

個別要素法を用いた土石流の構成則に関する考察

NUMERICAL STUDY ON CONSTITUTIVE RELATION OF DEBRIS FLOW BY USING A DEM-FLOW COUPLING MODEL

清水義彦¹・長田健吾²
Yoshihiko SHIMIZU and Kengo OSADA

¹正会員 博士(工学) 群馬大学助教授 工学部建設工学科 (〒376-8515 群馬県桐生市天神町1-5-1)

²学生会員 群馬大学大学院工学研究科博士後期課程 (〒376-8515 群馬県桐生市天神町1-5-1)

Many traditional researches on the debris flow are based on the continuum mechanics, which handled with water and particles as one body. But this method can not describe particle/particle interaction based on dynamical mechanism of particle motions. This study takes an approach method for considering particles motion and motion of water current individually by using the distinct element method (DEM) coupled with a model for water-flow. Present method is applied to collect the basic information of collision and repulsion process in the equilibrium state on debris flow. Calculated velocity profiles and the concentration profiles are compared with the reported experimental results. And the role of particle/particle interaction in constitutive relation have been investigated from the present numerical model.

Key Words : *The distinct element method, debris flow, motion of particles, constitutive relation, collision and repulsion, velocity profile, concentration profile*

1. はじめに

平衡場における土石流の流速分布、濃度分布については、高橋¹⁾、椿ら²⁾、江頭ら^{3), 4)}に関する理論的な研究から、それぞれの構成則として記述されている。しかし、いずれの研究においても、粒子間衝突が構成則を決める上で重要なファクターとなっているが、混相流とした連続体力学の観点から考察しているため、粒子群によって生じる多体衝突問題としての粒子間干渉効果が簡便な仮定の上にモデル化され、実験的にも検証されていない。一方、後藤らは流体系(連続系)と粒子系(離散系)の相互干渉を組み込んだEuler-Lagrangeカップリングモデルを構築し^{5), 6)}、なかでも、粒子群の衝突までを考慮できる個別要素法(Distinct Element Method; DEM)⁷⁾と流体計算を組み込んだ数値モデルを提案して、流体・粒子間、粒子間の相互干渉が掃流砂の流砂構造に及ぼす影響を検討している⁶⁾。粒子の個別運動過程はsaltation等の研究に見られるように粒子の運動方程式にもとづく解析が従来よりなされてきたが、多粒子群を対象に粒子間衝突を直接考慮できる流砂の運動解析は後藤らによってはじめてなされた⁸⁾。著者らも⁹⁾DEMとオイラー的流体解析を組み合わせた後藤らと同様なフレームワークで、掃流力の高い平衡流砂場を対象として、流

速・粒子速度分布や濃度分布を求め、高濃度平衡流砂場の構成則を検討する上でのモデルの有効性を示した。

本研究では、土石流規模の掃流力、高濃度場を対象として、掃流力増加とともに増す粒子間衝突といった基本事象が平衡場の粒子運動に与える影響を力学的に考察する。そして、構成則を規定する上での応力分担に寄与する粒子間干渉効果を検討する。すなわち、個々の粒子運動は、掃流力増加とともに流砂濃度を増すため、粒子間衝突といった事象が運動過程に適切に反映されねばならない。こうした事象を受けて決まる粒子速度と、流速との相対速度によって抗力が生まれ、その反作用が流速場における形状抵抗となり、応力の一部を分担する。これらの素過程をDEMとオイラー的流体解析を組み合わせたフレームワークで数値実験する。

2. 土石流構成則の既往研究と本研究の立場

固体粒子と流体との高濃度混相流を取り扱った研究は、Bagnold¹⁰⁾を端緒として多くのものがある。Bagnoldは、ニュートン流体と固体粒子との混合流れにおいて、粒子運動の活発な慣性領域での応力分担は粒子衝突あるいは接触による貢献が大きく、流体部分の担うせん断応力は無視し得ると考えた。こうした考えは、高橋¹⁾、椿ら

