

# 段上がりを有する跳水の跳水長に関する研究

## STUDY ON LENGTH OF HYDRAULIC JUMP WITH ABRUPT RISE

鬼束幸樹<sup>1</sup>・秋山壽一郎<sup>2</sup>・伊瀬知栄人<sup>3</sup>・木内大介<sup>4</sup>  
Kouki ONITSUKA, Juichiro AKIYAMA, Hideto ISECHI and Daisuke KIUCHI

<sup>1</sup>正会員 博(工) 九州工業大学助教授 工学部建設社会工学科 (〒804-8550 北九州市戸畑区仙水町1-1)

<sup>2</sup>正会員 Ph.D. 九州工業大学教授 工学部建設社会工学科

<sup>3</sup>学生員 九州工業大学大学院 工学研究科博士前期課程

<sup>4</sup>学生員 九州工業大学 工学部建設社会工学科

Relationship between the upstream flow depth and downstream one of a hydraulic jump with and without abrupt rise is derived from the continuity equation and momentum equation. On the other hand, such theoretical equations cannot give some information on the streamwise length of the hydraulic jump. In this study, the length of the hydraulic jump with abrupt rise was measured with changing both of the inlet Froude number and the ratio between the inlet flow depth and the height of abrupt rise by making use of a point gauge. The velocity measurements in and around the hydraulic jump were also conducted with two-components type of electromagnetic current meters. It was found that the length of the hydraulic jump with abrupt rise is affected both of the inlet Froude number and the ratio between the inlet flow depth and the height of abrupt rise. As a result, a new formula about the length of the hydraulic jump with abrupt rise is suggested.

**Key Words :** *length of hydraulic jump, abrupt rise, roller, electromagnetic current meter*

### 1. はじめに

北九州市や神戸市のような急峻な土地における河川では、短い区間で大きな高低差を水に流下させる必要がある。地形と同様な勾配で河床を整地すると河床勾配が急になるので、平水時にはみお筋付近だけが河床低下する可能性があり、また、洪水時には土砂流出量が多くなり安定した河道管理ができなくなる。そのため、落差工を用いることで、落差工以外の区間の河床勾配を緩やかにする工法がこれまで多く採用されてきた。ところが、落差工による段差が原因で水生生物の河川縦断方向の移動が阻害され、河川生態系の崩壊を招いている。こうした反省から落差工をなくして水生生物の縦断方向の移動を可能にし、豊かな河川生態系を復活させようという試みが始められている<sup>1)</sup>。この工法の一つに、大部分の区間の水路勾配を緩やかにし、一部の短い区間の水路勾配だけを急にして高低差を吸収させる方法がある。この短い急勾配な区間は「斜水路」と呼ばれている。斜水路の勾配は、魚類が遡上できるように配慮し、1/10が採用されることが多い。流れが緩勾配部から斜水路に流入すると

射流になることが多く、したがって、斜水路の下流側で勾配が再び緩勾配に変化する際に、射流が常流へと遷移する。跳水が発生するとローラーの回転運動により底面が洗掘されるので、底面を保護する必要性が生じる。また、平水時に魚が斜水路を遡上するためには勾配を1/10にするだけでなく、斜水路下流側において低流速で高水深な遡上のための助走区間を設置する必要性が生じる。そのため、斜水路下流側には、ある程度の長さの平坦河床とその下流部に段上がりが設置される。こうした平坦河床と段上がりを有する部分をプール部というが、これを設計するには跳水長を予測する必要がある。

水平な平坦河床上の跳水における共役水深の関係については、連続の式と運動量式とを連立させ、壁面摩擦を無視し、静水圧近似を導入することで流入フルード数の関数であることが証明される。しかし、跳水長は理論的に求めることができず、実験に頼らざるを得ない。Smetana<sup>2)</sup>は跳水長を共役水深の関数として定式化した。Hager *et al.*<sup>3)</sup>は流入フルード数だけでなく流入断面のアスペクト比も跳水長に影響を与えると述べている。これは、ローラー始端部において両岸から発生する衝撃波の影響を考慮したものである。Chanson & Montes<sup>4)</sup>は両岸

