常に潮汐および波の影響を受けるので、こうした変動流れの密度噴流拡散に与える影響をモデルに取り入れていないのが一因であると考えられる。

波または潮流を想定した規則的に変動する流れ場に放出する密度噴流の研究は少ないものの、いくつか行われている^{8),9),10),11),12)}。Chin¹¹⁾のパイ定理を適用

した次元解析によれば、密度噴流が水面に浮上した時の希釈度Sは $S=f(H/L_M, L_M/L_Q, L_m/L_Q, h/L, \beta, \alpha)$ である(図-1)。ここにH:排水口の水深、h:水深、L:波長、β:放流方向と水平面のなす角、α:放流方向と波進行方向のなす角である。長さスケール L_M 、 L_Q と L_m は、体積フラックス $Q=AU_0$ 、運動量フランクス $M=QU_0$ 、浮力フランクス $B=Qg\Delta\rho_0/\rho_0$ 、および波が排

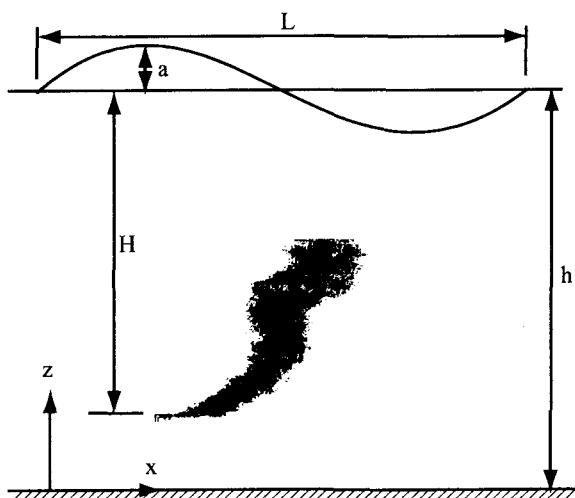


図-1 波環境における水中密度噴流

水口で起こす水粒子の最大水平流速 u_{max} を用いて、それぞれ $L_Q=Q/M^{1/2}$, $L_M=M^{3/4}/B^{1/2}$, $L_m=M^{1/2}/u_{max}$ と定義される。ここにA:排水口面積, U_0 :放流速度, g :重力加速度, $\Delta\rho_0$:密度噴流と周囲流体の初期密度差, ρ_0 :密度噴流の初期密度である。長さスケールは密度噴流を特性づける際に便利なパラメータで、多くの研究者に議論されている^{2),13)}。 L_Q は初期流量Qが重要な働きを持つ長さ; L_M は初期運動量が支配的因素となる長さで、この長さを超えると浮力が支配的となる; L_m は密度噴流の流速が波の起きた流速レベルに減衰するのに要する長さである。 L_m/L_Q は波効果を、 h/L は波形を表すパラメータである。実際の海中放流の多くは $L_M \gg L_Q$ 且つ $H \gg L_M$ で、希釈度Sは主に放流の浮力フラックスに支配される²⁾。Shuto & Ti⁸⁾は鉛直密度噴流に与える波の効果を研究し、その実験は上記無次元パラメータで考えると $H/L_M=0.66$, $L_M > L_m > L_Q$, $h/L < 0.5$ となり、水深にわたって波流速が一様で、浮力効果は支配的因素ではない。実験結果は $S=8.23(L_m/L_Q)(h/L_M)^2$ で表されるが、 S は (L_m/L_Q) に比例するところに疑問点が残る¹¹⁾。波高はゼロに減じた時、 $L_m \rightarrow \infty$ から $S \rightarrow \infty$ となってしまうからである。Ger⁹⁾は水平密度噴流に与える波の効果を研究し、その実験は $H/L_M=0.29-2.1$, $L_M/L_Q=2.1-9.1$, $L_m/L_Q=0.15-0.95$, $h/L < 0.07$ と特徴付けられ、密度噴流は主に放流量と波流速に支配され、波も長波に近い。これらの実験に比べ、Chin¹¹⁾は典型的な海中放流環境を想定し、 $H/L_M=9$, $L_M/L_Q=17$, $L_m/L_Q=7.4-31.3$ として波向に並行する水平密度噴流の実験を行った。その実験で H/L_M , L_M/L_Q , β , α は固定値のため、希釈度Sは L_m/L_Q と h/L に依存する。実験結果から h/L の影響はマイナーで、希釈度Sは主に L_m/L_Q によって決定される。Ismail & Wiegel¹⁰⁾は波進行方向に向かって放流される表層噴流の研究を行い、実験およびスケール解析を通して、屈折による波の運動量フラックスの作用で、噴流の広がり幅は波のない時に比べて大きいのを示した。楊と早川¹²⁾の変動流れを扱うモデルは、定常解を初期条件とするため、周期の短い波環境に不適である。

