

流れ場に直角に流入する密度噴流における連行量と抗力について

ON THE ENTRAINMENT AND THE DRAG FORCE OF THE TURBULENT ROUND BUOYANT JETS FLOWING INTO CROSSFLOWS

楊 宏選¹・早川典生²・陸 曼皎³・熊倉俊郎⁴

Hongxuan YANG, Norio HAYAKAWA, Minjiao LU and Toshiro KUMAKURA

¹正会員 工修 長岡技術科学大学 環境建設系 (〒940-2188 新潟県長岡市上富岡町1603-1)

²フェロー会員 Ph.D 長岡技術科学大学 環境建設系 (〒940-2188 新潟県長岡市上富岡町1603-1)

³正会員 工博 長岡技術科学大学 環境建設系 (〒940-2188 新潟県長岡市上富岡町1603-1)

⁴正会員 工修 長岡技術科学大学 環境建設系 (〒940-2188 新潟県長岡市上富岡町1603-1)

A series of three-dimensional numerical simulation for turbulent round buoyant jets normally discharged into crossflow were performed with $k-\epsilon$ two-equations turbulence model. The Reynolds numbers ranged from 7600 to 12000 and the ratios of jet to crossflow velocity was 3.8, 4 and 6. Comparisons with available experimental data were used to validate the numerical results. The jet entrainment is computed by integrating the volumetric flux over the jet cross-section and the drag force due to the pressure gradient is computed with integrating the pressure along the jet circumference which is defined by an assigned value of tracer concentration. It is shown that the entrainment rate into the jet increases faster in the region near the outfall, reaches the peak value at the short distance, and then decays to the level of the free jet in the far downstream. The drag force acting on the jet is large near the outfall, then quickly becomes neglectable beyond the bent-over point.

Key Words : entrainment, drag force, pressure coefficient

1. 序論

密度噴流が流れ場に流入する乱流現象はたとえば都市廃水や発電所冷却水の海への放流、工場煙突から大気への排煙など、と広い範囲で工学問題として研究されてきた(Fig.1)。観測技術の進歩につれ、実験的研究は観測の重点を初期の噴流軸から、次第に流速分布、密度分布および乱れ量の測定に移り、近年、渦構造にまで及んだ^{1),2),3),4),5),6)}。これらの実験から、多くの知見が得られている。乱流モデルを有限差分法などで解く数値実験は流況と領域が限定されるものの、いくつか行われてきた^{7),8)}。Sykesら⁷⁾はMellor Yamada 2.5 モデルを用いて数少ないメッシュで実験に近い結果を得て、そして噴流口から渦リングを放出する手法で定性的にCounter-rotating vortex pair(CVP)の形成過程を示した。Sykesら⁷⁾が放流口下流16d(d:放流口直径)まで計算を行ったのに対し、Yuanら⁸⁾が計算領域を放流口下流11dへと縮小して底辺の境界層を解像できる精細なメッシュで噴流のラージエディシミュレーション(LES)を行った。境界層まで扱ったその計算は精度が高く、噴流後流部に発生する非定常な流れ

を再現し、円柱の背後に発生するカルマン渦列と異なるパターンの渦列が確認できた。流況と領域が限定されるこの種の数値計算は、実験領域全体を完全に再現できなくても、流れの可視化やその流動機構を解明するのに寄与している。