2) によっても支持され、この仮定に立脚して流速分布則・濃度分布則が導かれている。一方、江頭ら^{3), 4)}は、粒子摩擦(粒子骨格構造にもとづくクーロン摩擦)、粒子の非弾性衝突、粒子間隙空間に占める流体場の乱れの、3つのエネルギー散逸機構から内部応力を規定して流速分布則や濃度分布則を求めている。この中で、衝突に伴う動的圧力(法線方向応力)は宮本の研究¹¹⁾を踏襲し(形式的にはBagnoldタイプと同様)、クーロン摩擦を定式化の際の粒子骨格応力も前者の衝突に伴う動的圧力に比例するとの単純な仮定を設けている。この仮定は、その後、濃度分布のべき乗則(粒子骨格応力のみで受け持たれる粒子静止層の粒子濃度と接続する形式)として規定できるものとしている¹²⁾。

清水らは⁹⁾、DEMとk-ε model にもとづくオイラー的流体解析を組み合わせた数値実験から、平衡高濃度場の流れ場において、全せん断応力は流体の乱れによるレイノルズ応力と流体・粒子間の相対速度から生じる形状抵抗の積分値によって受け持たれることを示した。この数値実験において、形状抵抗を決める粒子の相対運動には、素過程として、河床底面や粒子間の非弾性衝突、粒子摩擦(粒子骨格構造にもとづくクーロン摩擦)を含むため、構成則をこれら素過程のもとに求めた江頭ら^{3), 4)}の考え(連続体モデル)を支持している。ただし、江頭らは、粒子間干渉にもとづく応力算出においては、上下層2層での理想化された粒子配列や単純化された相対運動を仮定しており、高濃度であれば粒子群の不規則運動のもとでの衝突機会も増大するため、粒子群運動を力学的枠組みの中で捉えながら複雑な粒子間干渉効果を評価する必要がある。一方、清水らの平衡高濃度場の流れ解析において⁹⁾、河床底面を対数則で規定したk-ε model にもとづく方法が採られたが、高橋¹⁾、江頭ら³⁾の研究が示すように、流速分布はむしろべき乗則(3/2乗則)に近く、実験による測定結果もこれを示唆している。そこで、本研究では、DEMとカップリングさせる流れのモデルを江頭らのモデル⁴⁾を参考にして、平衡場における流体・粒子運動を数値的に求めることにした。

3. 数値モデルの構成

(1) DEMによる粒子運動の記述

DEMでは⁴⁾、剛体要素と見なした粒子間の力の伝達が接触点を介して行われるものとして、各粒子ごとの運動方程式を前進差分で解き、時々刻々と変化する粒子の位置を求めている。粒子間接触面における法線方向の力 f_n と接線方向の力 f_s は、それぞれ接触してからの相対変位量に比例する抗力(e)(バネモデル)と相対速度に比例する粘性抵抗(d)(ダッシュポットモデル)から

構成する。

$$f_n = e_n' + d_n = e_n'^{t-1} + k_n \Delta u_n \Delta t + \eta_n \Delta u_n \quad (1)$$

$$f_s = e_s' + d_s = e_s'^{t-1} + k_s \Delta u_s \Delta t + \eta_s \Delta u_s \quad (2)$$

ここに、添え字のn, s は接触面における法線、接線方向を意味し、k はバネ定数、 η はダッシュポット粘性係数、 Δu は粒子ijの相対速度である。 f_s を構成する接線方向バネ力については累積変位量から算定し、一定以上の力(τ_c)が働けば滑動する条件を与えた。

$$e_s' = \text{sign}(\tau_c) \left(|e_s'| \geq \tau_c \right) \quad (3)$$

τ_c は粒子レベルのせん断強度で、クーロン摩擦が適用できるとした(c: 粒子レベルの粘着力、 ϕ : 粒子レベルの内部摩擦角)。

$$\tau_c = c + e_n \tan \phi \quad (4)$$

上記の粒子間干渉(着目粒子iに接触するすべての粒子jからの作用力の総和)と、粒子に作用する重力、流れから受ける駆動力を組み込んだ粒子iの運動方程式(並進および回転)は次式のように書ける。

$$m_i \frac{du_{pi}}{dt} = \sum_j \left[-f_n \cos \alpha_{ij} + f_s \sin \alpha_{ij} \right]_j + \frac{1}{2} \rho C_D A_2 d^2 \sqrt{(U - u_{pi})^2 + (V - v_{pi})^2} (U - u_{pi}) + (m_i - \rho V_i) g \sin \theta \quad (5)$$

