

卓越砂州モード数へ及ぼす 河床の粒度構成の影響

EFFECT OF BED-MATERIALS COMPOSITION ON MECHANISM TO DETERMINE BAR MODE

寺本敦子¹・辻本哲郎²

Atsuko TERAMOTO and Tetsuro TSUJIMOTO

¹正会員 修(工) 名古屋大学大学院助手 工学研究科地圏環境工学専攻
(〒464-8603 名古屋市千種区不老町1)

²正会員 工博 名古屋大学大学院教授 工学研究科地圏環境工学専攻

The characteristics of river morphology are often influenced by human impact on river basin, and it strongly reflect to the dynamics of bar particularly in the segment of fluvial fan river. Change in bar dynamics is caused by various aspects: degradation, armoring, vegetation etc. Though they multiply influence the actual bar dynamics, each role should be clarified separately. This paper focus on the role of the bed-material composition on the bar formation, particularly on the mechanism to determine the number of mode. We employ the numerical method specially prepared to describe the change of mode number in bar-development process and linear instability analysis for a bed with graded materials, and clarify how the mode number changes with the bed-materials composition.

Key Words : *Sediment mixture, bar formation, bar mode, numerical simulation, linear instability analysis*

1. はじめに

扇状地区間における河道管理において、砂州の動態への着目は治水安全度、河川生態系保全の両面からきわめて重要であると認識されつつある一方、上流域での砂防、ダム建設や流域改変、河道整備など様々な人的インパクトが砂州の特性を含む河道動態を大きく変貌させている。例えば、砂州形成条件の変化として、上流からの河床低下の進行、粗粒化とその伝播、洪水の強度・頻度や流況の変化などがあり、典型的な砂州の変遷として列数(モード数)の変化、平坦化あるいは固定化などがあげられる。

従来、砂州についての研究は、実験、線形あるいは準非線形不安定解析、数値解析などの手法で活発に進められ、砂州の発生条件や平衡状態の砂州の特性が明らかにされてきたが、上述の視点に立つと、なお研究の余地がある。様々な河道条件、水理条件、最近の人的インパクトの影響等に鑑みると数値解析はその担い手としてクローズアップされ、著者らはその観点からの問題へのアプローチをねらった数値解析手法の展開を進めてきた¹⁾。すなわち従来適用されている数値解析の多くは、①周期

境界条件を用いたもの、あるいは②上流から再現すべき砂州の波長・モード特性に応じた単位幅流量の横断方向分布変動を与え続けるものであるが、これらでは、

(1) 上流から単調に伝播してくる過程を伴う現象が記述できない、(2) 過程中に生じるモード数、波長の変化を表現できないなどの問題を抱える。そこで著者らは上流で与え続ける単位幅流量横断分布の擾乱をモード特性・周期性をもたないランダムなもので与えた計算法を提案、従来の実験の再現性および過程中に生ずるモード変化も再現できることを示した。このモデルでは、上記に述べたような人的インパクト下の砂州の変遷を十分追跡できるものと期待される。人的インパクトによる砂州変化の典型的なものに、ダム下流河道での砂州のモード変化が指摘されているが、こうした変遷は、上流からの土砂供給条件の変化による河床低下、河床材料の構成の変化(粗粒化など)、洪水の強度・頻度や流況の変化などがあり、これらが複合して生じている場合が多いが、現在のところ、それぞれの素過程が砂州変形に果たす役割は必ずしも定量評価されていない。本論文では、こうした視点から河床材料の構成特性が砂州の発達に及ぼす影響を、2粒径モデル河床材料を対象に、数値解析手法と、線形不安定性解析の両面から検討する。

2. 混合砂礫河床を用いた砂州形成に関するこれまでの知見

砂州を伴う移動床過程に関するこれまでの研究は、主として一様粒径を対象として取り扱われてきた。しかし、実際の河川は一様粒径の砂で構成されていることは少なく、粒度構成によって砂州の形成過程がどう変化するか、その特性を把握しておく必要がある。こうした視点から混合粒径を対象として砂州の形成、変形を取り扱っている研究はあるが、一様砂のそれに比べるとまだまだ数少ない。また、混合砂礫河床上での砂州に関する研究の多くは、取り扱いの難しさから単列砂州の形成範囲にとどまっている。

