

保存性・非保存性傾斜サーマルの流動特性 に及ぼすスケールの効果

SCALE EFFECT ON FLOW CHARACTERISTICS OF CONSERVATIVE AND NON-CONSERVATIVE INCLINED THERMALS

衛藤俊彦¹・福嶋祐介²

Toshihiko ETO and Yusuke FUKUSHIMA

¹ 学生会員 工修 長岡技術科学大学大学院 工学研究科後期博士課程 (〒 940-2188 長岡市上富岡町 1603-1)

² 正会員 工博 長岡技術科学大学教授 工学部環境・建設系 (〒 940-2188 長岡市上富岡町 1603-1)

The scale effects on the conservative and non-conservative inclined thermals are examined by the numerical analysis using the $k-\varepsilon$ turbulence model. The saline inclined thermals are analyzed as an example of the conservative case. The inclined turbidity thermals in which fine solid particles are suspended in water are analyzed as an example of the non-conservative case. The scale effects on the flow characteristics of the small scale and large scale thermals are discussed. The variation of travel speed, the maximum height, the maximum concentration are compared. The scale effects on the entrainment coefficient of ambient water are discussed. The contours of concentration and velocity vectors of the small scale and the large scale thermals are discussed. While the flow characteristics of conservative saline thermals are similar despite of different flow scales, those of non-conservative turbidity thermals vary according to flow scales.

Key Words : saline thermal, turbidity thermal, accelerating flow, numerical analysis, $k-\varepsilon$ turbulence model, density front, scale

1. はじめに

周囲流体より密度の大きい流体が、壁面に沿って斜面上を流下する傾斜壁面密度流は、上流からの流体の供給が連続的でない場合、傾斜壁面サーマル（以下では傾斜サーマルと呼ぶ）を形成する。この傾斜サーマルは、密度差の原因が塩分や温度差など保存性物質の場合と、沈降性の濁質粒子など非保存性物質の場合とに大別される。非保存性傾斜サーマルの代表例としては、冬季山岳地帯で発生する煙型雪崩や火山の噴火に伴う火砕流などがある。これらの流れの作業流体は粒子と流体との混合流体で構成される。一定な傾斜角 θ をもつ斜面上を流下する傾斜サーマルを模式的に図-1に示す。上流から流入した流体が、全体として非定常なフロント部を形成しながら流下する。

Beghin et al.¹⁾ は、保存性傾斜サーマルについて、Escudier and Maxworthy²⁾ の鉛直サーマルモデルを修正し、界面での連行係数に適切な値を与えることにより、自らの実験結果をよく説明すると述べた。福嶋ら³⁾ は塩水による傾斜サーマルの室内実験を行い、連行係数をパラメータとして最大厚さ、流下速度の流下方向変化に対する効果を調べた。秋山ら⁴⁾、福嶋ら⁵⁾、福

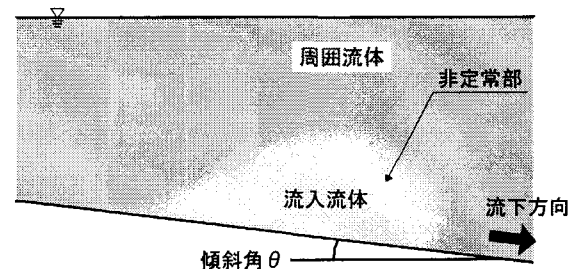


図-1 傾斜サーマルの模式図

嶋・田中⁶⁾ はサーマルモデルのモデル係数について検討した。特に、福嶋・田中⁶⁾ は、たとえ保存性の傾斜サーマルであってもその値には幅があり、合理的な値を定めることが困難であることを明らかにした。Escudier and Maxworthy²⁾ は現地規模の三次元鉛直サーマルの連行係数に対するスケール効果について、現地観測に基づいて検討した。

以上は実験的、モデル解析的研究であるが、最近の数値解析技術の向上により流体力学の基礎方程式を基に数値計算を行うことが一般的になってきた。本研究グループはこれまで傾斜サーマルに関連して以下のよう

表-1 塩水サーマル数値実験の計算条件

case	x	A	$c_0(\%)$	$\rho_s(\text{g/cm}^3)$	$\rho_w(\text{g/cm}^3)$	$\Delta\rho/\rho_w$	$\theta(^{\circ})$
小スケール	200cm	50.8~74.8cm ²	5	1.04311	0.99922	0.04389	10 ~ 40
大スケール	200m	50.8~74.8m ²	5	1.04311	0.99922	0.04389	10 ~ 40