$$m_i \frac{dv_{pi}}{dt} = \sum_j \left[-f_n \sin \alpha_{ij} + f_s \cos \alpha_{ij} \right]_j + \frac{1}{2} \rho C_D A_2 d^2 \sqrt{(U - u_{pi})^2 + (V - v_{pi})^2} (V - v_{pi}) - (m_i - \rho V_i) g \cos \theta \quad (6)$$

$$I \frac{d\omega_{pi}}{dt} = \frac{d}{2} \sum_j [f_{sj}]_j \quad (7)$$

ここに、 $m_i = \rho [\sigma / \rho + C_M] A_3 d^3$ 、 ρ : 流体密度、 σ : 粒子密度、 C_M : 付加質量係数(=0.5)、 A_2, A_3 : 粒子の2次元、3次元形状係数、d: 粒子径、 u_{pi}, v_{pi} : 粒子の流下・鉛直速度、U, V: 水流の流下・鉛直速度、 C_D : 抗力係数、 m_i : 粒子質量、 V_i : 粒子体積、g: 重力加速度、I: 慣性モーメント、 ω_{pi} : 粒子iの回転速度である。

(2) 粒子運動を取り込んだ流体場の解析

流体中に存在する固体粒子群は、流体にとって相対速度をもつ離散的粗度としての役割をもつため、抗力を生じ運動量変化を産む。この構造は、清水ら¹⁴⁾が植生流れで取り込んだように粒子群を含む格子スケールで空間平

均されたレイノルズ方程式において、平衡場を考えると次式が成り立つ。

$$\left[\tau_f + \frac{d\tau}{dy} \right] - \tau_f \left[\delta x + (\rho g \sin \theta - \nu_g F_p) \delta x \delta y \right] = 0 \quad (8)$$

ゆえに、

$$\frac{d\tau_f}{dy} + (\rho g \sin \theta - \nu_g F_p) = 0 \quad (9)$$

ここで、流下・鉛直座標を x, y 、 τ_f ：流体場のせん断応力、 ρ ：流体の密度、 θ ：河床勾配、 ν_g ：粒子数密度（流体の単位体積あたりに存在する粒子数）、 F_p ：粒子群による形状抵抗の反力で、

ここに、

$$F_p = \frac{1}{2} \rho C_D A_2 d^2 \sqrt{(U - u_{pi})^2 + (V - v_{pi})^2} (U - u_{pi}) \quad (10)$$

である。式(9)において、流体場のせん断応力はレイノルズ応力によって受けもたれらるゝとして混合距離モデルを適用する。ここでは、江頭らによるモデルを採用して⁴⁾、

$$\tau_f = \rho \ell_0^2 \left| \frac{\partial U}{\partial y} \right| \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right) \quad (11)$$

$$\ell_0 = \sqrt{k_f \left(\frac{1-C}{C} \right)^{1/3}} d \quad (12)$$

と与えた。ここで、 k_f は0.16程度の定数、 C は濃度である。後藤ら⁵⁾と同様に、粒子数密度（流体の単位体積あたりに存在する粒子数） ν_g は、検査面積（ $L \Delta y$ 、 Δy ：高さ幅）における粒子部分総面積（ ΣA_{pi} ）から求め、

$$\nu_g = \frac{\sum A_{pi}}{L \Delta y} \frac{1}{A_2 d^3} \quad (13)$$

これより、流砂濃度 C は次式から与えられる。

$$C(y) = \frac{\sum A_{pi}}{L \Delta y} \frac{A_3}{A_2} \quad (14)$$

(3) 平衡流砂場の計算の枠組み

数値実験の対象は、伊藤¹³⁾によってなされた砂礫粒子（径 $d=0.218\text{cm}$ ）と水の混合流れの実験で、水路勾配を 15° とし水路の上流端から定常給水、給砂を行っている。無次元掃流力の範囲は $1.0 \sim 1.2$ （水深 h は約 1.5cm ）にある土石流相当の急勾配流れである。計算領域長さ（ $L/h=27$ 程度）で、粒子場に流下方向周期境界を課して平衡場を求めた。流速・粒子場の計算では、はじめに流速場を式(9)、(11)から解き、その流速場での粒子場を求