噴流が進行しながら周囲流体を取り込んでいく連行コンセプトに基づく半実験半理論の積分型解析モデルは古

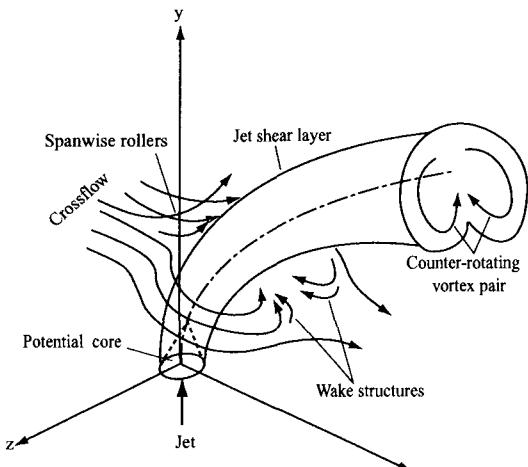


Fig.1 Flow sketch of the round jet in a crossflow

くから開発され、シンプルな状況において応用できる段階にまでこぎつけている。この類のモデルは噴流横断面にわたって体積フラックス、運動量フラックスおよび密度欠損フラックスを積分して噴流軸に関する連立常微分方程式を立てて流軸、幅、流速、密度などの特性値を得るアプローチである。計算量が少なく、排水口下流数百dまで手軽に計算できる特徴を持つ。なお、積分モデルは一般的に連行量を表す連行係数と周囲流れの噴流体に作用する抗力を表す抗力係数が含まれる^{1),9),10)}。一方、連行量の直接測定は難しく、自由噴流(Free Jet)に対して Ricou & Spalding¹¹⁾の測定があるぐらいで、流れ場に放出される噴流においてはまだないようだ、連行量の特性に不明な点が多い。しかし、このように実験では測定したいデータでも数値実験ならば容易に得ることができる。本研究はk-ε二方程式乱流モデルで密度噴流の数値実験を行い、その結果を実験データと比較する。計算の有効性を確認した後、噴流横断面にわたって噴流流量を積分し、連行量を求める。抗力は噴流横断面と周囲流体との境界線にそって圧力を積分して算出される。なお、噴流と周囲流体との境界線はトレーサー濃度によって定義される。

2. 乱流モデルと計算条件

非圧縮性流体の連続方程式、運動方程式およびエネルギー方程式に平均操作を施し Boussinesq の渦粘性モデルを適用すると、次のような方程式が得られる：

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{D(\rho u_i)}{Dt} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} [2(\mu + \mu_t) S_{ij}] \quad (2)$$

$$\frac{D(\rho T)}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\frac{\lambda}{c_p} + \frac{\mu_t}{P_n} \right) \frac{\partial T}{\partial x_i} \right] \quad (3)$$

ここに $S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$, u_i : i方向平均流速, ρ : 流体密度, P : 圧力, μ : 粘性係数, μ_t : 渦粘性係数, λ : 热伝導率, c_p : 定圧比熱, P_n : 乱流プラントル数, $P_n = 0.85$ である。乱流エネルギー k と k の散逸率 ε の輸送方程式は Shih ら¹²⁾の提案したモデルを用いる。

$$\frac{D(\rho k)}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left((\mu + \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_i} \right) + G_k + G_b - \rho \epsilon \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \frac{D(\rho \epsilon)}{Dt} = & \frac{\partial}{\partial x_i} \left[(\mu + \mu_t) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_i} \right] + \rho C_1 S \epsilon \\ & - \rho C_2 \frac{\epsilon^2}{k + \sqrt{\nu \epsilon}} + C_{1\epsilon} C_{3\epsilon} \frac{\epsilon}{k} G_b \end{aligned} \quad (5)$$

ここで $G_k = \mu_t S^2$: 平均流速の勾配による乱流エネルギーの生成, $G_b = \beta g_i \frac{\mu_t}{P_n} \frac{\partial T}{\partial x_i}$: 浮力による乱流エネルギー

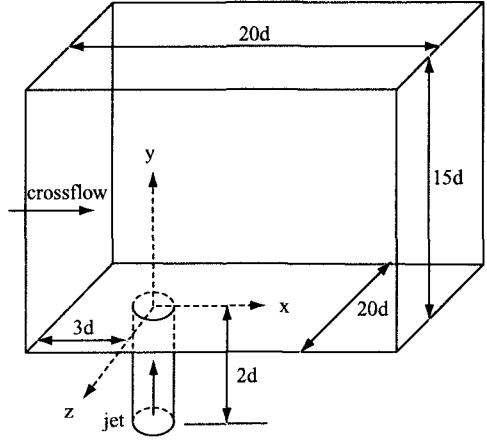


Fig.2 Flow configuration diagram

の生成, β : 熱膨張係数, $S = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}$, $\mu_t = \rho C_\mu k^2 / \epsilon$, $C_1 = \text{Max}[0.43, \frac{Sk}{Sk + 5\epsilon}]$, $C_2 = 1.9$, $\sigma_k = 1.0$, $\sigma_\epsilon = 1.2$ である。標準k-εモデルと違って C_μ は定数ではなく、Shih ら¹²⁾は下式を提案した。

$$C_\mu = \left(4.04 + \sqrt{6} \cos \gamma \frac{k}{\epsilon} \sqrt{S_{ij}S_{ij}} \right)^{-1} \quad (6)$$

なお, $\gamma = 3^{-1} \cos^{-1}(\sqrt{6}S_{ij}S_{jk}S_{ki} / \sqrt{S_{ij}S_{ij}})$ である。

標準k-εモデルに対する改良は主に、平均流の勾配が大きく $du_i / dx > \epsilon / (3kC_u)$ の時に、 $\overline{u_i'^2} = \frac{2}{3}k - 2\frac{\mu_t}{\rho} \frac{\partial u_i}{\partial x}$ が負になる不自然さを、k, ε と S_{ij} に依存する C_u でなくした; 二次元噴流の広がりを精度よく予測できるが、軸対称噴流の広がりをうまく予測できない弱点(Round jet anomaly)は、ε の輸送方程式によるものと考えられ、それを再構築し、軸対称噴流の広がりをよりよく再現できるようにした¹²⁾。式(5)に生成項 G_k が含まれず、消滅項(右辺第三項)中の k がゼロになんしても、特異式にならないところも、標準k-εモデルとは異なる。