から発生した後に交差する衝撃波の位置と波状跳水の第1波の位置との関係が流入フルード数によって決定されることを示している。Ohtsu & Yasuda<sup>9)</sup>および大津ら<sup>6)</sup>は跳水の形態におよぼすレイノルズ数および流れの発達状態の影響を調べ、レイノルズ数が65,000~120,000の範囲では流れの形態に及ぼすレイノルズ数の影響が極めて小さいことや、境界層が水面まで達していない発達状態と、完全に発達した平衡状態とで跳水形態が異なることを明らかにすると共に、跳水長が流入フルード数と共役水深によって決定されることを指摘した。このように水平な平坦河床上の跳水長はほぼ解明されたといつてよい<sup>7,8)</sup>。

一方、段上りを有する跳水の水深関係式に関しても壁面摩擦を無視し、静水圧近似を導入することで半理論的に求められる。しかし、流入水深に対する段上りの高さ、すなわち相対段上り高さが増加すると、半理論式が成立しなくなることをForster & Skrinde<sup>9)</sup>は発見した。この原因として、相対段上り高さの増加に伴い静水圧近似が成立しなくなることを挙げている。また、跳水長に関してはHager & Bretz<sup>10)</sup>の研究が挙げられる。彼らはローラー終端が段上りより上流部に位置するタイプをA-jump、ローラー終端が段上り部付近で上下流に不安定に変動するタイプをB-jump、流れが段上り前面に衝突した後に空気を巻き込みながら段上り部より下流側に着地するタイプをaerated wave、同様な流れで空気を巻き込まないタイプをnon-aerated waveと分類した。さらに、A-jumpおよびB-jumpのローラー長を測定しているものの、支配パラメータであるフルード数および相対段上り高さを系統的に変化させていない。

本研究は、水平で段上りを有する開水路流において、A-jumpおよびB-jumpを対象とし、流入フルード数および相対段上り高さを系統的に変化させ、跳水の特性を解明すると共に跳水長の定式化を行ったものである。

## 2. 理論的考察

水平路床における共役水深の関係は、次式で示される。

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{1}{2} \left( \sqrt{1 + 8Fr_1^2} - 1 \right) \quad (1)$$

ここに、 $Fr_1 \equiv U_{m1} / \sqrt{gh_1}$  は流入フルード数、 $U_m$  は断面平均流速、 $h$  は水深、 $g$  は重力加速度である。段上りを有する流れのA-jumpおよびB-jumpにおける跳水では、ローラーよりも下流側で最大水深をとり、さらに段上り部に流入してしばらく流下した後にエネルギー平衡状態に漸近する。添字としては、跳水始端を1、ローラー終端を2、最大水深点をhmax、エネルギー平衡状態に漸近する点を3とした。段上りを有する流れにおいて、段上りの上流側壁面における圧力が静水圧分布と

表-1 実験条件

| $\Delta y/h_1$<br>$Fr_1$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|--------------------------|---|---|---|---|---|
| 4                        | 8 | × | × | × | × |
| 5                        | 5 | 8 | × | × | × |
| 6                        | 3 | 8 | 7 | × | × |
| 7                        | 2 | 6 | 8 | × | × |
| 8                        | 2 | 6 | 7 | 7 | 3 |
| 9                        | 2 | 4 | 6 | 7 | 6 |
| 10                       | 1 | 3 | 4 | 7 | 7 |
| 11                       | △ | 2 | 1 | 1 | 1 |
| 12                       | △ | △ | △ | △ | 1 |