めて、次ステップでの流速・粒子場を更新する手順を繰り返している。粒子場での計算時間刻み Δt は 10^{-6}sec である。計算での河床条件として、同じ移動材料の砂礫粒子を貼り付けた粗面固定床としている。採用したDEMパラメタ値は、清水らの研究⁹⁾を参考に試行計算から決めた（ $k_n=200\text{N/cm}$ 、 $k_s=15\text{N/cm}$ 、 $\eta_n=0.001\text{N} \cdot \text{s/cm}$ 、 $\eta_s=0.0001\text{N} \cdot \text{s/cm}$ 、 $c=0$ 、 $\phi=25^\circ$ ）。

4. 計算結果の考察

伊藤の実験¹³⁾ (1999-001, 1999-004) を対象として数値計算結果を以下に示す。図-1は、計算された流速、粒子速度の鉛直分布である。伊藤の実験では流速分布が計測されているので、その対応も示した（図中●印）。粒子速度も流速分布にほぼ追従した分布形のせん断流タイプとなっている。図-2は粒子数密度（流体の単位体積あたりに存在する粒子数）から計算された濃度分布である。掃流力レベルの小さい場合には水面方向に向かって減少する指数型分布となるが、この場合、水深にわたって一様化する傾向が認められ、高濃度場で報告されている既往研究の指摘と対応している。伊藤¹³⁾ はサンプラーを用いた局所輸送濃度を求めているため、この値も一部併せて表示した（図中の一点鎖線）。図-3は、1secあたりの粒子運動軌跡の様子を示した一例である。この図で河床は $y=0.1(\text{cm})$ にあり、河床近傍にある粒子（No. 2, No. 3, No. 4）は跳躍距離が短く、頻繁な河床面との衝突によって小刻みに振動した運動形態となる。一方、上層にある粒子（No. 1, No. 5, No. 6）は、粒子衝突によって運動軌跡が変化するものの、平均的な流送高さを保持している。平均的には上下層を形成しながら相対速度をもって流れる機構は粒子間衝突作用によって行なわれ、このことは、粒子間干渉にもとづく応力算出を上下層2層での相対運動から単純に取り扱った江頭らの考え⁴⁾ が定性的に妥当であることを示す。図-4は、粒子衝突事象の高さ方向確率密度分布で、河床に近くづくにつれて大きい値をとっている。図-5は濃度場と粒子速度から計算された流砂量であり、Meyer Peter-Müller式と併示した。

次に、流体場における内部応力構造について考察する。式(9)を水面で $\tau=0$ として、 $y=h$ から y まで積分すると次式となる。

$$\tau_f(y) = \rho g \sin \theta (h - y) - \tau_p \quad (15)$$

$$\tau_p \equiv \int_y^h \nu_g F_p dy \quad (16)$$

τ_f は流体場の乱れによる応力（レイノルズ応力）で

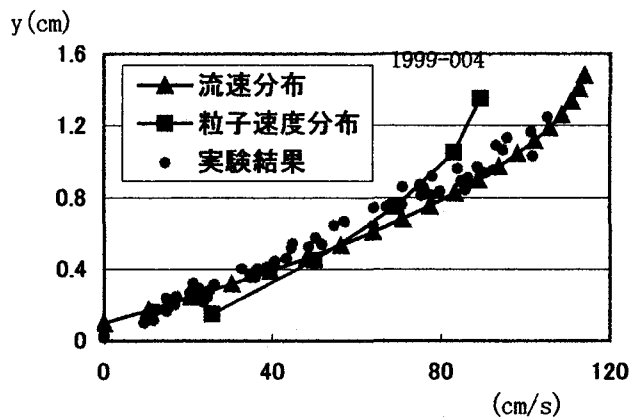
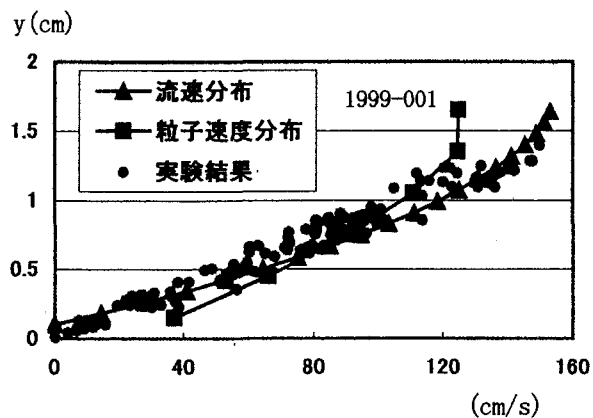