噴流の円形出口にメッシュを適合させるために、支配方程式をまず境界適合座標に変換し、一般曲線座標系の物理空間の解析領域を直交直線座標系の計算空間の解析領域に写像して計算空間上で支配方程式を解く。メッシュは可変格子を用い、噴流出口と流れ場底面に細かいメッシュを分布させる。Zang ら¹³⁾の提案したノンスタッガード手法を適用し、セル中心に圧力、温度と物理流速を、セル界面中心にボリュームフラックスを配置して、対流項に Quick スキームを、ほかの空間微分項に二次の中心差分を適用する。直交速度成分を基礎変数としているため、反変または共変速度成分を基礎変数とするより、離散化がシンプルでしかも強保存形となる。

本研究の計算領域は Fig.2 のように充分に発達した管内乱流が一様に流れている流れ場に垂直に侵入した状況を想定している。噴流の流れ場への出口に起る流れ相互作用が流入境界条件に及ぼす影響をなくすために、流れ場の流入境界を出口中心から上流へ 3d の場所に、噴流の流入境界を出口から下方 2d の場所に設けた。この距離は

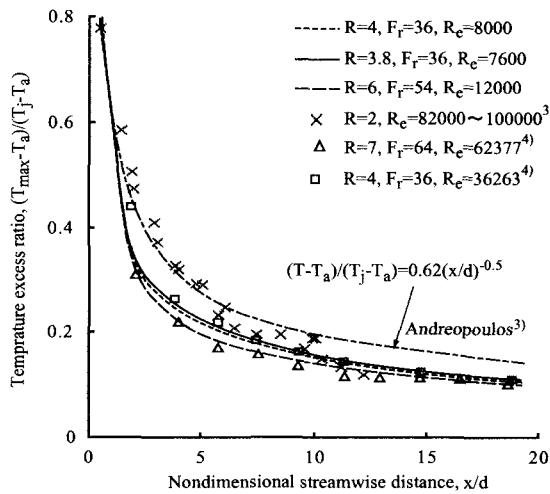


Fig.3 Decay of centerline temperature excess ratio

出口の相互作用の影響を受けない長さである³⁾。Sykesら⁷⁾が噴流流入境界を出口に配置したが、Andreopoulos³⁾が示したように、噴流流速分布は流れ場の影響を受けてすでに管内流としての対称性をなくし、重心が下流の方に傾いている。よって、噴流の流入境界を噴流出口に設けるのは好ましくないと思われる。本計算の領域はx方向20d, y方向15d, z方向20dで、メッシュ数はそれぞれ150, 100(噴流管除く), 150である。この大きさはSykes⁷⁾らとYuanら⁸⁾の計算領域に比べてどの方向も充分大きく、流出境界と壁拘束が流れに与えるインパクトをより軽減できる。壁条件は底面をノンスリップ条件として壁関数を適用し、その他の壁をスリップ条件とする。流出境界条件は発達した乱流と想定して変数の法線勾配をゼロとする。流入境界条件は流れ場に一様流を、噴流に管内発達乱流として1/7乗則を適用する。

2. 計算結果

噴流初期流速 V_j と流れ場流速 U_a との流速比 $R (=V_j/U_a)$ が4、初期フルード数 $Fr (=V_j/[gd(\rho_a - \rho_j)/\rho_a]^{1/2})$ が36の実験をターゲットに数値計算を行った。 $R=4$ を選んだのは計算結果の検証に利用できる詳細な実験をSherif &

Pletcher⁴⁾が行ったからである。 $R=0.5 \sim 2.3$ の詳細な実験データはAndreopoulos³⁾が発表しているが、流速比が小さく底面壁の流れに与える影響が大きい。一方、密度噴流の積分モデルは一般的に周囲流体を無限と捕らえ、壁の影響を考慮しない。本研究は連行現象を解明し、積分モデルの改善に寄与したい意図があるから、壁の影響をそれほど受けない $R=4$ を選んだのである。流速比の連行と抗力に来たす変化を調べるために $R=6, Fr=54$ の数値実験も行った。