仮定すると、水深の関係式は次式となる<sup>11)</sup>。

$$\left( \frac{h_3}{h_1} \right)^2 = 1 + 2Fr_1^2 \left( 1 - \frac{h_1}{h_3} \right) - 2 \frac{\Delta y}{h_1} \frac{h_2}{h_1} + \left( \frac{\Delta y}{h_1} \right)^2 \quad (2)$$

ここに、 $\Delta y$  は段上り高さである。一方、跳水長に関しては理論的に求めることはできず、実験から求めざるをえない。跳水長の定義<sup>12)</sup>は3つあり、跳水始端からローラー終端までのローラー長 $L_r$ 、跳水始端から最大水深までの長さ $L_m$ 、跳水始端から平衡状態に漸近するまでの長さ $L_j$ である。Smetana<sup>2)</sup> は平坦河床上のローラー長 $L_r$ の式を提案した。

$$\frac{L_r}{h_2 - h_1} = 6 \quad (3)$$

段上りを有する流れのA-jumpおよびB-jumpの跳水長は、Hager & Bretz<sup>10)</sup>によって次式のように定式化された。

$$\frac{L_r}{h_3 + \Delta y} = \begin{cases} 4.75 & (\text{for A-jump}) \\ 4.25 & (\text{for B-jump}) \end{cases} \quad (4)$$

しかし、彼らの実験では流入フルード数および相対段上り高さを系統的に変化させておらず、それぞれのパラメータの影響を十分に考慮しているとは言えない。

## 3. 実験装置および実験条件

実験に用いた水路は長さ20m、幅0.2m、高さ0.6mの水平な循環式水路である。水路上流端から15m下流にスルースゲートを設け、その下流側に段上り部を設けた。実験条件を表-1に示す。流入フルード数 $Fr_1$ および相対段上り高さ $\Delta y/h_1$ を系統的に変化させた。模型スケールによる影響を排除することと精度の向上を目的とし、段上り高さ $\Delta y$ を0.005m間隔で0.01m~0.05mの9種類、流入水深 $h_1$ を0.0035m~0.0443mの30種類で組み合わせ、合計133ケースの実験を行った。レイノルズ数 $Re \equiv h_1 U_{m1} / \nu$ は5500~118000、アスペクト比 $B/h_1$ は4.51~57.1であった。 $\nu$ は動粘性係数である。表中の数