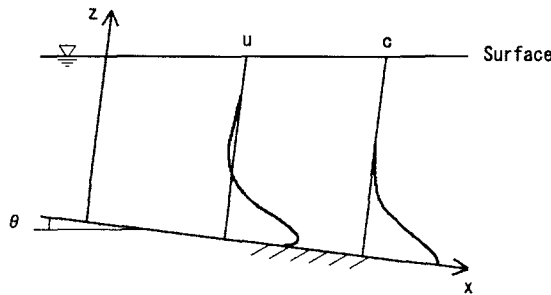


図-2 数値計算に用いた座標系

な研究を行ってきた。衛藤・福嶋⁷⁾は保存性の傾斜サーマルを対象として $k-\varepsilon$ 乱流モデルによる数値解析を行い、傾斜角 30° での流動場の特徴を調べた。また、衛藤・福嶋⁸⁾は硫酸バリウムを用いた非保存性の傾斜サーマルを対象として $k-\varepsilon$ 乱流モデルによる数値解析を行い、傾斜角 10° , 30° について同様に流動場の特徴を調べた。衛藤・福嶋⁹⁾は塩水サーマルによる流れを乱れの発生原因と仮定した泥水サーマルを数値計算によりシミュレートし、流下方向に対し加速または減速を示す泥水サーマルの流下特性・流動特性を調べた。

従来の研究のアプローチは、室内実験を行い、これに相当する水理条件で数値解析や何らかのモデルによってこれを検証するという方法が一般的であった。また、現地規模の流動特性を知るために、その場での観測が必要とされてきた。しかし、雪崩や火砕流のようにその発生すら予測できない現象では、現地観測により流れを詳細に把握することは難しい。このような現地規模の流動を明らかにするためには、数値解析による検討が有効である。

本研究の目的は、これまでの本研究グループの一連の研究を基に、現地規模で生ずる傾斜サーマル（大スケールの傾斜サーマル）と実験室規模での傾斜サーマル（小スケールの傾斜サーマル）の流動特性に及ぼすスケールの効果を数値解析により調べることである。保存性傾斜サーマルとして塩水サーマルを、非保存性傾斜サーマルとして微細粒子が浮遊して生ずるサーマル（以下では泥水サーマルと呼ぶ）を対象として、 $k-\varepsilon$ 乱流モデルと塩水と浮遊粒子の乱流拡散方程式を用い、数値解析を行った。さらに、保存性及び非保存性の両方について、傾斜角の違いも考慮し、周囲水の連行係数を求めスケール効果を検討した。

2. 数値解析の概要

傾斜サーマルの流動を解析するため、図-2に示すような座標系における流れを考える。一定の傾斜角 θ をもつ二次元の斜面上に、一様な密度 ρ_w をもつ淡水を満たす。水路の上流端に平均濃度 c_s 、密度 ρ_s の塩水を満

たし、その塩水が流動を始める。保存性傾斜サーマルの解析では、斜面上は滑面であると仮定した。非保存性傾斜サーマルの解析では、斜面上には密度 ρ_p をもつ一様粒径の土砂粒子が敷き詰められているものと仮定した。この土砂粒子は塩水の傾斜サーマルの流動により誘起される乱れによって底面から巻き上げられる。

保存性傾斜サーマルの数値解析手法は基本的に衛藤・福嶋⁷⁾と同様であり、非保存性傾斜サーマルの数値解析手法は衛藤・福嶋⁹⁾と同様である。すなわち基礎方程式として連続式、 x , z 方向のレイノルズ方程式、塩分および土砂の拡散方程式、乱流運動エネルギー k の方程式、分子粘性逸散率 ε の方程式を用いた。以上の基礎方程式に基づき、パタンカー¹⁰⁾のSIMPLE法により数値解析を行った。

3. 保存性傾斜サーマルでのスケールの効果

保存性傾斜サーマルである塩水サーマルを対象として、小スケールと大スケールの条件で数値計算を行った。数値計算の計算条件を表-1に示す。計算開始時には、上流端の $x = 0 \sim 8\text{cm}$ に初期塩分濃度5%の塩水が満たされ静止しているものとした。これより下流は、静止した淡水が満たされているものとした。大スケールではこの100倍の大きさとした。すなわち $x = 0 \sim 8\text{m}$ の範囲に塩水が満たされているものとした。