このように密度噴流は、波の存在によって、幅の広がり速度と濃度減衰が加速され、波のない場合に比べて、より大きい希釈効果が得られる。波の効果を考慮することで、より緩い設計で環境基準を満たすことができ、放流施設コスト減と環境アセスメントに寄与することが期待できる。これには波の効果を定性的に考慮するだけでは不十分で、定量的に評価することが要求される。本研究は波の起きた流速場をモデルに組み込み、放流口から出る密度噴流の流体塊をラグランジュ的に追跡することで噴流流脈を特定し、波の密度噴流に寄与する効果を定量化することが目的である。

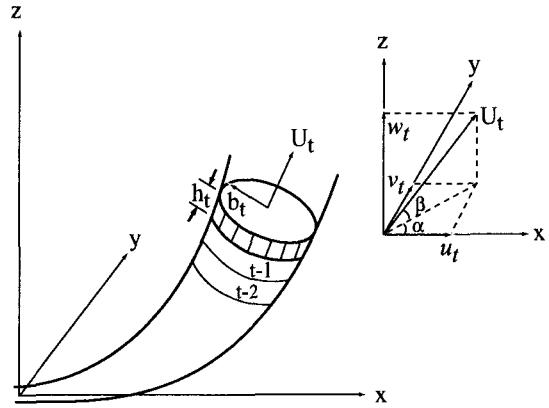


図-2 微小厚さの切片が一定時間内にたどった道筋

2. ラングランジュモデル

(1) 基本コンセプト

本研究は定常流のラグランジュモデル³⁾を非定常流に拡張するものである。体積フラックス $Q=AU_0$, 運動量フラックス $M=QU_0$, 浮力フラックス $B=Qg\Delta\rho_0/\rho_0$ の密度噴流が波環境に放出され、放流流速と水平面のなす角が β , 放流流速水平面投影とx軸のなす角が α とする。周囲流体の変数に上付き小文字aをつけて環境流体を表す。放流パラメータから密度噴流の特性値(幅, 軌道, 流速, 希釈度)を予測するのがモデルの目的である。図-2にこのモデルのコンセプトを示す。放流口から次々と出る噴流流体の切片の運動に注目してその流跡(path line)を求め、ある時刻で各位置にある個々の切片をつなぐと、流脈(streak line)すなわち密度噴流軌道が得られる。切片の諸元を流速 $U(x,y,z)$ 方向成分は u,v,w , トレーサー c (温度, 塩分濃度その他保存性スカラー), 密度 ρ , 断面積 A (円形とするなら $A=\pi b^2$, b は半径), 厚さ h , 体積 $V(Ah)$, 方向(α,β), 位置(x,y,z)とし、変動場の流れは位置と時間で記述できるとする。切片位置と時間から、変動場の流れすなわち周囲流速 U_a が決まり、次の微小時間 Δt の間 U_a が変わらないと近似し、切片の Δt 後の新しい位置、流速などの諸元を求める。時間増分 Δt を小さくすればするほどこの近似は精度が高くなる。