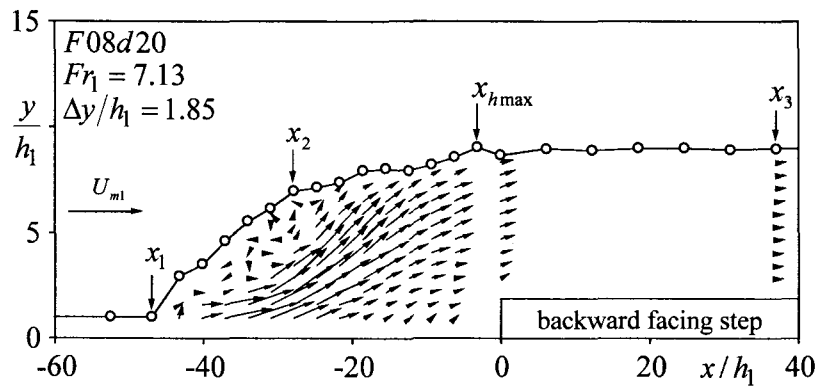


図-1 水面形および流速ベクトル

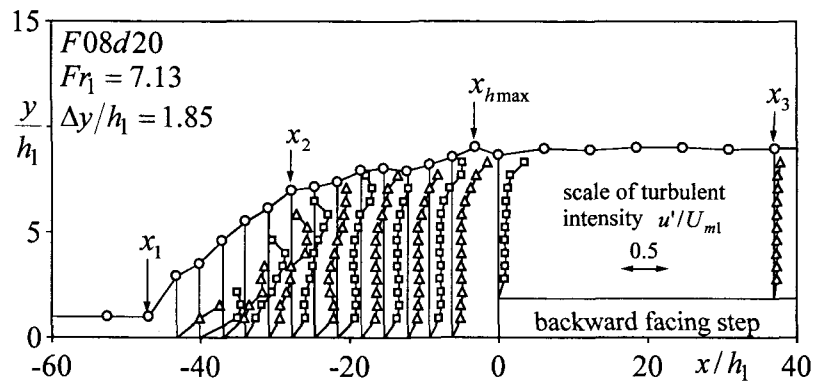


図-2 流下方向の乱れ強度

字は計測したケース数である。また、△印は実験装置の制約により再現できなかったもの、×印は理論的に存在しないものである。以後、実験ケース名として、F08d20などを用いるが、これは、流入フルード数  $Fr_1$  が0.8で相対段上がり高さ  $\Delta y/h_1$  が2.0を意味する。

座標系として、段上がり断面から流下方向に  $x$  軸、鉛直上向きに  $y$  軸をとり、それぞれの瞬間流速を  $\tilde{u} \equiv U + u$ 、 $\tilde{v} \equiv V + v$ 、時間平均流速を  $U$ 、 $V$ 、変動成分を  $u$ 、 $v$ 、乱れ強度を  $u'$ 、 $v'$  とした。

Ohtsu & Yasuda<sup>5)</sup>はスルースゲートを通過した後に底面から発達する内部境界層が水面に達していない発達状態では、発達状況によって跳水の特性が変化することを示すと共に、内部境界層の発達はレイノルズ数に依存するが、水深の50～100倍程度であることを明らかにした。本研究ではスルースゲートから跳水開始点までの距離を常に流入水深の80倍以上に設定した。

計測項目は水深測定と流速測定である。ポイントゲージを用いて水路中央断面における水面形の計測を行った。計測点は水深勾配に応じて変化させ、水深勾配が急なところでは密に、緩やかところでは粗にした。続いて、I型およびL型の電磁流速計をそれぞれ用いることで、水路中央断面における流速  $\tilde{u}$  および  $\tilde{v}$  を計測した。計測点は流下方向に0.05m刻み、鉛直方向に0.01m刻みとし、計測時間は51.2sで計測間隔は0.05sとした。

## 4. 実験結果および考察

### (1) 跳水の形態と流れの概要

図-1に水面形および跳水開始点における断面平均流速  $U_{m1}$  で無次元化された流速ベクトル ( $U$ 、 $V$ ) を示す。ローラー終端の  $x_2$  の位置は、気泡の挙動の観察に基づき判断したが、流速計測によって明らかにされたローラー終端とほぼ一致しており、目視によるローラー終端の判定が妥当であることを示している。ローラーの下流側で最大水深が発生するが、これは判定が容易である。さらに、段上りの下流側で流れが平衡状態に漸近し、流速分布および乱れ強度分布が等流の分布に漸近すると考えられるが、この判定は容易ではない。

図-2に摩擦速度  $U_*$  で無次元化された流下方向の乱れ強度  $u'/U_*$  を示す。摩擦速度  $U_*$  の算出方法については後述する。ローラー内部で極めて乱れ強度が強くなっている様子がわかる。特に、ローラー始端からローラー終端までの区間の水面付近において、乱れ強度が顕著に強くなっている。図-1と比較すると、ローラーによって流れが水面付近で逆流する領域と一致していることがわかる。したがって、ローラーによって水面および流速が変動することで水面付近の乱れが発生したと解釈される。図-3に流れが平衡状態に漸近したと目視によって推測された  $x_3$  で得られた乱れ強度分布を示す。図中の曲線は