上流端の塩水は淡水との密度差により流動を開始し、フロント状のサーマルを形成し流体塊となって流下する。計算した水路の傾斜角は、小スケール、大スケールの両方の場合でともに 10° , 20° , 30° , 40° とした。流入させる初期塩水の面積は、小スケールでは傾斜角 10° で 50.8cm^2 , 20° で 53.8cm^2 , 30° で 57.2cm^2 , 40° で 74.8cm^2 となり、大スケールでは傾斜角 10° で 50.8m^2 , 20° で 53.8m^2 , 30° で 57.2m^2 , 40° で 74.8m^2 となる。

時間刻みは、小スケールで $\Delta t = 0.2\text{s}$ 、大スケールで $\Delta t = 2.0\text{s}$ とした。これらの値はフルードの相似則に基づき、静止時のポテンシャルエネルギーから算出される代表速度 $U = \sqrt{\Delta\rho/\rho_w g \sqrt{A}}$ を x 方向の格子間隔 Δx と時間刻み Δt で無次元化した値が、小スケールと大スケールで一致するように定めた。ここで、 $\Delta\rho/\rho_w$ は塩水と淡水との初期相対密度差である。これらの流速の比（流速スケール）は長さスケールの $1/2$ 乗にほぼ一致している。渦動粘性係数の比もほぼフルード相似則に従う。

以上の条件で数値計算を行い、塩分の等濃度線を基準として塩水サーマルの流下速度、最大厚さ、最大濃度の流下方向変化を求めた。

図-3は塩水サーマルの流下速度の流下距離変化の計算結果である。実線で示したものは傾斜角 $\theta = 10^{\circ}$

表-2 泥水サーマル数値実験の計算条件

case	x	A	$c_0(\%)$	$\rho_s(\text{g/cm}^3)$	$\rho_w(\text{g/cm}^3)$	$\Delta\rho/\rho_w$	$\theta(^{\circ})$
小スケール	600cm	72.0cm ²	5	1.04311	0.99922	0.04389	10 ~ 40
大スケール	600m	72.0m ²	5	1.04311	0.99922	0.04389	10 ~ 40

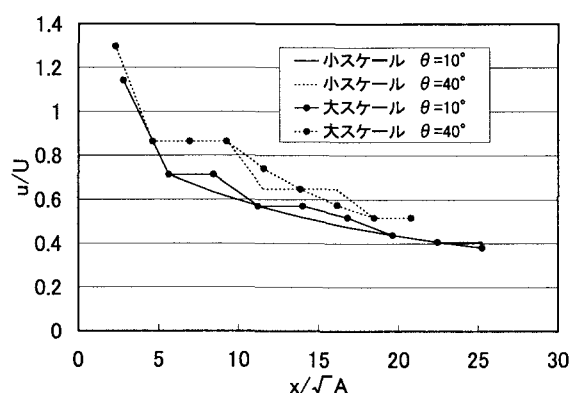


図-3 無次元化した塩水サーマルの流下速度の流下距離変化

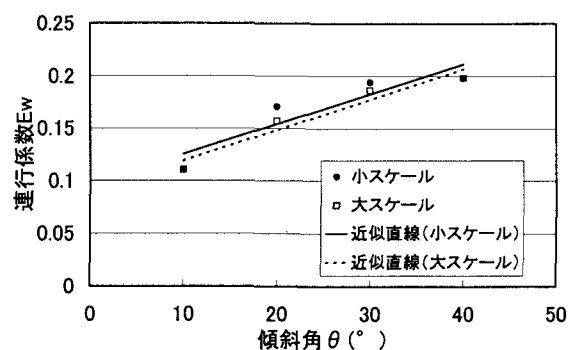


図-4 塩水サーマルの連行係数

の条件であり、破線で示したものは傾斜角 $\theta = 40^{\circ}$ の条件である。そして、点の無いものが小スケール、点のあるものが大スケールでの計算結果である。横軸は流下距離を初期塩水面積の平方根 $\sqrt{A}$ で、縦軸は流下速度を代表速度 U でそれぞれ無次元化したものである。いずれの図でも流下速度は流下距離に対し減少しており、傾斜角 40° の結果に比べて 10° の結果の方が減少が早い。同じ傾斜角で小スケールと大スケールの流下速度の変化を比べると、スケールの違いによる顕著な差は見られない。