(2) モデルの構築

体積、運動量、およびトレーサーの保存を考慮して、時刻 t の噴流流体切片の諸元から、微小時間 Δt 後の時刻 $t+1$ の切片諸元を以下のような式で求める:

$$\text{体積: } V_{t+1} = V_t + \Delta V_t \quad (1.1)$$

$$\text{トレーサー: } c_{t+1} = (c_t V_t + c^a \Delta V_t) / V_{t+1} \quad (2.1)$$

$$\text{密度: } \rho_{t+1} = \rho(c_{t+1}) \quad (2.2)$$

運動量:

$$u_{t+1} = \frac{(u_t \rho_t V_t + u_t^a \rho_t^a \Delta V_t)}{\rho_{t+1} V_{t+1}} \quad (3.1)$$

$$v_{t+1} = \frac{(v_t \rho_t V_t + v_t^a \rho_t^a \Delta V_t)}{\rho_{t+1} V_{t+1}} \quad (3.2)$$

$$w_{t+1} = \frac{(w_t \rho_t V_t + w_t^a \rho_t^a \Delta V_t + V_t \Delta \rho_t g)}{\rho_{t+1} V_{t+1}} \quad (3.3)$$

位置:

$$x_{t+1} = x_t + u_t \Delta t \quad (4.1)$$

$$y_{t+1} = y_t + v_t \Delta t \quad (4.2)$$

$$z_{t+1} = z_t + w_t \Delta t \quad (4.3)$$

面積と厚さ:

$$h_{t+1} = \frac{\sqrt{u_{t+1}^2 + v_{t+1}^2 + w_{t+1}^2}}{\sqrt{u_t^2 + v_t^2 + w_t^2}} h \quad (5.1)$$

$$A_{t+1} = V_{t+1} / h_{t+1} \quad (5.2)$$

噴流方向:

$$\cos \alpha_{t+1} = \frac{u_{t+1}}{\sqrt{u_{t+1}^2 + v_{t+1}^2}} \quad (6.1)$$

$$\sin \alpha_{t+1} = \frac{v_{t+1}}{\sqrt{u_{t+1}^2 + v_{t+1}^2}} \quad (6.2)$$

$$\sin \beta_{t+1} = \frac{w_{t+1}}{\sqrt{u_{t+1}^2 + v_{t+1}^2 + w_{t+1}^2}} \quad (6.3)$$

$$\cos \beta_{t+1} = \frac{\sqrt{u_{t+1}^2 + v_{t+1}^2}}{\sqrt{u_{t+1}^2 + v_{t+1}^2 + w_{t+1}^2}} \quad (6.4)$$

保存式(1.1)～(3.3)に現れる ΔV は連行による流体切片の体積増加分で、噴流軸方向速度差 $\Delta U (=|\text{噴流流速 } U - \text{周囲流速 } U_p|)$ のシアによる連行(Shear Entrainment) ΔV_s と周囲流体の噴流に垂直する流速成分 U_n^a が噴流に衝突することによる連行(Forced Entrainment) ΔV_f に分けられる。 ΔV_s と ΔV_f はそれぞれ次のように表される:

$$\Delta V_s = 2\pi b h E_s \Delta U \Delta t \quad (7.1)$$

$$\Delta V_f = 2b h E_f |U_n^a| \Delta t \quad (7.2)$$

なお、 E_s と E_f は連行係数、 b は断面半径である。総連行量は一般的に $\Delta V = \Delta V_s + \Delta V_f$ で扱われる。 ΔU と $\Delta \rho$ の分布をガウス分布、つまり

$$\Delta U = \Delta U_m \exp(-r^2/b^2) \quad (8.1)$$

$$\Delta \rho = \Delta \rho_m \exp(-r^2/(\lambda^2 b^2)) \quad (8.2)$$

と近似するのは一般的である。ここで λ は乱流シュミット数、下付き文字 m は噴流中心の値を表す。 E_s はFan&Brooks¹⁾とLee & Cheng³⁾の式を再構成し

$$E_s = \text{Max}(0.057 + 0.554 \sin \beta / F^2, 0.085) \quad (9)$$

で表すことができる。 $F = |\Delta U_m| / (gb \Delta \rho / \rho_0)^{1/2}$ はローカルフルード数である。環境流体が流速 U_n^a ですべて密度噴流に進入したと考えて、 E_f は1と見積もられ

るが、本研究は実験データにもっとも合うように E_f の最適値を求める。なお、式(9)は速度差 ΔU と密度差 $\Delta \rho$ をガウス分布とする場合のもので、Top-Hat分布とする場合、次の式で関連づけられる^{2),3)}:

$$U_{th} = U_g / 2 ; b_{th} = 2^{1/2} b_g ; \Delta \rho_{th} = \Delta \rho_g \lambda^2 / (1 + \lambda^2) ; E_{sth} = 2^{1/2} E_{sg}$$