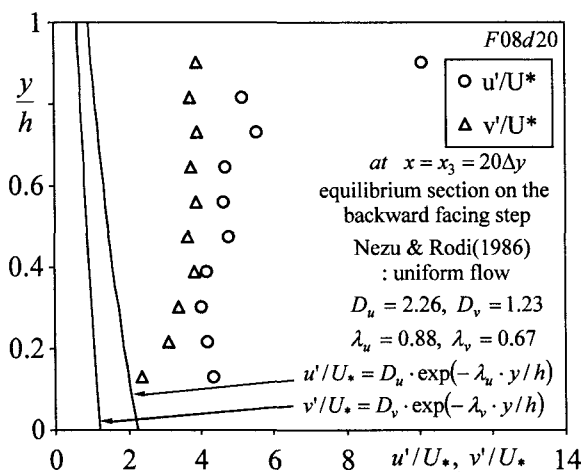


図-3  $x = x_3$  での乱れ強度

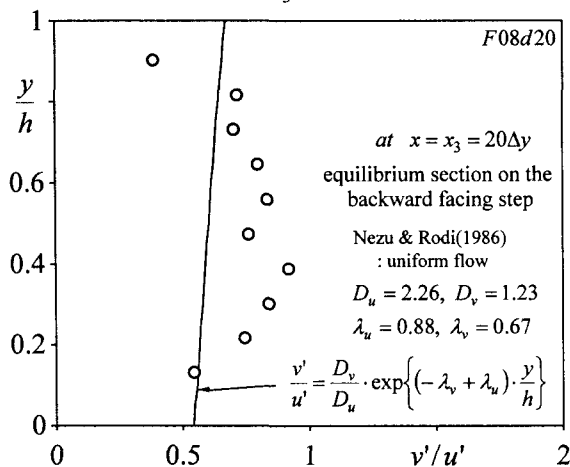


図-4  $x = x_3$  での乱れ強度比

次式で示される等流における乱れ強度分布式である。

$$\frac{u'}{U_*} = D_u \exp\left(-\lambda_u \frac{y}{h}\right) \quad (D_u=2.26, \quad \lambda_u=0.88) \quad (5)$$

$$\frac{v'}{U_*} = D_v \exp\left(-\lambda_v \frac{y}{h}\right) \quad (D_v=1.23, \quad \lambda_v=0.67) \quad (6)$$

ここに、 $D_u$ 、 $D_v$ 、 $\lambda_u$ 、 $\lambda_v$ はNezu & Rodi<sup>13)</sup>によって得られた経験定数である。壁面乱流では乱れ強度が底面近傍で最大値をとり、水面に向かって単調減少を示すが、 $x_3$ の断面における乱れ強度は水面に向かって増加しており、壁面乱流の特性を示していない。そこで、乱流構造をより詳細に解明するために、図-4に乱れ強度比 $v'/u'$ を示した。多くの領域で等流の分布と比較して鉛直方向乱れ強度が大きいことがわかる。これは、ローラーによる乱れの一様化と段上りに伴う流れの攪乱によって等方性乱流に近い性質になっていることを表している。したがって、 $x_3$ の断面では乱流構造が平衡状態に漸近していない。

図-5に $x_3$ で得られた主流速分布を示す。図中の直線は次式対数則である。

$$\frac{U}{U_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{yU_*}{\nu} + A_s \quad (7)$$