対称面上の最大温度の減衰状態をFig.3に示す。流速比の増大につれて温度差減衰が速くなるのを数値実験が再現できている。Andreopoulos³⁾が $R=0.5 \sim 2.3$ の実験データから得られた近似曲線は $R>4$ のケースに適用できないこともFig.3から見てわかる。Fig.4は対称面においていくつかの下流位置での鉛直方向温度分布を計算結果と実験データで比べたものである。 $R=4$ の計算結果が実験値を上部では过大に、下部では過小に予測している。最大値の位置も実験値より上である。これは計算した密度噴流軸が実測噴流軸より下流へ曲がるのが遅いためと考えられる。速く曲がらせるために流速比を落として再計算してみた。その結果、 $R=3.8$ の時に温度の実測分布にもっともよく一致する結果が得られた。この現象はYuanら⁸⁾のLESにも現れ、 $R=3.3$ で実験値にもっとも合う結果を得ている。Yuanら⁸⁾の数値実験では同じ $R=3.3$ でも、レイノルズ数 R_e が2100の場合に計算値は $R=4$ の実験値によく一致するが、 R_e が1050の場合に計算軸線は本研究のように実験より遅く曲がる現象が起こる。この現象から推測して R_e を2100より大きい値にすると、 $R=3.3$ でよく合った計算軸線は速く曲がり、実験値に一致させるために流速比も大きくする必要が出てくる。一方、Kamotani & Greber²⁾が実験を通して、噴流軸は流速比(または運動量フラックス比)に依存し、レイノルズ数の影響が重要でないと指摘した。このギャップは、レイノルズ数が十分大きく発達した乱流ならば噴流軸は主に流速比に依存するが、数値実験はリソースの制約上大きなレイノルズ数