混合粒径河床における交互砂州形成を取り扱ったこれまでの研究では、以下のように様々な見解が出されている。まず、実験、解析等を用いた砂州形成における共通の知見として、一様粒径河床で形成される砂州波高より、混合粒径の波高が低いということが指摘されている (Lanzoni²⁾, Lanzoni & Tubino³⁾, 三輪ら⁴⁾, 竹林・江頭⁵⁾ 等)。一方、波長については、Lanzoni & Tubino³⁾は実験、理論解析の結果から、また、竹林・江頭⁵⁾は実験、理論解析、数値解析の結果から、一様粒径河床より混合粒径河床の方が短くなると結論を得ているが、三輪ら⁴⁾やLanzoni²⁾の実験結果によると必ずしもそうではなく、Lanzoni²⁾は波長については一様砂河床より混合砂河床の方が短くなるとは一概に言えないとしている。これは、それぞれ実験の設定条件が異なることによっていえる。すなわち水理条件と混合砂の粒度構成によって形成される砂州の特徴が変化する可能性がある。また、砂州の進行速度についてもLanzoni & Tubino²⁾と竹林・江頭⁵⁾の研究では結論が異なっており、これも同様な理由によるものと考えられる。混合砂河床における砂州形成に関する従来の研究は、交互砂州の形成される条件で、一様粒径と平均粒径が同じになるような条件で混合砂を1ケース設定するのみの比較にとどまっている。これらの研究の中で、細砂の存在が波高を低くする⁵⁾など、細砂と粗砂の現象に果たす役割を考察していても、粒度構成が及ぼす砂州の変化といった視点では十分な考察といえない。

本研究では、一様粒径において複列砂州の発生領域となる水理条件で平均粒径が同じでも粒度構成が異なる混合砂礫を設定して、その影響を明らかにする。ここでは、特に粒度構成が砂州の初期卓越モード数(列数)に及ぼす影響について議論する。

3. 数値解析手法

本研究で用いる数値解析手法について説明する。まず、流れの計算(平面二次元流モデル)等の基本的な計算手法については、すでに発表済み¹⁾である。これまでに加え、

本研究では河床変動計算に混合粒径モデルを組み込んで計算を行った。以下に混合粒径モデル、砂州の形成過程を記述する計算手法について簡単に説明する。

(1) 混合粒径モデルを組み込んだ河床変動計算

流砂の形態として掃流砂のみを対象とし、次の流砂の連続式をもとに河床変動解析を行なった。

$$(1 - \rho_0) \frac{\partial z}{\partial t} = - \sum_{i=1}^N \text{div} \mathbf{q}_{bi} \quad (1)$$

ここで、 z : 河床高さ、 ρ_0 : 河床砂礫層の空隙率、 $\mathbf{q}_{bi}$: (q_{bix} , q_{biy})成分をもつ第 i クラスの掃流砂量ベクトルで、 N : 粒度によるクラス数である。粒径別流砂量の評価には、芦田・道上式⁶⁾を用いた。粒径別限界掃流力は、まず平均粒径において岩垣公式から求め、次にEgiazaroff式を芦田・道上が修正した式⁷⁾を採用した。求められた粒径別掃流砂量は、流砂の運動方向角により粒径別に(x, y)成分に配分した。これは、流線の法線方向を基本的に考え、河床が傾くことならびに流線の曲がりによる底面流速の流線の法線方向からの偏倚の効果について、それぞれNakagawa *et al.*⁸⁾, Engelund⁹⁾による方法を用いて算定する。

河床変動に伴う分級過程を平野¹⁰⁾の考え方にならない、厚さ D のみで交換が起きると仮定すると、河床低下と上昇に対して、次のように扱うことができる。

$$p_i(t + \Delta t) = \frac{p_i(t) D \Delta x \Delta y + \Delta q_i(t) - \Delta R_i}{D \Delta x \Delta y} \quad (2)$$

$$\Delta R_i = \begin{cases} p_i(t) \sum \Delta q_i(t) & (\partial z / \partial t > 0) \\ p_{i0} \sum \Delta q_i(t) & (\partial z / \partial t < 0) \end{cases} \quad (3)$$

$$\Delta q_i(t) \equiv - \frac{1}{1 - \rho_0} \left(\frac{\partial q_{bix}}{\partial x} + \frac{\partial q_{biy}}{\partial y} \right) \Delta x \Delta y \Delta t \quad (4)$$