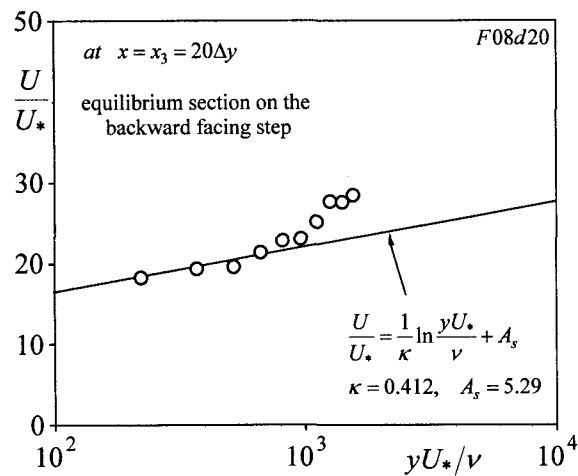


図-5  $x = x_3$  での主流速分布

カルマン定数 $\kappa$ および積分定数 $A_s$ はそれぞれ等流の値<sup>13)</sup>である0.412, 5.29とし、摩擦速度 $U_*$ は式(7)から求めた。図-5より水面付近でややウェイクがみられるが、ほぼ等流の分布と等しいと判断できる。従って、 $x_3$ の断面では乱流構造は平衡状態に達していないものの、平均流構造はほぼ平衡状態に達しており、時間平均された水深および跳水長を解明する本研究では $x_3$ の断面を平衡状態と見なしてよいと判断される。

## (2) 水深の関係

図-6に水深比 $h_3/h_1$ に及ぼす流入フルード数 $Fr_1$ および相対段上がり高さ $\Delta y/h_1$ の影響を示す。同図には式(2)の理論式を曲線で、Forster & Skrinde<sup>9)</sup>のデータを黒塗りのプロットで示している。彼らは相対段上がり高さ $\Delta y/h_1$ が2以下の時はすべての流入フルード数 $Fr_1$ で理論式(2)が成立し、相対段上がり高さ $\Delta y/h_1$ が3以上の時に水深比 $h_3/h_1$ が理論値よりも小さくなることを指摘した。本研究においても、相対段上がり高さ $\Delta y/h_1$ が2以下の条件において、彼らの測定した流入フルード数程度の範囲で、実験値は理論値とほぼ同様な値を示している。ところが、相対段上がり高さ $\Delta y/h_1$ が2以下でも彼らが実験した流入フルード数よりも高い場合では、実験値が理論値よりも小さくなる傾向がある。さらに、相対段上がり高さ $\Delta y/h_1$ が3以上では、実験値が理論値よりも小さくなる傾向が相対段上がり高さ $\Delta y/h_1$ の増加に伴い顕著となることが示された。

## (3) 跳水長の定式化

跳水長には、ローラー長 $L_r$ 、跳水始端から最大水深までの長さ $L_m$ 、跳水始端から平衡状態に漸近するまでの長さ $L_j$ の3つの定義<sup>12)</sup>があり、それぞれを定式化する必要がある。図-7に各相対段上がり高さ $\Delta y/h_1$ における跳水長比 $L_m/L_r$ の流入フルード数 $Fr_1$ に対する変化を