図-4 はそれぞれの条件での塩水サーマルにおける周囲水の連行係数を傾斜角に対し示したものである。ここで連行係数は以下のように示される(福嶋ら⁵⁾)。

$$E_w = 2\xi_A(h - h_0)/\xi_i x \quad (1)$$

ここで ξ_A , ξ_i は形状係数であり、次のように定められる(福嶋¹¹⁾)。

$$\xi_A = \frac{A}{h^2}, \quad \xi_i = \frac{P_i}{h} \quad (2)$$

h はサーマルの厚さ、 h_0 はサーマルの初期高さ、 A はサーマルの面積、 P_i は界面長である。図-4 より、ス

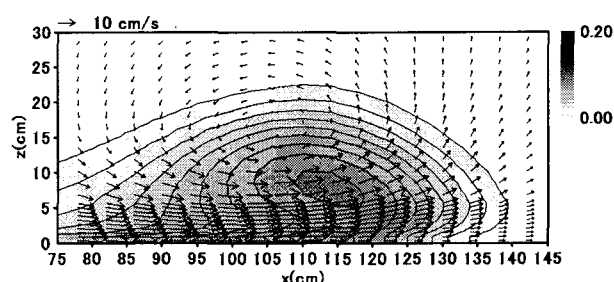


図-5 塩分の等濃度線、流速ベクトル図
(小スケール, $\theta = 40^{\circ}$, $x/\sqrt{A} = 16$)

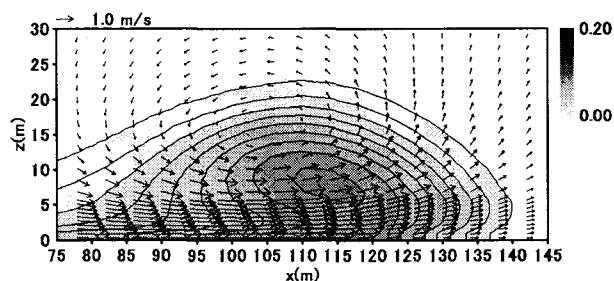


図-6 塩分の等濃度線、流速ベクトル図
(大スケール, $\theta = 40^{\circ}$, $x/\sqrt{A} = 16$)

ケールの違いによって傾斜角に対する連行係数の変化に大きな違いは見られないことがわかる。

図-5, 6 は傾斜角 $\theta = 40^{\circ}$ での無次元流下距離 $x/\sqrt{A} = 16$ の位置での小スケール、大スケールの等濃度線と流速ベクトルの実スケールの図である。ここで2つの図の横軸、縦軸、流速ベクトルの単位が異なっていることに注意されたい。いずれの図もサーマル形状は半楕円形となっており、サーマルを取り囲むように流速ベクトルによる循環流が形成されている。この2つの図を比較すると、スケールの違いによるサーマル形状や流速ベクトルの分布形状に顕著な差は見られない。この傾向は、これ以外の傾斜角におけるスケール間の比較においても同様であった。

以上の結果より、保存性傾斜サーマルにおいては、その流動がスケールに依らず相似となることがわかる。今回の結果はレイノルズ数が大きい場合の結果であり、低レイノルズ数領域での比較は行っていない。

4. 非保存性傾斜サーマルでのスケールの効果

非保存性傾斜サーマルとして泥水サーマルを対象として、小スケールと大スケールの条件で数値計算を行った。数値計算の計算条件を表-2 に示す。泥水サーマルの発生要因としては流入してきた流れや密度流による乱れを考慮しており、今回の計算では塩水によるサーマ

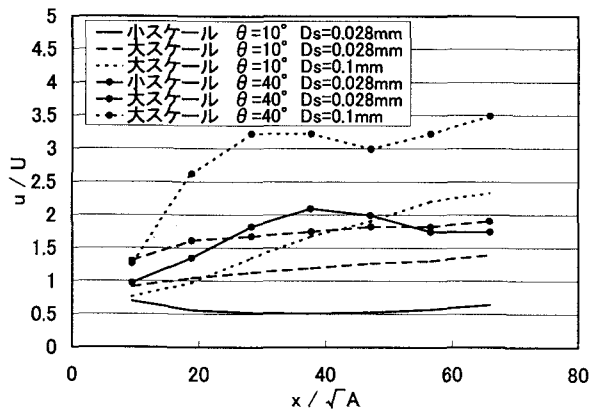


図-7 無次元化した泥水サマーの流下速度の流下距離変化

ルで代表させた。前節の塩水サマーの数値実験と同様に、淡水が満たされた領域に上流端から所定の量の塩水を流入させ傾斜サマーを発生させる。小スケールを対象とした計算では、計算開始時に上流端の $x = 0 \sim 8\text{cm}$ に初期塩分濃度 5% の塩水が満たされ静止しているものとした。これより下流は、静止した淡水が満たされているものとした。大スケールではこの 100 倍の大きさとした。すなわち $x = 0 \sim 8\text{m}$ が塩水で満たされているものとした。底面には所定の粒径を持つ土砂粒子が敷き詰められているものとした。上流端で発生した塩水サマーは、底面に敷き詰められた土砂粒子を巻き上げながら流下する。