ここに、 $p_i(t)$: 時刻 t における表層での第 i クラスの砂の体積占有率、 p_{i0} : 貯留層における第 i クラスの砂の体積占有率である。河床変動計算を進める際に用いる Δt は、交換層厚以上の河床変動が起こらないこと、各粒径がそれぞれ交換層にあるもの以上に出ていかないことを条件に設定した。また、交換層とは別に最大粒径の1.5倍程度の厚さで必要なだけ(河床変動幅により決まる)貯留層を設定する。河床上昇の際には以前の交換層の体積占有率を用いて河床が上昇した分だけ貯留層に堆積するとして各クラスの体積占有率を計算、記憶する。逆に侵食する際には、貯留層の堆積占有率を用いて p_{i0} を算出する。

(2) 砂州の発達を記述する数値解析手法

砂州の形成を数値計算によって記述するにあたり、計算前に形成されるだろう砂州の形状についての情報を必要とせず、また砂州の変形過程をも記述が可能であるという面で有用と言える次の方法を用いる¹⁾。この計算方法では、式(5)で示すような上流端から流入する単位幅流

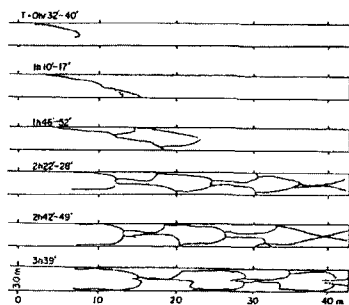


図-1 実験結果¹¹⁾(ケースB-2)

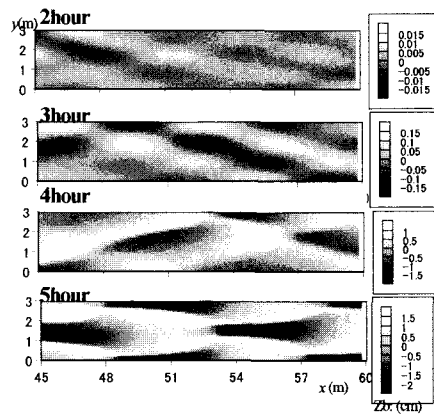


図-2 数値解析結果 (ケースB-2)

表-1 実験条件¹¹⁾

$Q(\text{m}^3/\text{s})$	0.03075	$q(\text{m}^2/\text{s})$	0.01025
I	0.005	$h(\text{m})$	0.023083
$d(\text{mm})$	0.88	$B(\text{m})$	3.0

量 q の横断方向分布についての微小擾乱に加え、同様にBox-Muler法による正規乱数を用いて河床にも粒径の10%程度の擾乱を与えることで砂州の形成が記述できる。

$$\frac{q}{\bar{q}} = 1 + aR(y, t) \quad (5)$$

ここに、 $\bar{q}$ ：平均単位幅流量、 a ：定数(ここでは、0.05を用いる)、 $R(y, t)$ ：Box-Muler法により平均値0、分散を1とした正規乱数である。

4. 検討に用いる砂州形成条件

本研究では、一様粒径を用いたFujita¹¹⁾の実験と同様の水理条件を用いて以後の検討を行った。この実験条件で黒木ら¹²⁾による線形不安定解析を行なうと、モード2が卓越し、複列砂州の発生条件となる。

実験では、図-1のような変化が実際に確認されており、次のような現象となっている。通水開始から1時間15分ごろには交互砂州的な砂州の前縁が現れ、2から3時間後に図-1からも分かるように定常的なモード2の複列砂州が現れ、3時間39分には波長が6から8m程度の前縁が向かい合った部分の深掘れが著しい複列砂州となる。

この実験条件で一様粒径モデルを用いて砂州の形成過程の計算を行った結果¹⁾を、図-2に示す。この図より、砂州が現れる時間が実験より遅いものの、この数値計算を用いて同様な複列砂州の形成を記述することができる。

次に、この水理条件のまま、平均粒径 d_m は実験で用いた河床材料と同じで粒度構成(河床に存在する粒径の割合)を変化させた条件で、形成される砂州の検討を行なう。今回の検討では、簡便さと粒度構成の特徴を端的にする目的で河床構成材料を細砂と粗砂の2クラスのみとする。基本となる第1クラスの粒径を d_1 とし、第2クラスの粒径を、 $d_2 = \beta d_1$ ($\beta > 1$)と表す。 d_1 の交換層に占める体積占有率を p_1 とすると、 d_2 の交換層に占める体積占有率