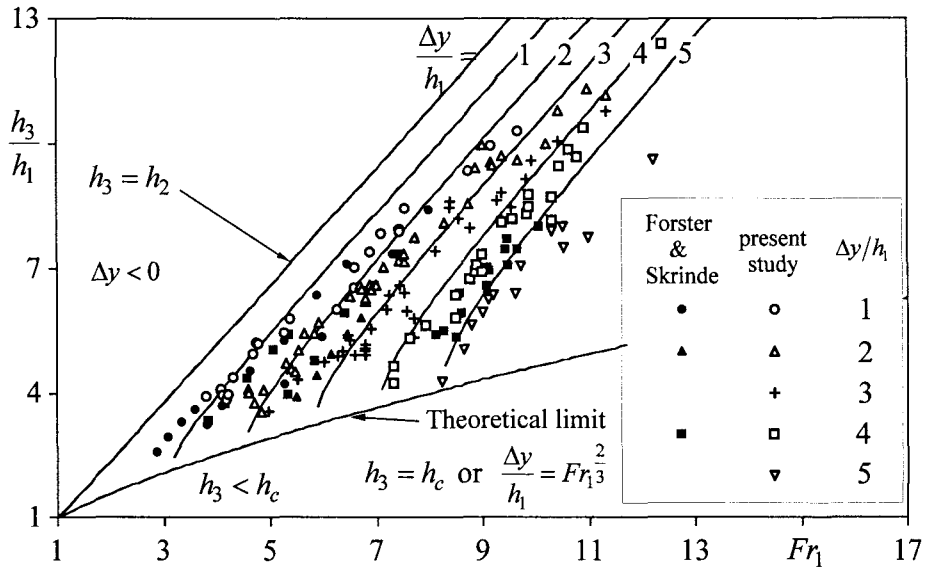


図-6 フルード数  $Fr_1$  と水深比の関係

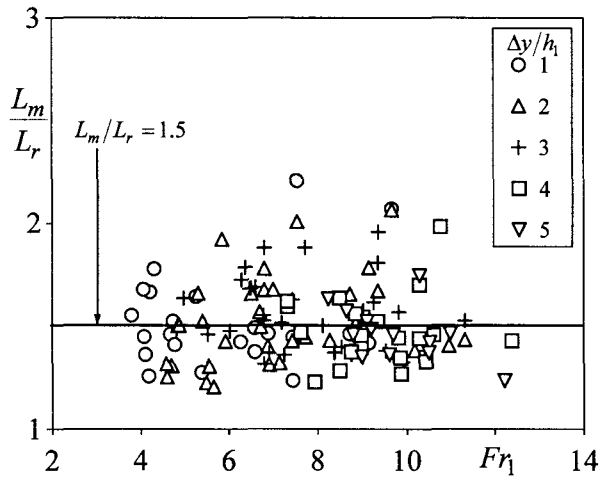


図-7 フルード数  $Fr_1$  と跳水長比  $L_m/L_r$  の関係

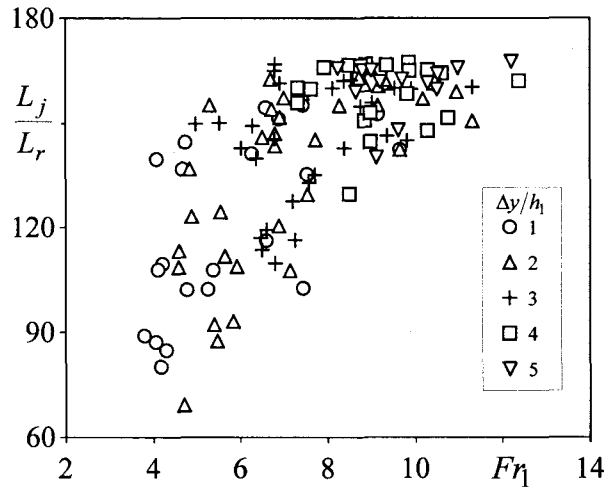


図-8 フルード数  $Fr_1$  と跳水長比  $L_j/L_r$  の関係

示す。ばらつきが大きいため、一定の傾向を見いだせない。これは、 $L_r$  および  $L_m$  にそれぞれ測定誤差が含まれているために生じたものと考えられる。本来ならば流入フルード数  $Fr_1$  および相対段上がり高さ  $\Delta y/h_1$  による系統的变化が予測されるものの、明瞭な傾向が観察されなかったため、ここでは両者の関係を次式で示すこととする。

$$L_m/L_r = 1.5 \quad (8)$$

図-8に各相対段上がり高さ  $\Delta y/h_1$  ごとの、跳水長比  $L_j/L_r$  の流入フルード数  $Fr_1$  に対する変化を示す。この比に関しても流入フルード数  $Fr_1$  および相対段上がり高さ  $\Delta y/h_1$  による系統的影響が予測されるが、ばらつきが大きいため、今回は定式化には至らなかった。

図-9に各相対段上がり高さ  $\Delta y/h_1$  ごとの、跳水長比  $L_r/(h_2 - h_1)$  と流入フルード数  $Fr_1$  との関係を示す。跳水長  $L_r$  の無次元化に当たっては、 $h_1$ 、 $h_2$  および  $h_2 - h_1$  と様々な代表スケールがあるが、今回はSmetanaの式を