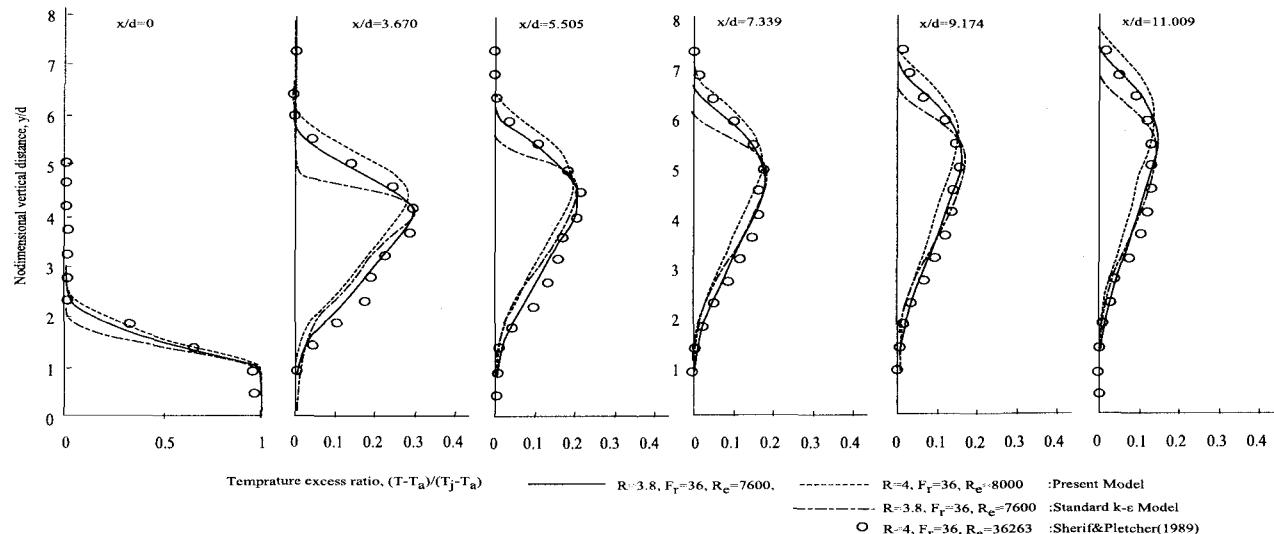


Fig.4 Vertical profiles of mean temperature at the centreplane

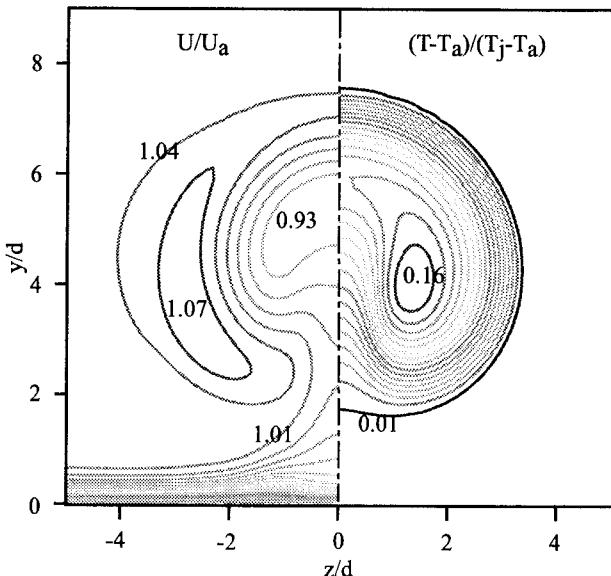


Fig.5 Contours of velocity and temperature at $x/d=12.5$

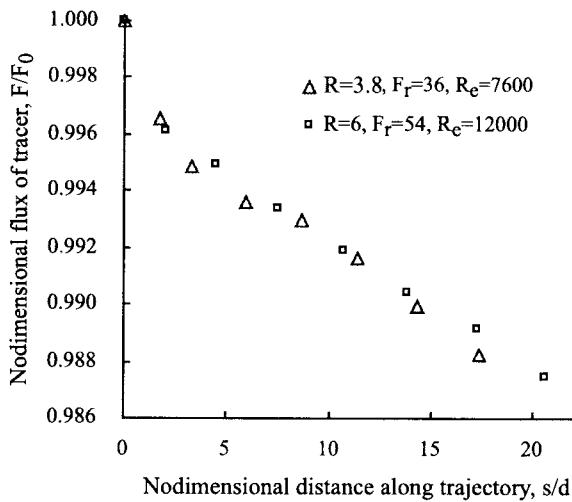


Fig.6 Tracer loss along trajectory due to cutoff tracer value

がとれず十分発達した乱流を満たさないところに起因すると思われる。比較のために標準k-εモデルの計算結果もFig.4に示す。Shihらのモデルは噴流の広がりをよりよく予測できることがわかる。

Fig.5はyz断面内のx方向流速成分と温度の分布を示したものである($R=3.8$)。この断面は厳密に密度噴流の横断面ではないが、 $x/d=12.5$ の位置で噴流軸がx軸にはほぼ平行していることから、近似的に横断面とみなして断面内特性を議論するのに差し支えない。Fig.5に示されたように流速は断面両側が大きく中心が小さい。温度は断面両側に最大値が現れる。Kamotani&Greber²⁾とSmith&Mungal⁶⁾の実験でもこの特徴が観察されている。数値実験で抗力と連行量を計算するに際して、まず噴流の断面、噴流流体と周囲流体の境界線、および噴流軸を決めておく必要がある。実験において噴流軸は対称面における流速または温度の最大値で定義するのが一般的である^{1),2)}が、実験

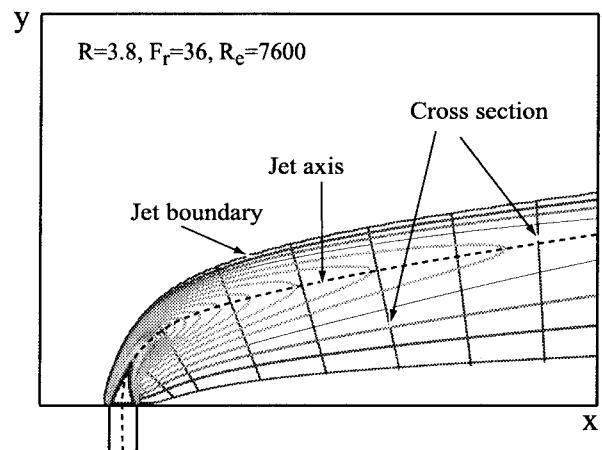


Fig.7 Contours of temperature excess ratio at the centreplane

結果^{3),4)}およびFig.5から対称面で流速に二つの極大値があることがわかる。一方、温度にはこの特徴がない。一意性と追跡の簡便性から本研究は対称面における温度の最大値で密度噴流の軸線位置を定義する。

噴流と周囲流体の境界は噴流ソースに染料で着色し染料の濃度で両流体を区別する手法が考えられる。ここで無次元化された温度が染料の役目を果たす。熱の伝導より乱流拡散の方が支配的であるから、染料保存式を解く代わりに無次元化された温度の保存式が代替できる。Fig.5から閾とする染料濃度の値が小さければ小さいほど噴流断面が大きくなることがわかる。Fig.4の温度分布が示したように噴流周辺で温度の勾配が限りなくゼロに近づくので閾値が過小だと、噴流断面が非常に大きくなったり数値誤差の原因になったりする。染料のロスとのバランスをとって、本研究は閾値を1%とした。この数値はFig.6に示されたように、下流に向かって噴流各断面を通る染料の総量にあまりロスがないように考慮した値である。なお、軸線距離s位置の染料フラックスは次式で計算される：

$$F(s) = \int_{A(s)} c U_n dA \quad (7)$$

ここでcは染料濃度、Aは噴流断面積、 U_n はAに垂直する流速成分である。

Fig.7は対称面の無次元温度分布、1%の染料濃度で定義した密度噴流境界、および温度最大値で定義した噴流軸線を示したものである。我々が色を頼りに見受けける密度噴流の幾何形状中心よりやや上方に噴流軸線が定義されている(Fig.5と7を例にとえば目で確認できる色強度はトレーサー濃度0.01以上)。また、Fig.7から噴流の初期温度が変わらない区間をコア領域と考えれば、コア長さは自由噴流の $6.2d$ に比べ非常に短いのがわかる。