なお、下付き文字 th と g はそれぞれTop-Hatとガウス分布を表す。

(3) オイラー型積分モデルとの関係

式(2.1)～(9)を使って、流体切片が放流口を出る時刻 t_0 から水面に上昇した時刻 t_s まで追跡計算すると、時刻 t_0 に放出される流体の流跡が求まる。 $\Delta t \rightarrow 0$ にして上記式を微分形に書き直すと既存の定常環境におけるオイラー型密度噴流モデルとの関連がわかりやすくなる:

$$\frac{d}{U dt} (UA) = 2\pi b E_s \Delta U + 2b E_f |U_n^a| \quad (10.1)$$

$$\frac{d}{U dt} (uUA) = u^a E \quad (10.2)$$

$$\frac{d}{U dt} (vUA) = v^a E \quad (10.3)$$

$$\frac{d}{U dt} (wUA) = w^a E + A \frac{\Delta \rho}{\rho_0} g \quad (10.4)$$

$$\frac{d}{U dt} (\Delta \rho UA) = -(VA) \frac{d\rho^a}{ds} \quad (10.5)$$

$$\frac{dx}{U dt} = \cos \alpha \cos \beta \quad (10.6)$$

$$\frac{dy}{U dt} = \sin \alpha \cos \beta \quad (10.7)$$

$$\frac{dz}{U dt} = \cos \beta \quad (10.8)$$

この中に s は噴流流体切片の $t_0 \sim t_s$ までの流跡中心線である。静止または定常流環境に噴出される密度噴流は流跡と流脈が一致するので、流跡 s は密度噴流の中心軸(S とする)に一致する。よって、 $S=s$ 、 $dS=U dt$ が成立する。式(10)中の $U dt$ を dS 、 s を S で入れ替えると、定常環境の密度噴流の積分モデル⁵⁾に本質的に一致することがわかる。

実際の流跡追跡に当たって、離散形の式(2.1)～(9)を使うより、微分形の式(10)を使った方が便利で、精度も高い。これは常微分方程式の高次精度数値解を得るための研究成果が多く、そのプログラムコードも広く普及しているためである。本研究は4次のルンゲ・クッタ法で式(10)の数値解を求めている。