図-1 計算流速 (▲)・粒子速度 (■)と伊藤の実験結果 (●)との比較

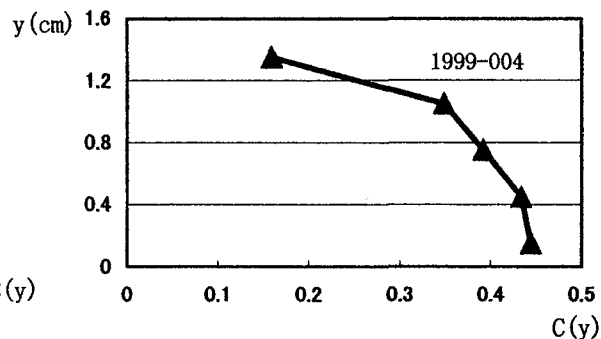
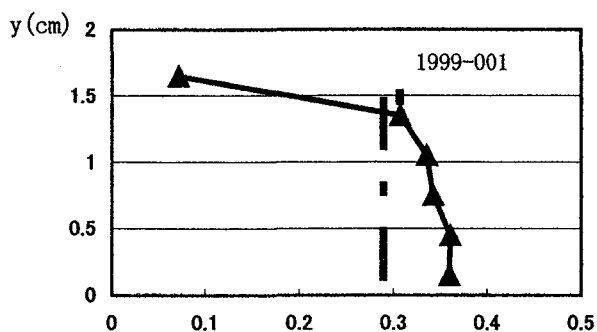


図-2 計算濃度分布 (▲)と伊藤の実験 (破線)との比較

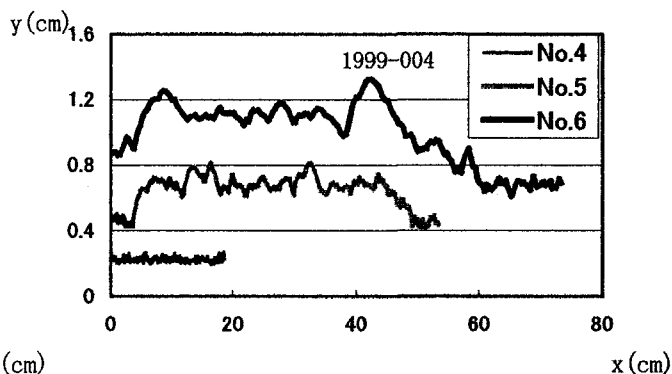
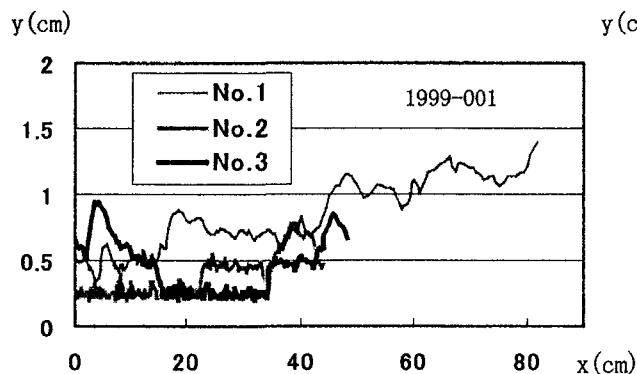


図-3 流体中の計算粒子移動軌跡 (3粒子で表現)

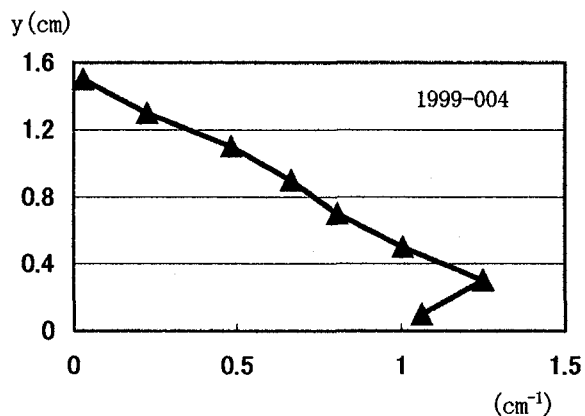
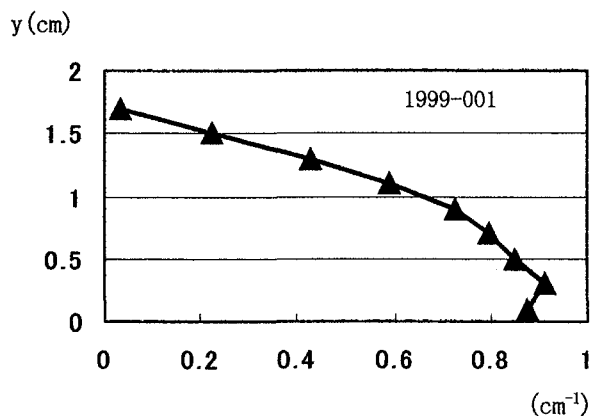