計算した水路の傾斜角は、小スケール、大スケールの両方のケースでともに $10^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 40^\circ$ であり、流入させる初期塩水の面積は、いずれの傾斜角でも小スケールでは 72cm^2 、大スケールでは 72m^2 とした。土砂粒子の粒径は小スケールでは $D_s = 0.028\text{mm}$ 、大スケールでは $D_s = 0.028\text{mm}, 0.1\text{mm}$ とした。この粒径の大きさ $D_s = 0.028\text{mm}$ は、小スケールの条件で傾斜角 $\theta = 10^\circ$ の場合に泥水サマーが流下方向に加速を示したものである。 $D_s = 0.1\text{mm}$ の計算は、粒径を大きくした場合の違いを見ようとしたものである。論文では示さないが、粒径スケールも 100 倍にした計算 ($D_s = 2.8\text{mm}$) を行ったが泥水サマーは発生しなかった。これらの粒径の沈降速度 w_s は $D_s = 0.028\text{mm}$ で $w_s = 0.05935\text{cm/s}$ 、 $D_s = 0.1\text{mm}$ で $w_s = 0.69127\text{cm/s}$ である。

時間刻みは、小スケールで $\Delta t = 0.1\text{s}$ 、大スケールで $\Delta t = 1.0\text{s}$ とした。これらの値はフルードの相似則に基づいて、代表速度 $U = \sqrt{\Delta\rho/\rho_w g \sqrt{A}}$ を x 方向の格子間隔 Δx と時間刻み Δt で無次元化した値が、小スケールと大スケールで一致するように定めた。流速スケールは長さスケールの $1/2$ 乗にほぼ一致している。

以上の条件で数値計算を行い、塩分の等濃度線を基準として泥水サマーの流下速度、最大厚さ、最大塩分濃度、最大土砂濃度の流下距離変化を求めた。

図-7 は泥水サマーの流下速度の流下距離変化の計算結果である。実線または破線のみで示したものはそれぞれの条件での傾斜角 $\theta = 10^\circ$ の計算結果であり、実線

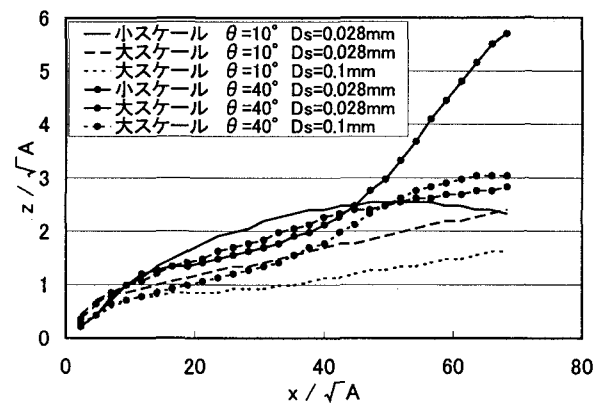


図-8 無次元化した泥水サマーの最大厚さの流下距離変化

または破線に点がついているものはそれぞれの条件での傾斜角 $\theta = 40^\circ$ の計算結果である。横軸は流下距離を初期塩水面積の平方根 $\sqrt{A}$ で、縦軸は流下速度を代表速度 U でそれぞれ無次元化している。いずれの傾斜角においても、それぞれの条件における結果は異なっている。 $\theta = 10^\circ$ の結果を見ると、小スケールで $D_s = 0.028\text{mm}$ の条件では発達が十分でないため流下速度はほとんど増加していない。大スケールの 2 つの結果では、流下速度はいずれもほぼ線形的に増加する。 $\theta = 40^\circ$ の結果を見ると、大スケールで $D_s = 0.028\text{mm}$ の結果での流下速度はほぼ線形的に増加している。小スケールで $D_s = 0.028\text{mm}$ の条件と大スケールで $D_s = 0.1\text{mm}$ の条件では、流下速度は $x/\sqrt{A} = 40$ までは増加し、それ以降では減少する。さらに大スケールでは流下速度は減少した後再び増加する。