3. モデルの評価と応用

(1) 波の影響を受けない環境

波の振幅がゼロ、つまり周囲流速がない静水環境に放出される密度噴流は流脈と流跡が一致し、流体

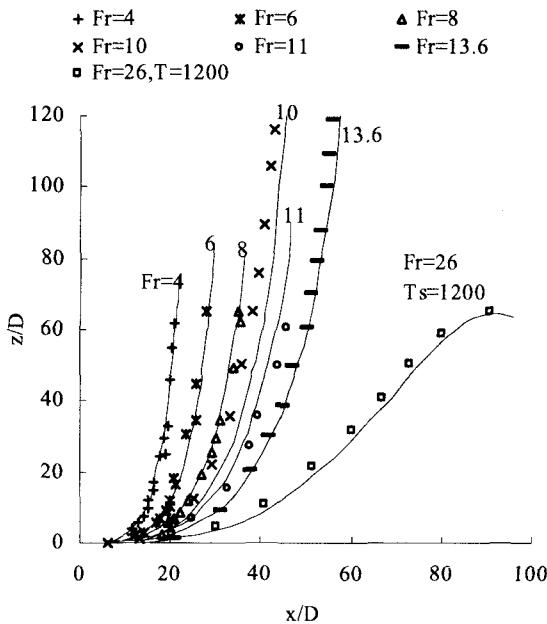


図-3 静水環境に噴出される密度噴流の中心軸

切片一個の追跡計算で中心軸、幅、希釈度($S = \Delta\rho_0/\Delta\rho$)などの特性値が求まる。静止環境であるため、連行係数 E_f は追跡計算に関与せず、 E_s のみが必要である。次元解析により、水平方向密度噴流は中心軸が L_M/L_Q にのみ依存し、上昇高 H での希釈度 S は L_M/L_Q と H/L_M に依存する。ただし、環境流体が密度成層した場合、中心軸と希釈度は更に密度成層パラメータ $T_s = \Delta\rho_0/[D(-dp^a/dz)]$ に依存する。ここで、 D は放流口直径である。連行係数 E_s はモデル自身で算出できる式(9)を用いて、密度噴流の計算をしてみた。図-3は予測した密度噴流中心軸と実験値を、図-4は予測した希釈度とFan&Brooks¹⁾モデルの計算値を比較したものである。放流フルード数 $Fr = U_0/(gD\Delta\rho_0/\rho_0)^{1/2}$ は $Fr = (\pi/4)^{1/4}L_M/L_Q$ でも表すことができるから、図-3は L_M/L_Q の変わりに静水環境密度噴流に多用されるFrで表記している。図-3と図-4から、本モデルの結果は静水環境において、実験データと既存の静水環境モデルによく一致していることがわかる。流跡を追跡する微分形の連立常微分方程式(10)は静水環境において、流脈を記述するFan&Brooks¹⁾のオイラー型積分モデルとは本質的に同じで、且つ連行係数 E_s も多くの実験データから得られた最適関数であるから、図-3と図-4のような一致は必然的な結果である。

(2) 波の影響を受ける環境

浅い沿岸水域での密度噴流は波、特に浅海波の影響を受ける。ここでChin¹¹⁾の実験をモデル検証に用いるから、浅海波の起こした流速変化を考える。微小振幅波理論により、波による水粒子の運動速度(図-1参照)は次式で表される:

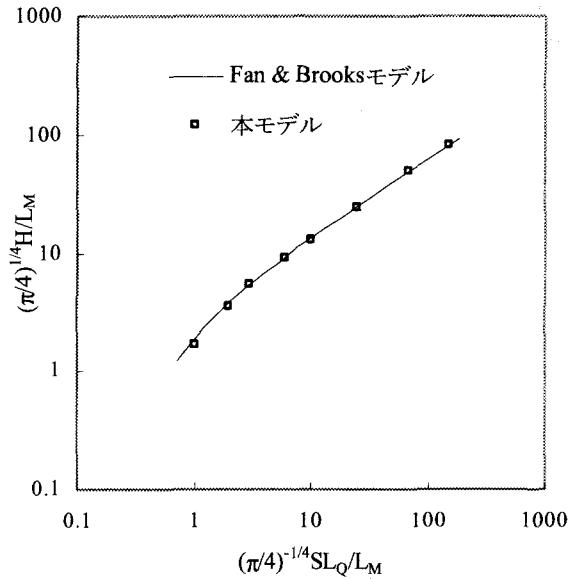


図-4 Fan & Brooksモデルとの比較

$$u^a = \frac{agk}{\sigma} \frac{\cosh(kz)}{\cosh(kh)} \sin(kx - \sigma t) \quad (11.1)$$

$$w^a = -\frac{agk}{\sigma} \frac{\sinh(kz)}{\cosh(kh)} \cos(kx - \sigma t) \quad (11.2)$$

ここで $k=2\pi/L$, $\sigma=2\pi/T$, a , T と L はそれぞれ波の振幅、周期と波長である。Chin¹¹⁾の実験では、放流方向は水平で、しかも波向に平行している。したがって、 y 方向流速がなく、噴流中心軸は xz 平面に属する二次元曲線となる。波流速の噴流軸に垂直する流速成分 U_n^a と並行する流速成分 U_p^a は次式で算出される:

$$|U_n^a| = |u^a \sin \beta - w^a \cos \beta| \quad (12.1)$$

$$U_p^a = u^a \cos \beta + w^a \sin \beta \quad (12.2)$$

式(10)の数値解を求めるのにあたって、 U_n^a による連行量 ΔV_f を求めるための連行係数 E_f を決めておく必要がある。 E_f は実験を最も表現できる最適値として本研究は

$$E_f = \begin{cases} 0.32, & \text{if } \Delta U > u_{\max}^a \\ 0, & \text{if } \Delta U \leq u_{\max}^a \end{cases} \quad (13)$$

を用いる。つまり、噴流軸方向流速差 ΔU は比較的大きい時に U_n^a で運動する環境流体の32%が密度噴流に混入するが、 ΔU は波の最大流速程度に減衰すると、噴流流体も波に乗って移動するようになって、 U_n^a による周囲流体の混入が無視できる。