図-4 粒子衝突事象の高さ方向確率密度分布

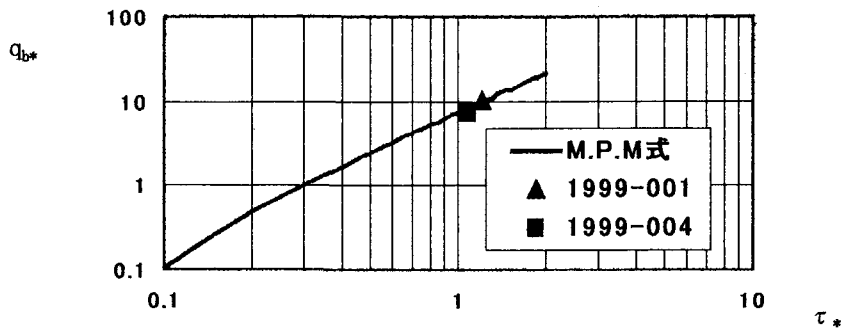


図-5 計算から得られた流砂量とM.P.M式との比較

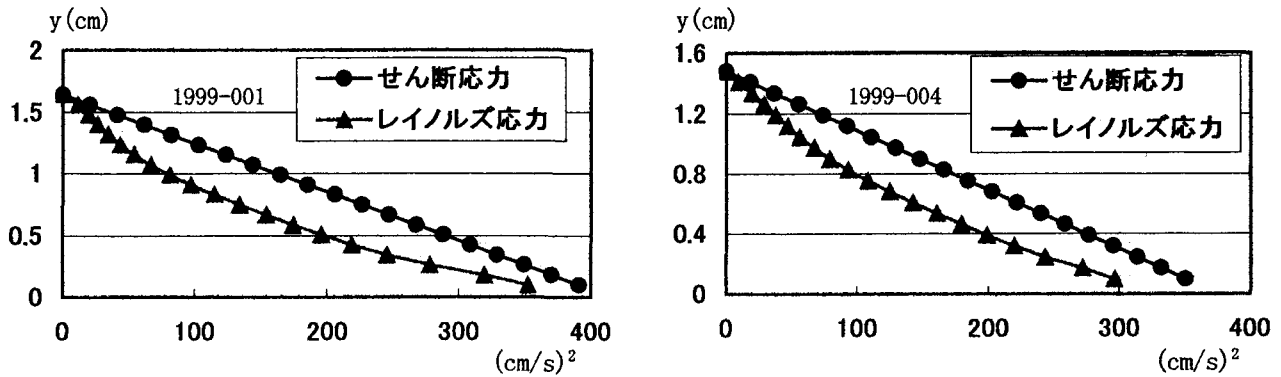


図-6 せん断応力と計算より得られたレイノルズ応力

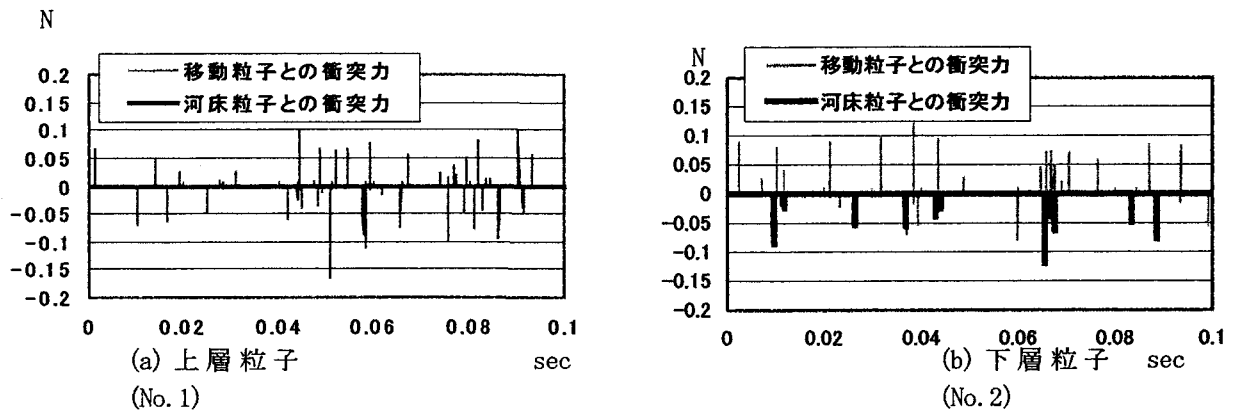


図-7 粒子間干渉力 (衝突力) 項の時系列

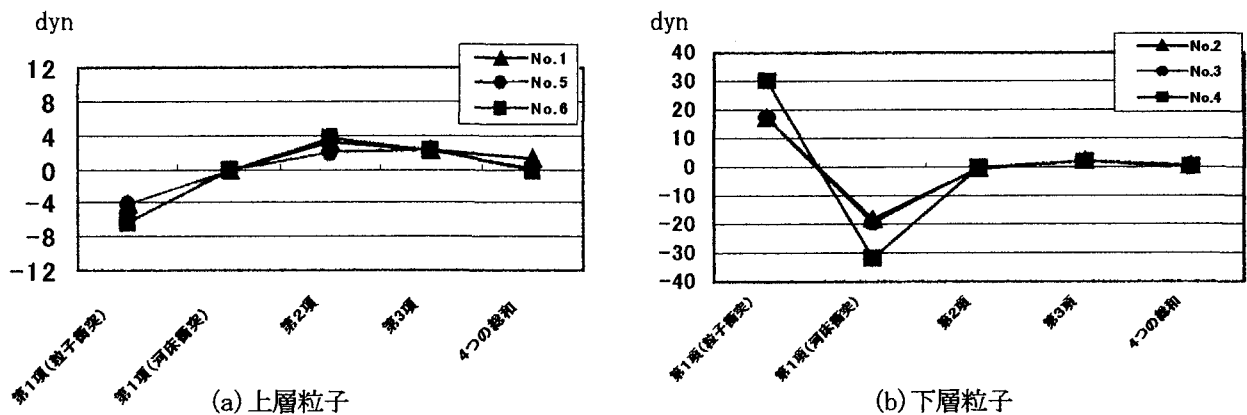


図-8 式(5)における各項の評価 (1secあたりの加算作用力として)

あり式(11)から算出され、 τ_p は流体・粒子間干渉によるせん断応力(形状抵抗反力 F_p に関する積分値)で、図-6に示すように、 τ_f と τ_p の内訳は、 $\tau_f > \tau_p$ となっている。一方、混相流にもとづく伊藤¹³⁾および伊藤ら¹⁵⁾の研究によれば、粒子摩擦(粒子骨格構造にもとづくクーロン摩擦、降伏応力)による応力(τ_y)、粒子の非弾性衝突による応力(τ_d)、粒子間隙空間に占める乱れ応力(τ_f)のオーダーは、 $\tau_y > \tau_f > \tau_d$ であり(τ_p を決める素過程には τ_d 、 τ_y が含まれる)、降伏応力を除いて乱れ応力(τ_f)と非弾性衝突による応力(τ_d)の大小関係は一致している。