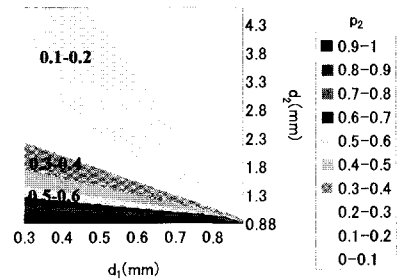


図-3 粒径と大粒径の含有率の関係

は、 $p_2 = 1 - p_1$ である。従って、平均粒径を一定に保つこととすると、 d_1 と β を決定すると次式によって p_1 (p_2)が決定する。逆に d_1 と p_1 (p_2)を設定すれば、 β が自動的に決まる。このときの粒度構成は、図-3のようになる。

$$d_m = d_1 p_1 + \beta d_1 (1 - p_1) \quad (6)$$

本数値解析では $d_m = 0.88\text{mm}$ の条件で次のように粒度構成による違いを検討した。まず、 $d_1 = 0.6\text{mm}$ で固定し $\beta > d_m/d_1$ の範囲で β を変化させることで粗砂含有の影響を、次に、 $d_2 = 2.0\text{mm}$ で固定し $1/\beta < d_m/d_2$ の範囲で β を変化させることで細砂含有の影響を調べた。

5. 数値解析による粒度構成が砂州形成に及ぼす影響の検討

(1) 大粒径の大きさが砂州へ及ぼす影響

大粒径成分の砂の粒径(粗さ)が砂州へ及ぼす影響を調べるために、小粒径 d_1 を 0.6mm で固定した上で、 $\beta = 2.5, 10/3, 5$ と変化させて数値解析を行った。各ケースにおける河床形状の時間変化を図-4, 5, 6に示す。図-2とこれらの図の比較から、混合粒径河床上に発達する砂州は、一様粒径河床上に発達するものよりモード数が増えていることがわかる。図-7には波高の発達の時間変化を示すが、従来の知見と同様に混合砂河床では波高の発達が抑えられる傾向が顕著に認められるが、砂州モード数の増加も波高の発達抑制に効果的であると考えられる。波高が発達し始める時間帯の河床高コンター(図-4, 5, 6)をそれぞれのケースで見ると、最大粒径が 1.5mm のケースにおける砂州のモード数は、3程度であり、 2.0mm のケースでは、3-4であり、 3.0mm のケースでは、4程度である。平均粒径が同じならば、大きな粒径の材料が河床に含まれるほど、砂州のモード数が大きくなると言える。初期に現れるモード数が発達の途中で減少しているケース(図-5)も存在するが、卓越モード数は最大粒径 1.5mm のケース(図-4)よりも大きくなっている。