流れは非定常であるため、流脈と流跡は一致しない。噴流流体が放流口を出てから水面に達するまで要する時間の平均を t_s とすると、時刻 t の軌道を得るために、時刻 $t-t_s$ から t までの間に放出されるすべての密度噴流流体の流跡計算が必要である。図-5は $L_M/L_Q=17$, $L_m/L_Q=21.3$, $h/L=0.4$ の条件で計算した密度噴流軌道を示すものである。波は放流口近くで密

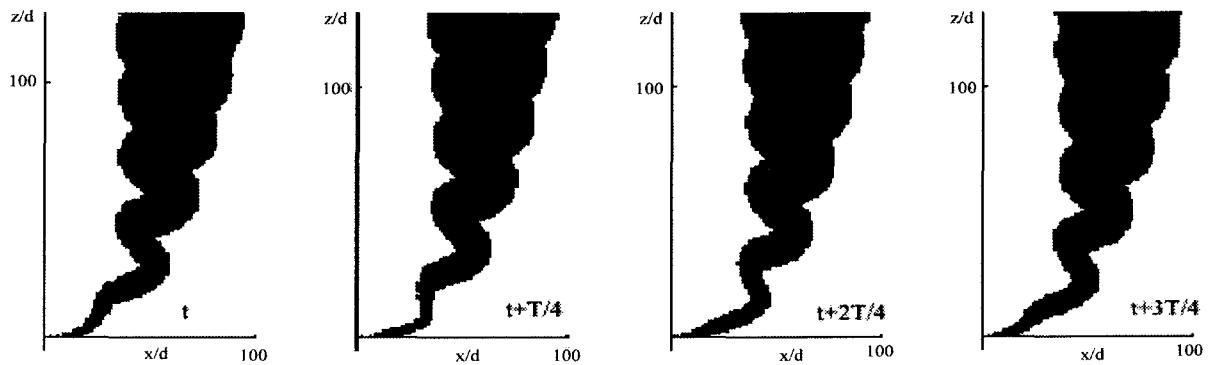


図-5 計算された密度噴流の軌道

度噴流軌道に与える影響は最も大きいことがわかる。波流速が放流速度に向かってくる場合、密度噴流は比較的近い距離からプルームらしくなって上昇するが、波流速が放流速度と同じ方向である場合、密度噴流は波流流速に乗って比較的長い距離を移動してからプルームらしい動きを示す。放流口から一定距離を離れると波に乗って前後動きながら上昇する様子はどれも似ている。これはChin¹¹⁾の実験で観測した運動特性をよく再現している。

Chin¹¹⁾の実験で $H/L_M=9$, $L_M/L_Q=17$ と固定されているので、水面での希釈度Sは次元解析により、 L_m/L_Q と h/L に依存する。図-6は本モデルの計算結果と実験データを比較したものである。実験のばらつきを考慮に入れると、計算は非常によく実験に接近していると言える。 L_m/L_Q の増大によって、希釈度は波のない時の値より、倍近くにも達することが図から見てわかる。

特筆すべく点はすべての計算において、連行係数 E_s と E_f はそれぞれ式(9)と式(13)にしたがって計算されている。すなわち、放流条件からモデル自身で決められる。これは放流条件ごとに異なる連行係数を適用するモデル^{1),4)}に比べ、“予測”というモデルの機能をよりよく達成できる。

(3) モデルの応用

Chin¹¹⁾の実験から希釈度Sは主に L_m/L_Q によって決定され、 $S/S_0=1+6.15(L_Q/L_m)$ と近似される。ここで S_0 は波がない時の希釈度である。Chin¹¹⁾に指摘されたように、この関係は $H/L_M=9$, $L_M/L_Q=17$, 波向に平行する水平密度噴流を前提条件とする。一方、 $S=8.23(L_m/L_Q)(H/L_M)^2$ で表されるShuto & Ti⁸⁾の近似式は、希釈度Sが (L_m/L_Q) に比例するところはChin¹¹⁾と逆である。波の動きを分析するとShuto & Ti⁸⁾の近似式に疑問点が残る¹¹⁾が、いずれの近似式も特定条件下で実験結果を表す数学式であり、たとえChin¹¹⁾の式は物理的意味を有しても、放流条件を変えると使えなくなるのは一緒である。これに対し、本モデルは近似式ではなく、理論的に誘導したラングラン