図-8 は泥水サマーの最大厚さの流下距離変化の計算結果である。横軸は流下距離を、縦軸は最大厚さをそれぞれ初期塩水面積の平方根で無次元化している。流下速度の計算結果と同様に、いずれの傾斜角でもそれぞれの条件における最大厚さの計算結果は異なっている。 $\theta = 10^\circ$ の結果を見ると、小スケールで $D_s = 0.028\text{mm}$ の条件では、最大厚さは増加した後、緩やかに減少している。大スケールの 2 つの結果は、いずれも流下距離に対し線形的な増加を示している。 $\theta = 40^\circ$ の結果を見ると、大スケールで $D_s = 0.028\text{mm}$ の結果では最大厚さは線形的な増加を示しており、小スケールで $D_s = 0.028\text{mm}$ の条件と大スケールで $D_s = 0.1\text{mm}$ の条件では、 $x/\sqrt{A} = 40$ までは線形的に増加し、それ以降で急激に厚さの増加率が上昇している。このような変化を示す位置は、流下速度の結果が示した変化位置とほぼ同じである。

図-9 は泥水サマーの最大塩分濃度の流下距離変化の計算結果である。横軸は流下距離を初期塩水面積の平方根で、縦軸は最大塩分濃度を初期塩分濃度でそれぞれ無次元化している。いずれの計算結果でも、無次元化されたサマー内の最大塩分濃度ははじめ大きく減少した後、次第に緩やかな減少に移行するようになる。大スケールの 2 つの計算結果に比べ、小スケールの方が濃度の減少が早くなっている。

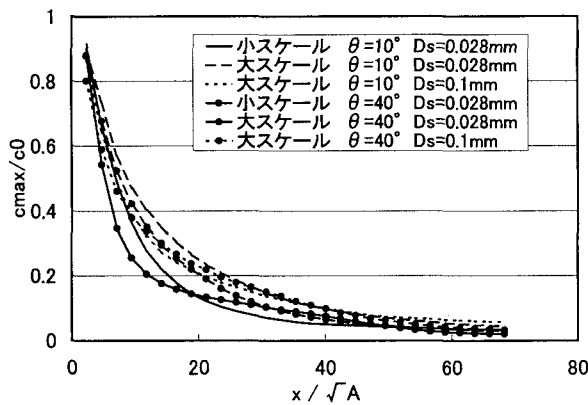


図-9 無次元化した泥水サーマルの最大塩分濃度の流下距離変化

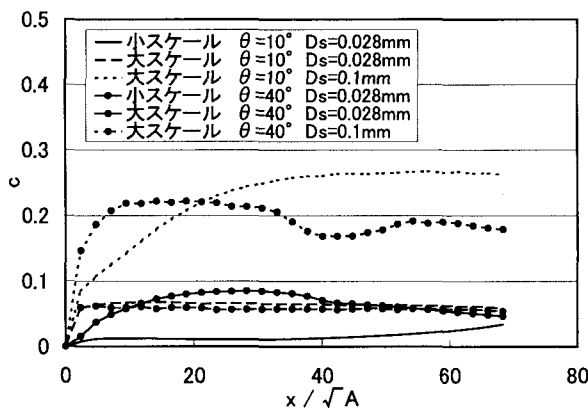


図-10 無次元化した泥水サーマルの最大土砂濃度の流下距離変化

図-10は泥水サーマルの最大土砂濃度の流下距離変化の計算結果である。横軸は流下距離を初期塩水面積の平方根で無次元化している。土砂濃度の最大値は底面付近で生ずる。大スケールの結果に注目すると、いずれの条件においても最大土砂濃度は最初に大きく増加した後緩やかに減少している。小スケールの結果は、 $\theta = 10^\circ$ ではサーマルの発達ที่十分でないため、最大土砂濃度は小さい値となっており、 $\theta = 40^\circ$ では大スケールの結果と同様の変化を示している。このような最大土砂濃度の減少は、流下とともにサーマル形状が発達しそれに伴う周囲水の連行による希釈が、底面からの土砂粒子の巻き上げによる土砂濃度の増加を上回ったためと考えられる。大スケールの2つの結果を比較すると、粒径が大きい $D_s = 0.1\text{mm}$ の場合の方が全体的に最大土砂濃度は大きい。粒径が大きく、沈降速度が大きい場合、巻き上げられた土砂濃度は上方へは輸送されにくい。そのため大スケールで $D_s = 0.1\text{mm}$ の条件では底面付近で高濃度となったものと考えられる。

図-11は泥水サーマルによる周囲水の連行係数 E_w を傾斜角に対して示したものである。いずれの条件でも連行係数 E_w は傾斜角に対してほぼ線形的に増加するが、その増加率は与えられた計算条件によって大きく異なる。小スケールの場合には最も傾斜角に対する連行係数の増加率が大きい。大スケールの2つの計算結果