Fig.8は密度噴流断面の軸線方向広がり具合を示したものである。どちらのケースも断面は最初の極僅かな区間で緩やかに増大した後に急速に広がり、短い距離を経てまた緩やかな増大に戻る様子を示している。流速比の大きい方($R=6$)が最初の緩やか増大区間がやや大きいの

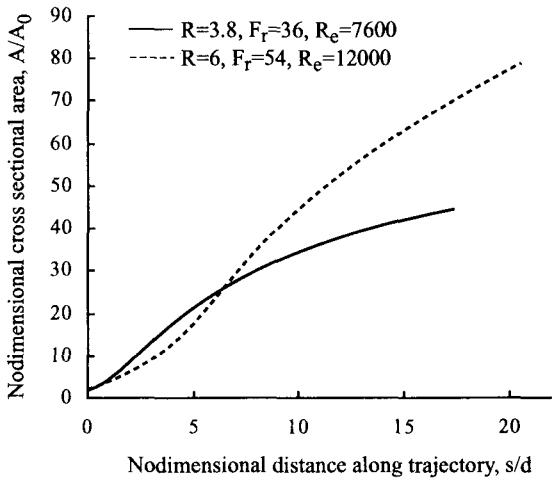


Fig.8 The spread of jet area along trajectory

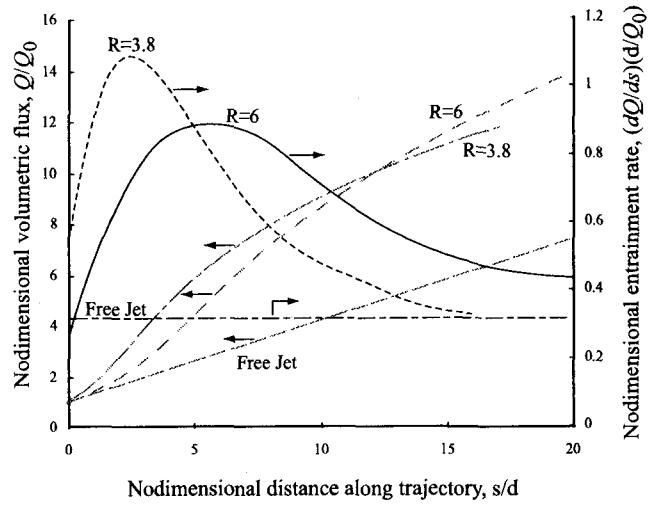


Fig.9 Entrainment characteristics along jet trajectory

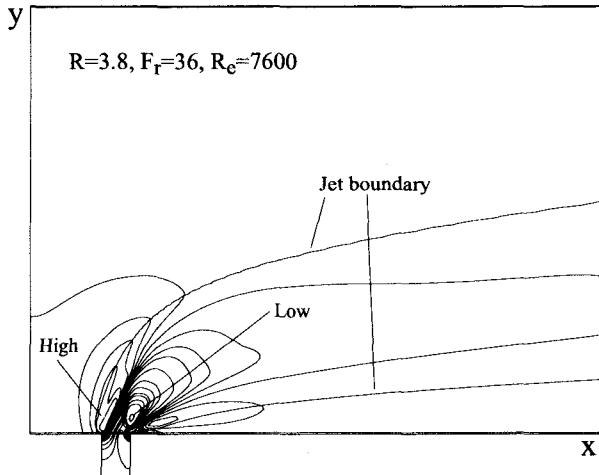


Fig.10 Contours of static pressure at the centreplane

は、流速比が大きい場合、それに応じて最初の自由噴流として振舞う区間も大きいためである。断面の急速増大区間は噴流が大きく下流へ曲がる区間に対応しており、流速比が大きいほど、曲がる位置が遠くなり、その結果、断面が急速に広がり始める位置も遠くなる。断面面積に注目した実験データはないが、Fig.8は合理的で、少なくとも定性的に信頼できる。

連行概念に基づく密度噴流の積分型解析モデルにもっとも重要な要素は dQ/ds 、いわゆる連行量の扱いである。ここで Q は噴流横断面を通過する流量である。Fig.9に本数値実験による噴流軸線方向の流量および連行量の変化パターンを示す。比較のために Ricou & Spalding¹¹⁾の自由噴流の実験結果も Fig.9 にプロットされている。なお、流量は左の縦軸、連行量は右の縦軸である。流量変化は前述 Fig.8 の断面変化に近い特徴を示している。周囲流れの作用で噴流に連行される周囲流体が自由噴流より相当多くなっている。 $s/d=0$ のところで自由噴流の流量曲線がほぼ $R=3.8$ と $R=6$ の流量曲線の接線になっていることからも噴流は出口近辺で自由噴流のように振舞うのがわ