ジュ式に実験から得られた連行係数を加えて、数値解を求めている。いわゆる半理論半実験的式である。ラングランジュ式および連行係数のコンセプトを崩す極端な放流環境でない限り、モデルは有効である。次に本モデルを用いて、さまざまの放流条件における波の効果を分析する。

放流条件は $h/L=0.4$ 、波向と放流方向がxに平行、

- A : $H/L_M=18$, $L_M/L_Q=8.5$;
- B : $H/L_M=9$, $L_M/L_Q=17$ (Chinの実験) ;
- C : $H/L_M=6$, $L_M/L_Q=25.5$;
- a : $H/L_M=19.4$, $L_M/L_Q=8.5$;
- b : $H/L_M=9.7$, $L_M/L_Q=17$;
- c : $H/L_M=6.5$, $L_M/L_Q=25.5$;

を想定し、希釈度Sをモデルで計算して、その結果を図-7に示す。これはChin¹¹⁾実験への拡張と考えられる。波の効果を考える際、希釈度は絶対値Sを用いるより、波がない時の値 S_0 との比 S/S_0 を用いたほうが理解しやすい。計算結果が示しているように、同じ波条件の下(h/L と L_Q/L_m が一定)、 L_M/L_Q (つまり放流フルード数Fr)が大きければ大きいほど、波の希釈度の増大に寄与する効果が大きい；また、 H/L_M の増大とともに波の効果も増加する。このように、本モデルを用いて、実験データのない密度噴流条件を評価、予測することができる。

本モデルは波向と放流速度が同じ平面にない放流環境も評価できると考えられるが、実験データの欠乏のため、その議論を省くことにする。

4. 結論

軌道と希釈度にフォーカスを当てて、波が沿岸水域での密度噴流に与える影響を、ラングランジュモデルを用いて評価した。実験との比較を通して、本モデルの有効性が確認された。波の希釈度に寄与する効果は、 H/L_M , L_M/L_Q と L_Q/L_m の増大とともに増加する特性をモデルで示した。この特性、そして本モデルによる波効果の定量的評価を利用して、汚水の

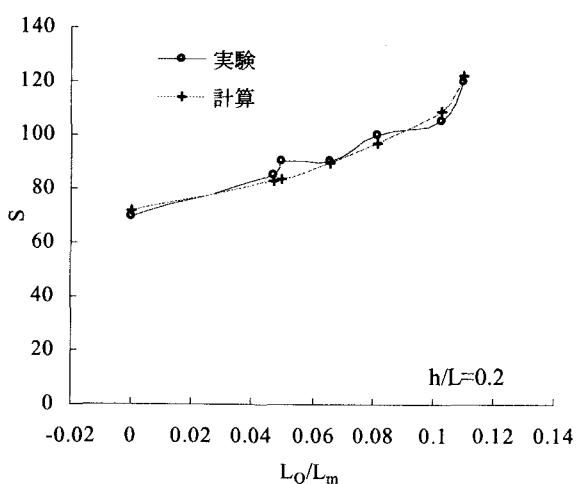
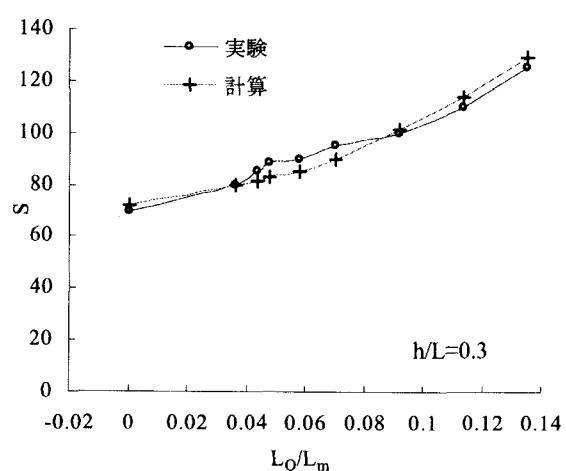
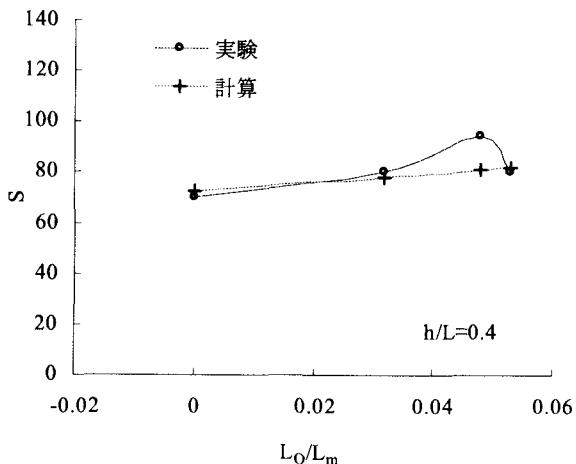