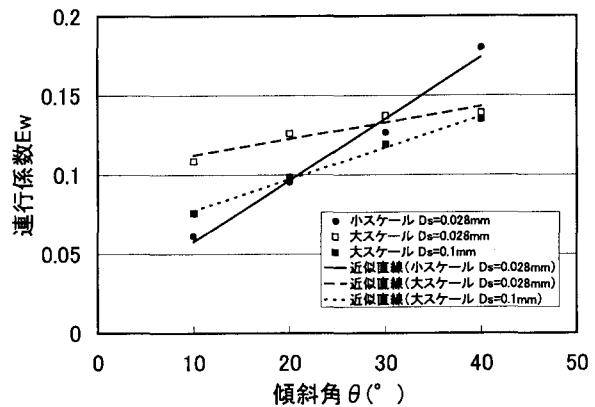


図-11 泥水サーマルの連行係数

を比較すると、 $D_s = 0.028\text{mm}$ の条件では連行係数の増加率は小さくなっている。これに対し、 $D_s = 0.1\text{mm}$ の条件では連行係数の値は $D_s = 0.028\text{mm}$ と比べ全体的に小さいが、その増加率は大きくなっているのが分かる。このように、泥水サーマルにおける周囲水の連行係数に対しては、スケールの効果や粒子の沈降速度の効果が大きく影響する結果となった。

図-7～10により、泥水サーマルの流下特性については、同じ傾斜角においてはスケールに対し相似な流動とはならないことが示された。特に図-11の泥水サーマルの連行係数については、スケールの違い、あるいは土砂の粒径の違いにより大きく異なる結果となった。

図-12は傾斜角 $\theta = 40^\circ$ での無次元流下距離 $x/\sqrt{A} = 58.93$ の位置での小スケール、大スケールの等濃度線と流速ベクトルの実スケールの図である。ここで小スケールと大スケールの図の横軸、縦軸、流速ベクトルの単位が異なっていることに注意されたい。いずれの図でも流速ベクトルによる循環流が形成されており、流速は底面付近で最も大きくなっている。小スケールでの $D_s = 0.028\text{mm}$ の条件では、サーマル形状は全体的に丸みを帯びており、底面と直交方向へ発達している。大スケールの条件では、両者とも先端部が尖った形状となっており、小スケールに比べ循環流の中心がサーマル先端部から離れた位置にある。これは大スケールではサーマルの流下速度が土砂粒子の沈降速度に比べはるかに大きいため、先端部において底面から巻き上げられた土砂粒子の一部が後方に取り残されたためと考えられる。このような傾向は沈降速度が小さい $D_s = 0.028\text{mm}$ の方がより顕著であった。また大スケールでの $D_s = 0.028\text{mm}$ の条件ではサーマル先端下部付近でのみ高濃度となっているのに対し、大スケールでの $D_s = 0.1\text{mm}$ の条件ではサーマル全体で高濃度となっている。

以上の結果より、非保存性傾斜サーマルにおいてはスケールの違い、または粒径の違いによってその流下特性、内部の流動特性が大きく異なることが示された。土砂流では、室内実験でも現地観測でも常に相似則の問題が議論されてきた。ここで示した泥水サーマルの複雑な流動特性の違いは、このような土砂流一般の複雑さを反映したものといえる。