かる。しかも流速比が大きいほどその区間が長い。連行

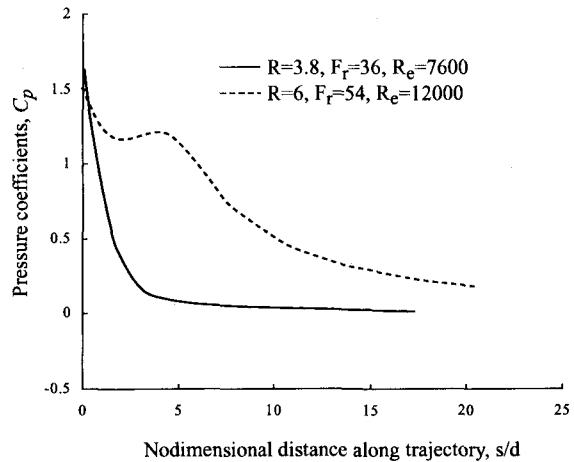


Fig.11 Pressure coefficients decay along jet trajectory

量の変化に注目すると、最初は自由噴流の 0.32 近辺の値から急速に増加し、曲がりポイントあたりで最大になって、その後、ピークに達する前の増加速度に及ばないものの、速いペースで減少している。その傾向から最終的に自由噴流の連行量レベル前後になるのを推測できる。噴流軸線は下流で自由噴流と同じようにほぼ直線になる (Fan¹¹⁾) ことからもこの推測をサポートしている。

静水圧力を取り除いた圧力は Fig.10 に示す。出口から曲がりポイントまでの区間で、噴流前縁に高い圧力、後部に低い圧力が分布している。曲がりポイント以降、圧力勾配はとても小さい。軸線方向の圧力影響を評価するために噴流前後縁の圧力差を周囲流速と密度で無次元化した圧力係数を Fig.11 に示す。圧力係数は 1.5 近辺から急速に減少するが、 $R=3.8$ の方が $R=6$ よりもっと急である。流速比が小さいほど噴流が早く曲がり、前後縁圧力差の噴流に与える影響区間も短くなる。一様流れ中に置かれる円柱の圧力係数は 1.8 前後で、本数値実験の値よりも大きい。噴流は固体ではなく、周囲流体が噴流を貫通するために前後縁の圧力勾配が円柱よりも小さくなると思われる。圧力勾配による抗力の影響を考察するのに、

積分型解析モデルのx方向運動方程式

$$\frac{d}{ds} \int_A \rho U^2 \cos \alpha dA = \rho_a U_a \frac{dQ}{ds} + F_{d_x} \quad (8)$$

を調べるとよい。ここで、 α は噴流軸とx軸のなす角、 F_{d_x} は抗力のx方向成分、 ρ 、 U は噴流の密度と流速、 ρ_a 、 U_a は周囲流体の密度と流速である。抗力 F_d は抗力係数を用いて見積もるのが一般的であるが、抗力係数のばらつきが大きい(0.1~1.7¹¹)。測定がなく抗力の実態に不明な点が多い。本計算で抗力 F_d は $F_d = \int_S pdS$ で計算される。ここでSは噴流横断面の外周である。抗力の変化曲線はFig. 12(右縦軸)に示す。抗力はいったん増加しピークに達した後、急に減衰している。出口で圧力勾配が大きくても、噴流幅が小さいので、外周をわたって圧力を積分した合計値すなわち抗力値は必ずしも大きくない。噴流がx軸へ偏向するメカニズムにおける抗力の働きを評価するために、式(8)右辺第二項(抗力項)と第一項(連行項)の比をFig. 12(左縦軸)に示す。この値が大きいほど、抗力の偏向効果が連行に比べて大きい。Fig. 12から抗力が連行と同じレベルの偏向効果を果たす距離は非常に短いことがわかる。Rが大きければ、流れ場に直角に近い角度で進入する距離が増え、この区間で圧力勾配が比較的大きい;一方、Rが大きいと出口近傍で連行強度が落ちる(Fig. 9)。その結果、連行の偏向効果に拮抗する軸方向距離sも長くなる。もっとも、下流方向xで距離を考えれば、Rにかかわらず僅かな長さとなる。

流れ場に直角に流入する密度噴流に関して、噴流が下流に曲がっていくプロセスは複雑である。Coelho & Hunt¹⁴が噴流の向きを変える支配的メカニズムは連行であると指摘しているのに対し、Davidson⁹と楊ら¹⁰が連行のみで軸線と密度減衰を同時にうまく予測できず、圧力勾配による抗力もモデルに取り入れられなければならないとしている。本研究の示した連行量と抗力の特性から、曲がりポイントあたりで連行量は最大に達し、同時に抗力の効果は比較的小さくなることがわかる。連行メカニズムは全域にわたって重要な働きをもつが、圧力勾配は放流口近くで偏向効果が大きく、流速比Rの増加に伴って、その影響区間も長くなる。