(2) 小粒径の大きさが砂州へ及ぼす影響

次に、小粒径成分の砂の粒径(細かさ)が砂州へ及ぼす

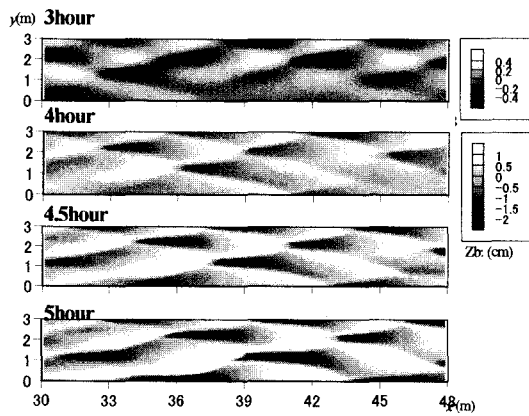


図-4 $d_1=0.6\text{mm}$ $\beta=2.5$ ($d_2=1.5\text{mm}$) 時の河床時間変化

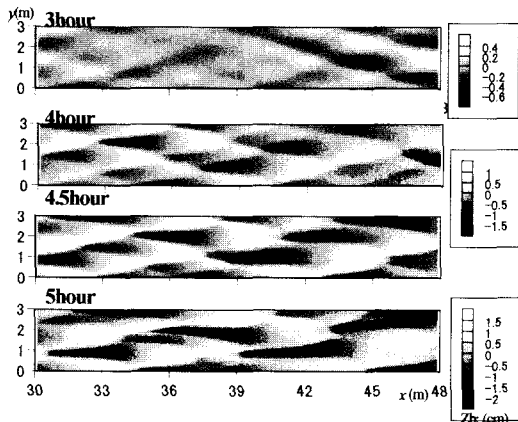


図-5 $d_1=0.6\text{mm}$ $\beta=10/3$ ($d_2=2.0\text{mm}$) 時の河床時間変化

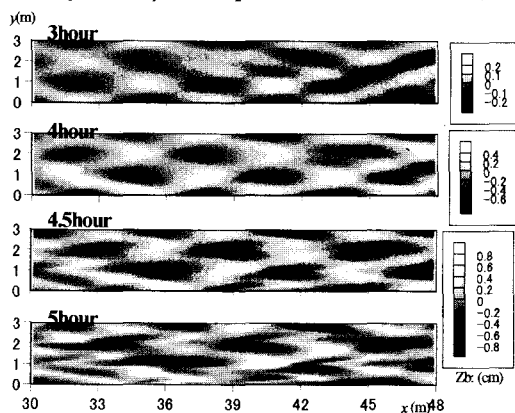


図-6 $d_1=0.6\text{mm}$ $\beta=5$ ($d_2=3.0\text{mm}$) 時の河床時間変化

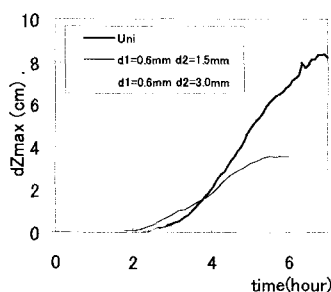


図-7 波高の河床時間変化

影響を調べるために、大粒径を $d_2=2.0\text{mm}$ で固定した上で、 $1/\beta=0.4, 3/10, 0.2$ と変化させて数値解析を行った。

図-5, 8 にその一例を示すが、その結果は、大粒径成分含有の効果についての結果ほど顕著なモード数への影響

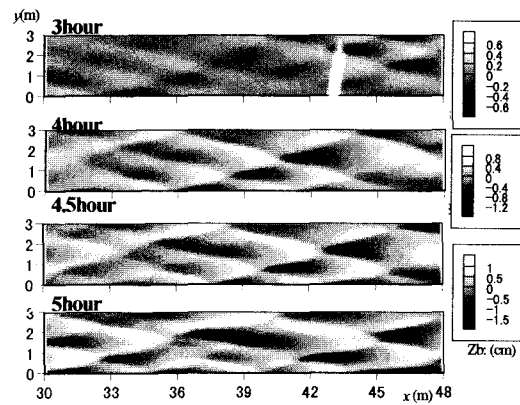


図-8 $d_2=2\text{mm}$ $1/\beta=1/5$ ($d_1=0.4\text{mm}$) 時の河床時間変化

は見られなかった。しかし、図-5, 8 を詳細に比較すると、小粒径成分を含むほど、若干モード数が増える傾向にあると言える。

6. 線形不安定解析を用いた粒度構成による砂州モード数の減少の説明

前章では数値解析によって、大粒径、小粒径の含有がモード数に及ぼす現象について見てきたが、本章では、同様の検討を、線形不安定解析を用いて行なう。すなわち、河床に存在する大粒径、小粒径が砂州モード数に及ぼす影響を、 d_1 または d_2 を固定し、一方の粒径を変化させて初期卓越モード数の変化を調べる。なお、ここではさらに、 p_1 を一定として、 d_1, d_2 を変化させ（平均粒径を変化させず、式(6)により β を算出）、構成粒径の幅を変化させることの影響について検討した（数値解析ではこの検討を行っていない）。

(1) 混合粒径河床モデルを用いた線形不安定解析

ここで、黒木・岸¹²⁾の研究を参考に、3章で説明した数値解析の混合砂モデルと同じ基礎式を用いて2粒径混合砂礫河床上の砂州の線形不安定解析を試みた。ただし、体積占有率の計算にあたり解析の簡単のため、河床の上昇、低下時共に式(7)を用いる。この式は、数値解析で用いた式(3)の河床低下時の式に対応するものであるが、微小擾乱での議論の際には上昇時にも対応できると考える。

$$D \frac{\partial p_i}{\partial t} = \left(\frac{\partial z_i}{\partial t} - p_i \frac{\partial z}{\partial t} \right) \left[\text{ただし } \frac{\partial z_i}{\partial t} = -\frac{1}{1-\rho_0} \left(\frac{\partial q_{bx}}{\partial x} + \frac{\partial q_{by}}{\partial y} \right) \right] \quad (7)$$