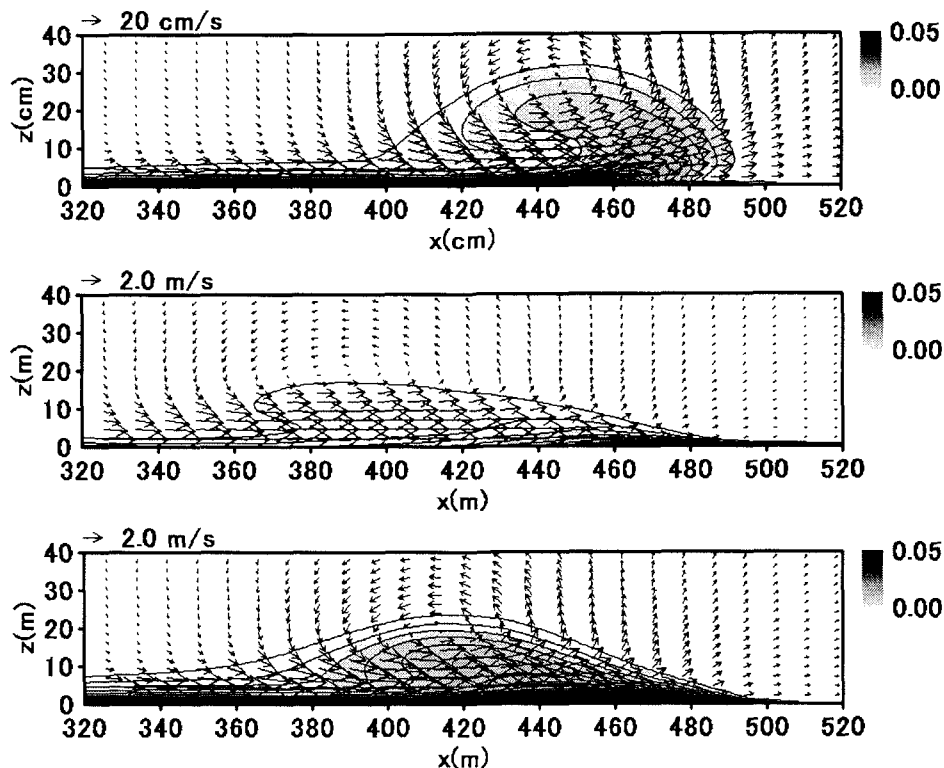


図-12 土砂の等濃度線と流速ベクトル (上：小スケール, $D_s = 0.028\text{mm}$, 中：大スケール, $D_s = 0.028\text{mm}$, 下：大スケール, $D_s = 0.1\text{mm}$, $\theta = 40^\circ$, $x/\sqrt{A} = 58.93$)

5. 結論

保存性傾斜サーマルである塩水サーマルを対象として、小スケールとその100倍の大きさの大スケールの条件で数値計算を行った。計算結果からサーマルの流下速度、最大厚さ、最大塩分濃度の流下距離変化を求め、これらを無次元化することによってスケールが異なってもこれらの結果は相似となることが示された。また、周囲水の連行係数でもスケールによる影響は小さいことが分かった。流速ベクトル、等濃度線図を2つのスケールで比較し、小スケールと大スケールのサーマル内部の流動特性もまたほぼ相似であることを確認した。

微細な浮遊粒子が上流で浮遊し、その流動がきっかけとなって底面の粒子を巻き上げ、加速する現象を想定し、上流での流動を塩水サーマルで模擬した。このような、非保存性傾斜サーマルである泥水サーマルを対象として、小スケールとその100倍の大きさの大スケールの条件で数値計算を行った。土砂粒径は小スケールで1ケース、大スケールで2ケースとした。保存性サーマルの場合と同様な無次元化を行なったが流下速度、最大厚さなどはスケールが異なることにより、これらの流下特性が大きく異なることが示された。またサーマルによる周囲水の連行係数についても両者の結果は大きく異なる結果となった。流速ベクトルと等濃度線図を描き、異なるスケールで比較したが、サーマル形状は相似にならず異なる形状となった。これはスケールの違いによりサーマルの流動規模が大きく変わるのに対して、土砂粒子の沈降速度は同じとしたため

である。

謝辞： 本研究の一部は、文部科学省科学研究費補助金 基盤研究 (C) (課題番号 13650565, 研究代表者 福嶋祐介) の補助を受けた。ここに記して感謝の意を表します。

参考文献

- 1) Beghin, P., Hopfinger, E.J. and Britter, R.H., *Jour. Fluid Mech.*, **107**, 407-422, 1981.
- 2) Escudier, M.P. and Maxworthy, T., *Jour. Fluid Mech.*, **61-3**, 541-552, 1973.
- 3) 福嶋祐介, 早川典生, 山口武俊, 雪氷, **58**, 205-214, 1996.
- 4) 秋山寿一郎, 浦勝, 齋藤俊一郎, 富岡直人, ながれ, **16-2**, 149-161, 1997.
- 5) 福嶋祐介, 河合真一, 高木正徳, 長岡技術科学大学研究報告, **22**, 1-10, 2000.
- 6) 福嶋祐介, 田中日出紀, ながれ, **20**, 47-58, 2001.
- 7) 衛藤俊彦, 福嶋祐介, 水工学論文集, **46**, 1043-1048, 2002.
- 8) 衛藤俊彦, 福嶋祐介, 海岸工学論文集, **49**, 446-450, 2002.
- 9) 衛藤俊彦, 福嶋祐介, 水工学論文集, **47**, 1171-1176, 2003.
- 10) バタンカー, S.V. 水谷幸夫・香月正司訳, 1985, コンピュータによる熱と流れの数値解析, 森北出版.
- 11) 福嶋祐介, 雪氷, **48**, 189-197, 1986.

(2003.9.30 受付)