図-6 希釈度の実験と計算の比較

放流設計に際して波を利用した希釈性能の最大化と建設費の節約が図られる。

参考文献

- Fan, L. N., and Brooks, N. H.: Numerical solutions of turbulent buoyant jet problems, Report No. KH-R-18, Calif. Inst. of Technology, Pasadena, Calif., 1969.

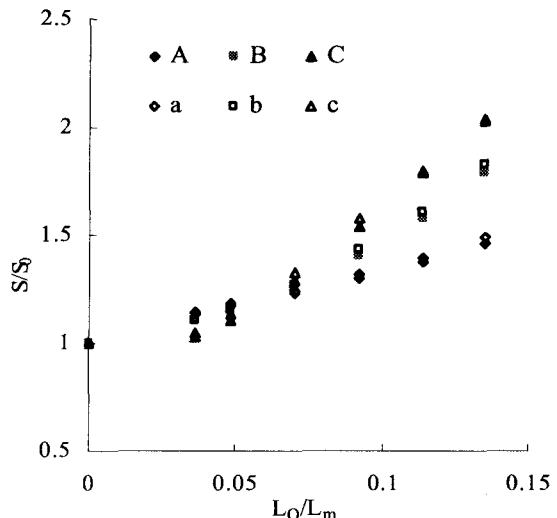


図-7 計算された稀釈度

- Fischer, H. B.: Mixing in inland and coastal waters, Academic Press, New York, N. Y.
- Lee, J. H. W., and Cheung, V.: Generalized Lagrangian model for buoyant jets in current, J. Envir. Engrg., ASCE, Vol.116(6), pp.1085-1106, 1990.
- Bemporad, G. A.: Simulation of round buoyant jet in stratified flowing environment, J. Hydr. Engrg., ASCE, Vol.120(5), pp.529-543, 1994.
- 楊宏選, 早川典生, 福島裕介: 非一様流れ場における密度噴流, 水工学論文集, Vol.43, pp.929-934, 1999.
- Agg, A. R., and Wakeford, A. C.: Field studies of jet dilution of sewage at sea outfalls, Inst. of Public Health Engineers Journal, Vol. 71, pp.126-149, 1972.
- Hendricks, T. J.: In-situ measurements of initial dilution, Southern California Coastal Research Project Report, pp.41-51, 1977.
- Shuto, N. and Ti, L. H.: Wave effects on buoyant plumes, Proc. 14th Coastal Engrg. Conf., pp.2199-2209, 1974.
- Ger, A. M.: Wave effects on submerged buoyant jets, Proc. 8th Congress. Int. Assoc. Hydr. Res., pp.295-300, 1979.
- Ismail, N. M., and Wiegel, R. L.: Opposing wave effect on momentum jets spreading rate, J. Waterway, Port, Coastal and Ocean Engrg., ASCE, Vol.109(4), pp.465-483, 1983.
- Chin, D. A.: Influence of surface waves on outfall dilution, J. Hydr. Engrg., ASCE, Vol.115(8), pp.1007-1018, 1987.
- 楊宏選と早川典生: 流向が反転する流れに放出される密度噴流の積分モデル, 水工学論文集, Vol.47, pp.1135-1140, 2003.
- Lee, J. H. W., and Neville-Jones, P.: Initial dilution of horizontal jet in crossflow, J. Hydr. Engrg., ASCE, Vol.113(5), pp.615-629, 1987.

(2003.9.30受付)