混合砂礫河床上での砂州の不安定解析は、小山・黒木¹³⁾によってすでに行われている。この解析では、流砂量を流砂量の遅れを考慮するために、Einsteinの掃流砂モデル¹⁴⁾における砂粒の平均step lengthを遅れ距離とみなしている。すなわち、この距離だけ上流での無次元掃流力の値を用いて流砂量を算出する。本研究では流砂量を算出する際、無次元掃流力だけでなく、混合粒径流砂量式に乗じられている粒径ごとの体積占有率にも遅れ距離

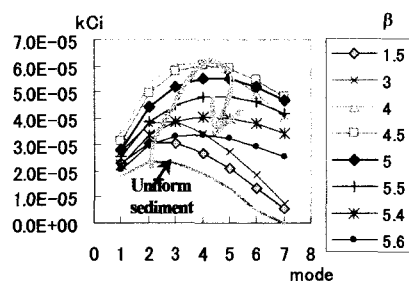


図-9: $d_1=0.6\text{mm}$ におけるモード数と kCi 最大値の関係

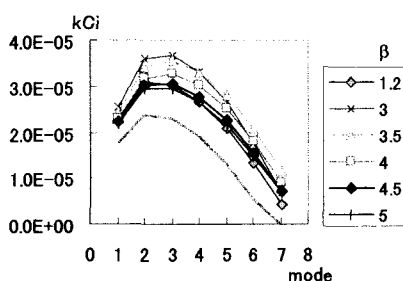


図-10 $d_1=0.8\text{mm}$ におけるモード数と kCi 最大値の関係

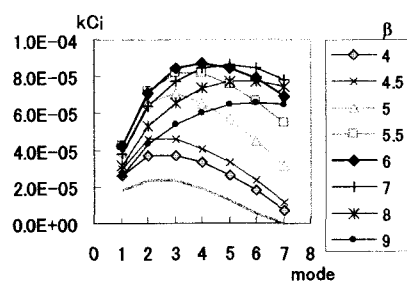


図-11 $d_1=0.4\text{mm}$ におけるモード数と kCi 最大値の関係

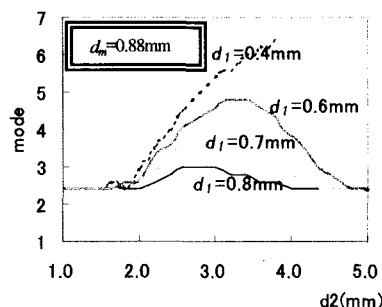


図-12 含有する大粒径と初期卓越モード数との関係

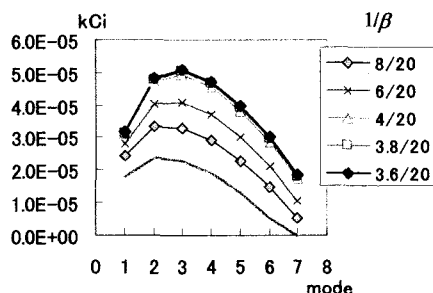


図-13 $d_2=2.0\text{mm}$ におけるモード数と kCi 最大値の関係

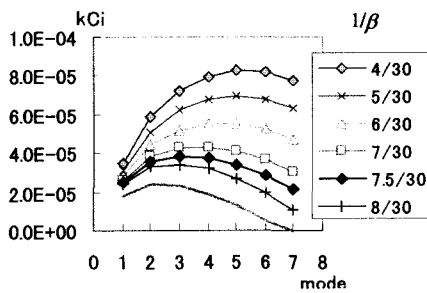


図-14 $d_2=3.0\text{mm}$ におけるモード数と kCi 最大値の関係

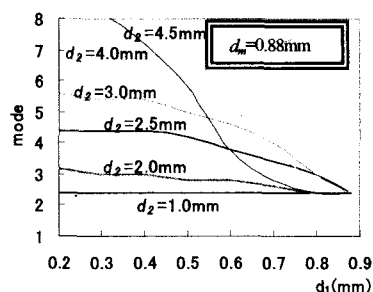


図-15 含有する小粒径と初期卓越モード数との関係

を考慮した。また、同様な線形不安定解析を行った長谷川ら¹⁵⁾の研究では、分級不安定現象が抽出されるケースを示しているが、本論文の検討範囲内の増幅率は、ポジティブな解がただ一つだけ存在するような結果となっている。