なお、標準k-εモデルは、値は異なるものの、Fig. 5~12と定性的に一致する結果が得られた。もっとも、Fig. 5~12の結果も、信頼性をやや増した定性的なものと受け止めるべきである。

4.まとめ

本研究は新しいk-ε二方程式モデルで流れ場に直角に進入する密度噴流の数値実験を行い、温度分布において実験と比較的良好な一致が得られた。トレーサー濃度で噴流流体を周囲流体から分離し、対称面における濃度最大値位置で噴流軸線を定義して、積分型解析モデルで重要な働きをもつ連行量と抗力に焦点を当てて、その特性を調べた。連行量は曲がりポイントで最大値になり、その後減衰し、やがて自由噴流のレベルに近づくことを示

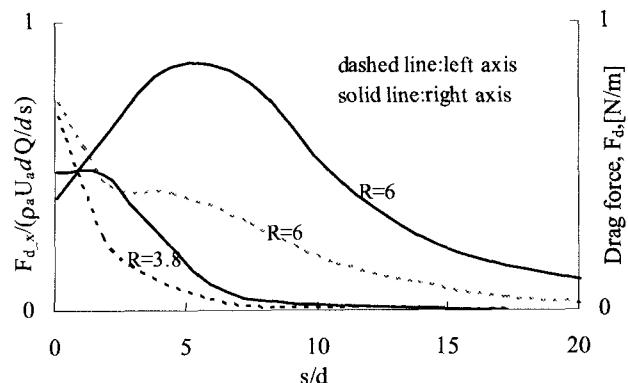


Fig.12 Drag force and its impact along jet trajectory

した。抗力は流速比の増大に伴って噴流を下流へ曲がらせる影響区間も長くなる。一定距離を離れると抗力の効果は無視できるほどに小さくなる。これらの特性が積分型解析モデルの改良および噴流特性の理解に寄与できる。

参考文献

- 1) Fan, L. N.: Turbulent buoyant jets into stratified or flowing fluids, Report No. KH-R-15, Calif. Inst. of Technology, Pasadena, Calif., 1967.
- 2) Kamotani, Y. & Greber, I.: Experiments on a turbulent jet in cross flow, AIAA Journal, Vol.10, pp.1425-1429, 1972.
- 3) Andreopoulos, J.: Heat transfer measurements in a heated jet-pipe flow issuing into a cold cross stream, Phys. Fluids 26(11), pp.3201-3210, 1983.
- 4) Sherif, S. A. & Pletcher, R. H.: Measurements of the thermal characteristics of heated turbulent jets in crossflow, J. Heat Transfer, Vol.111, pp.897-903, ASME, 1989.
- 5) Kelso, R. M., Lim, T. T. & Perry, A. E.: An experimental study of round jets in cross-flow, J. Fluid Mech., Vol.11, Pt.1, pp.21-32, 1996.
- 6) Smith, S. H. & Mungal, M. G.: Mixing, structure and scaling of the jet in crossflow, J. Fluid Mech., Vol.357, pp.83-122, 1998.
- 7) Sykes, R. I., Lewellen, W. S. & Parker, S. F.: On the vorticity of a turbulent jet in a crossflow, J. Fluid Mech., Vol.168, pp.393-413, 1986.
- 8) Yuan, L. L., Street, R. L. & Ferziger, J. H.: Large-eddy simulation of a round jet in crossflow, J. Fluid Mech., Vol.379, pp.71-104, 1999.
- 9) Davison, G. A.: Simultaneous trajectory and dilution predictions from a simple plume model, Atoms. Environ., 23, 341, 1989.
- 10) 楊宏選, 早川典生, 福島裕介: 非一様流れ場における密度噴流, 水工学論文集, Vol.43, pp.929-934, 1999.
- 11) Ricou, F. P. & Spalding, D. B.: Measurements of entrainment by axisymmetrical turbulent jets, J. Fluid Mech., Vol.11, pp.21-32, 1961.
- 12) Shih, T. H., Liou, W. W., Shabbir, A., Yang, Z. & Zhu, J.: A new k-ε eddy-viscosity model for high Reynolds number turbulent flows, Model development and validation, Computers Fluids, 24(3), pp. 227-238, 1995.
- 13) Zang, Y., Street, R. L. & Koseff, J. R.: A non-staggered grid, fractional step method for time-dependent incompressible Navier-Stokes equations in curvilinear coordinates, J. Comput. Phys. 114, 18-33, pp.18-33, 1994.
- 14) Coelho, S. L. V. & Hunt, J. C. R.: The dynamics of the near field of strong jets in crossflows, J. Fluid Mech., Vol.200, pp.95-120, 1989.

(2003. 9. 30受付)