次に、粒子場について考察する。流下方向の粒子運動は式(5)の、粒子間干渉(衝突)(右辺第1項)、流体による駆動力(右辺第2項)、重力項(右辺第3項)から決定される。図-7(a),(b)は、右辺第1項の粒子間干渉力を、粒子間衝突による事象と、河床と粒子の衝突による事象に分け、それぞれの瞬間値を時系列(0.1secあたり)として示したものである。上層に存在する粒子図-7(a)においては(河床との衝突はないのでゼロ)、正負の値(粒子間衝突が粒子運動の加速・減速をもたらす)をとり、一方、下層粒子(河床近傍)図-7(b)では、平均的に粒子間衝突力が正、河床との衝突力が負となっていることが分かる。すなわち、河床近傍では、粒子間衝突力が粒子運動を加速、河床との衝突力が減速効果をもたらしている。図-8(a),(b)は式(5)の右辺各項の加算値(瞬間値の1secあたりの加算値)を示したもので、上層に存在する粒子では図-8(a)、駆動力となる右辺第2項(流体による駆動力)、右辺第3項(重力項)と、右辺第1項(粒子間衝突事象)がバランスすることで平衡場が作られる。一方、下層粒子図-8(b)では、右辺第1項のうち粒子間衝突事象によるものと重力項が粒子を加速させる方向に作用し、これとバランスする作用力は、第1項のうち河床との衝突事象によることが分かる。従来、低濃度場(低掃流力場)のsaltation運動における多くの研究では、粒子間干渉効果(式(5)の右辺第1項)が考慮されない形で展開されてきた。低濃度場では、平均的に、河床から離脱した粒子は流体中で加速、河床底面との接触で減速のプロセスで平衡場を得ることができる。一方、高濃度場(高掃流力場)が対象となれば、上述の考察から、粒子間干渉効果が平衡場を決める上できわめて重要な作用力をもたらすことが理解される。

5. あとがき

本論文では、DEMとオイラー的流体解析を連成させた解析手法により土石流の構成則に関する考察を行なった。とくに、粒子群によって生じる多体衝突問題としての粒子間干渉効果を数値実験より検討し、混相流とした連続体力学の観点から考察されてきた土石流構成則と比

較検討した。本研究を進めるにあたり、詳細な実験結果を快く提供して頂いた伊藤隆郭氏(立命館大学講師)に感謝いたします。

参考文献

- 1) 高橋 保：土石流の発生と流動に関する研究，京都大学防災研究所年報，第20号B-2，pp.405-435,1977.
- 2) 椿東一郎・橋本晴行・末次忠司：土石流における粒子間応力と流動特性，土木学会論文報告集，第317号，pp.79-81, 1982.
- 3) 江頭進治・芦田和男・矢島啓・高濱淳一郎：土石流の構成則に関する研究，京都大学防災研究所年報，第32号B-2，pp.487-501,1989.
- 4) 江頭進治・芦田和男・高濱淳一郎・田野中新：エネルギー散逸機構に基づく流砂モデル，京都大学防災研究所年報，第33号B-2，pp.293-306,1990.
- 5) 後藤仁志・酒井哲郎：表層せん断を受ける砂層の動的挙動の数値解析，土木学会論文集，No.521/II-32,pp.101-112,1995.
- 6) 後藤仁志・酒井哲郎：河床構成粒子群との相互作用を考慮した流砂の流動過程の数値解析，水工学論文集，第41巻，pp.819-824,1997.
- 7) Cundall, P.A. (1979) : A discrete numerical model for granular assemblies, *Geotechnique*, Vol. 29, No.1, pp.47-65.
- 8) 後藤仁志・酒井哲郎・原田英治：移動床上のsaltation粒子の衝突・反発機構，水工学論文集，第43巻，pp.647-652,1999.
- 9) 清水義彦・若井明彦・長田健吾：個別要素法と流れの数値解析を組み合わせた高濃度平衡流砂場の数値実験，水工学論文集，第47巻，pp.559-564,2003.
- 10) Bagnold, R. A. :Experiments on a gravity free dispersion of large solid sheres in a Newtonian fluid under shear, *Pro. Roy. Soc. A*, Vol.225, pp.46-63, 1954
- 11) 宮本邦明：Newton流体を含む粒子流の流動機構に関する基礎的研究，立命館大学学位論文，1985.
- 12) 江頭進治・宮本邦明・伊藤隆郭：掃流砂に関する力学的解釈，水工学論文集，第41巻，pp.789-794,1997.
- 13) 伊藤隆郭：土石流の構成則およびその適用に関する研究，立命館大学学位論文，p.56, 2000.
- 14) 清水義彦・辻本哲郎・中川博次：直立性植生層を伴う流れ場の数値計算に関する研究，土木学会論文集，第447号/II-19,pp.35-44,1992.
- 15) 伊藤隆郭・江頭進治・宮本邦明・竹内宏隆：土石流の固定床から移動床流れへの遷移過程に関する研究，水工学論文集，第43巻，pp.635-640,1999.