(2) 大粒径の大きさとモード数の関係

まず、数値解析を行った条件、すなわち $d_1=0.6\text{mm}$ とし β を変化させるケースについて、砂州のモード数毎の最大増幅率 kCi を算出し、その結果を図-9に示す。これによると、増幅率 kCi は、 β が3から4にかけて急に増加し、初期に卓越する(増幅率 kCi が最大となる)砂州のモード数が2から3、4あたりへと変化する。 β がさらに4から5へ変化するにつれて初期卓越砂州モード数はより増加するが、 β が5を越すと、初期卓越砂州モード数はやや減少し、増幅率 kCi の値も全体的に低くなる傾向を示している。

次に、固定させる粒径 d_1 を変化させた検討を行った。 $d_1=0.8, 0.4\text{mm}$ の場合の結果を図-10, 11に示す。これらによると、含有する大粒径が大きくなるとともにモード

数は増加するものの、モード数が増加する限界が存在する。これは、小粒径が平均粒径に近づくと大粒径が占める体積占有率が小さくなり、現象に果たす役割が小さくなるためと考えられる。

含有する大粒径 d_2 と初期卓越砂州モード数の関係に対応する小粒径 d_1 ごとに図-12に示した。この図は上記の結果を明確に示している。小粒径が平均粒径より離れた値をとると、より大粒径が大きくなることがモード数の増加につながる。ただし、小粒径がある粒径(ここでは、 $d_1=0.6\text{mm}$ 程度)までは、初期卓越砂州モード数は増加したあと、減少傾向となる。

(3) 小粒径の大きさとモード数の関係

小粒径の影響を調べるために、まず、数値解析を行った $d_2=2.0\text{mm}$ のケースについて β を変化させた条件で、砂州モード数ごとの増幅率 kCi の変化を調べ、その結果を図-13に表す。これによると、細粒分の粒径が小さくなると(β の減少とともに)、初期卓越モード数が2から3へ移動していることがわかる。次に、 $d_2=3.0\text{mm}$ とした条件での結果を、図-14に示す。この結果は、細粒分の粒径が小さくなる(β の減少)とともに、モード数が大きくなる傾向をより顕著に示している。

含有する小粒径 d_1 と初期卓越砂州モード数の関係に対応する大粒径 d_2 ごとに図-15に示す。細粒分の粒径が小さくなるとともに、モード数が増加する傾向が明確に見てとれる。

(4) 粒度構成が及ぼす影響

図-12, 図-15の結果をまとめ、大粒径と小粒径が決定

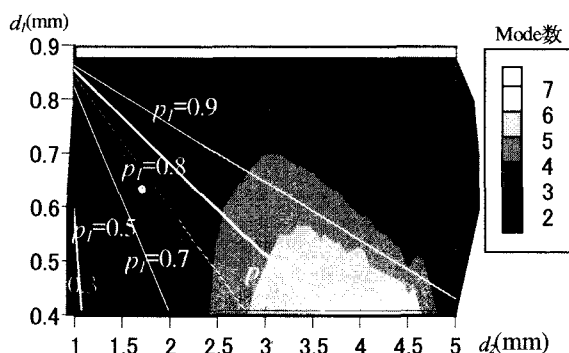


図-16 粒度構成による卓越砂州モード数

されたときの初期卓越砂州モード数をコンター図として図-16に示す。これによると、大粒径が大きく、小粒径が小さいほど、初期卓越砂州モード数が増加する。逆に平均粒径に近いものが多く存在する、つまり一様粒径に近い条件となると初期卓越砂州モード数が小さくなる。

体積占有率を一定としたとき、式(6)より d_1 、 d_2 の関係は決定される。この関係より、図-16上に小粒径の占める割合 p_1 毎に直線を引く。これによって、細砂の占める割合が大きくなるような条件では、粗砂の粒径と細砂の粒径の差が小さくなると初期卓越モード数が減少する現象が見られるが、細砂の占める割合が少なくなるような条件ではこのような初期卓越モード数が減少する現象は見られにくくなることがわかる。細砂の占める割合が85～90%程度のところに現象の分岐点が存在し、モード数のピークが得られるのは、細粒分の粒径の占める割合が85～90%となる条件である。これは、この含有率で特にモード数へ及ぼす影響が強く出ること示している。また、すでに記述した細粒分の粒径一定条件で粗粒分の粒径を大きくしていくほどモード数が増加する現象が抑えられ始めるのは、細砂の含有率が85～90%程度となることがわかる。

7. 結論

本研究では、砂州のモード数に及ぼす河床の粒度構成の影響を明らかにすることを目的とし、2粒径混合粒径モデルを対象に数値解析と線形不安定解析の両面から検討を行った。

一様粒径を用いた場合にはモード2の複列砂州の発生領域となるような条件下で、平均粒径が同じとなるように2クラスの河床構成材料粒径とその比率を与えて、解析を行った。まず、数値解析により、混合砂礫床上に形成される砂州は、粗粒分の粒径が大きくなるにつれモードが高くなり、また細粒分の粒径が小さくなるにつれ若干モードが高くなることが示された。次に、混合砂礫河床上における砂州発生について線形不安定解析によって調べると、数値解析でみられた現象と同じように、粗粒分、細粒分の粒径により発生する砂州モードが変化をす

ることが示された。本研究によって得られた砂州モード数に対する粒度構成の影響は、以下のようにまとめられる。

- ・ 細粒分の粒径が一定のとき、粗粒分の粒径が大きくなればモード数は増加するが、粗粒分の含有率が10%程度以下になると、モード数は減少する。
- ・ 粗粒分の粒径が一定のとき、細粒分の粒径が小さくなるにつれ、モード数は増加するが、粗粒分の含有率が多くなるとその傾向はあいまいとなる。
- ・ 粗粒分と細粒分の含有率を一定に保つと、その粒径の差が大きいほど、モードが増加する傾向にある。この場合も粗粒分の含有率が多くなるとその傾向は顕著でなくなる。

参考文献

- 1) 寺本敦子, 辻本哲郎: 砂州の形成過程に関する数値計算手法, 応用力学論文集, Vol.6, pp.975-982, 2003.
- 2) Lanzoni, S.: Experiments on bar formation in a straight flume, *Water Resources research*, Vol.36, No.11, pp.3351-3363, 2000.
- 3) Lanzoni, S. and M. Tubino: Grain sorting and bar instability, *J. Fluid Mech.*, Vol.393, pp.149-174, 1999.
- 4) 三輪浩, 大同淳之, 横川純: 流量変化に伴う交互砂州の発達・変形過程, 水工学論文集, 第47巻, pp.619-624, 2003.
- 5) 竹林洋史, 江頭進治: 混合砂河床における砂州の動態, 水工学論文集, 第45巻, pp.727-732, 2001.
- 6) 中川博次, 辻本哲郎: 移動床流れの水理, 技報堂出版, 1986.
- 7) 芦田和男, 道上直規: 移動床流れの抵抗と掃流砂量に関する基礎的研究, 土木学会論文集, 第206号, pp.59-69, 1972.
- 8) Nakagawa, H., T. Tsujimoto, and S. Murakami: Non-equilibrium bed load along side bank, *Proc. 3rd Int. Sym. River Sedimentation*, Jackson, Mississippi, USA, pp.1029-1065, 1986.
- 9) Engelund, F.: Flow and bed topography in channel bends, *J. Hydraul. Div.*, ASCE, 100(11), pp.1631-1648, 1974.
- 10) 平野宗夫: Armoringを伴う河床変動について, 土木学会論文集, No.195, pp.55-65, 1971.
- 11) Fujita, Y.: Bar and channel formation in braided streams, *River meandering*, Water Resources Monograph 12, edited by Ikeda, S. and Parker, G., AGU, pp.417-462, 1989.
- 12) 黒木幹男, 岸力: 中規模河床形態の領域区分に関する理論的研究, 土木学会論文報告集, 第342号, pp.87-96, 1984.
- 13) 小山慎一郎, 黒木幹男, 板倉忠興: 粒度構成を考慮した砂州の発生条件に関する理論的研究, 土木学会第53回年次学術講演会概要集第II部, pp.450-451, 1998.
- 14) Einstein, H. A.: Formulas for the transportation of bed load, *Trans. ASCE*, Vol.107, paper No.2140, pp.567, 1942.
- 15) 長谷川和義, 藤田豊彦, 目黒嗣樹, 竜澤宏昌: 河床不安定および分級不安定をともなう急勾配混合砂礫河床の形態, 水工学論文集, 第44巻, pp.659-664, 2000.

(2003.9.30受付)