参照し  $h_2 - h_1$  を採用した。流入フルード数  $Fr_1$  の増加に伴い、跳水長比  $L_r/(h_2 - h_1)$  の低下が観察され、その関係がおおよそ直線的になっていることがわかる。そこで、各相対段上がり高さ  $\Delta y/h_1$  ごとの流入フルード数  $Fr_1$  と跳水長比  $L_r/(h_2 - h_1)$  との関係を直線回帰で求めた。

$$\frac{L_r}{h_2 - h_1} = aFr_1 + b \quad (9)$$

図-10および図-11に式(9)の傾き  $a$  および切片  $b$  と相対段上がり高さ  $\Delta y/h_1$  との関係を示す。両者とも多少のばらつきがあるものの、ほぼ線形的に変化していることがわかる。そこで、傾き  $a$  および切片  $b$  と相対段上がり高さ  $\Delta y/h_1$  との関係を直線回帰で求めるとそれぞれ次式となった。

$$a = -0.075\Delta y/h_1 \quad (1 \leq \Delta y/h_1 \leq 5, \quad 3.5 \leq Fr_1 \leq 12.5) \quad (10)$$

$$b = \Delta y/h_1 + 2.5 \quad (1 \leq \Delta y/h_1 \leq 5, \quad 3.5 \leq Fr_1 \leq 12.5) \quad (11)$$

以上、流入フルード数  $Fr_1$  および相対段上がり高さ  $\Delta y/h_1$  を式(9)～式(11)に代入することでローラー長  $L_r$  を求めることが可能となった。さらに、式(8)を用いるこ

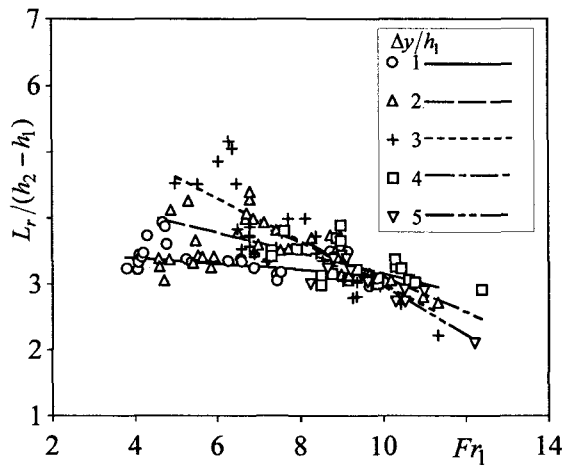


図-9 無次元ローリング長  $L_r/(h_2 - h_1)$  と  $Fr_1$  の関係

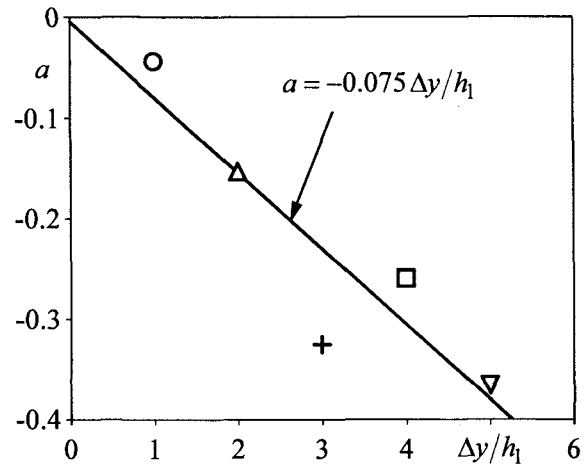


図-10 傾き  $a$  と相対段上がり高さ  $\Delta y/h_1$  の関係

とで跳水始端から最大水深までの長さ  $L_m$  を概算することができる。

## 5. おわりに

本研究は、段上りを有する流れの跳水において、段上りを有する跳水の特性と跳水長を解明したものである。本研究で得られた知見は以下の通りである。

- (1) 跳水内で発生する気泡の挙動から類推するローラー終端と電磁流速計によるローラー終端とがほぼ一致し、目視によるローラー長の判定は妥当と判明される。
- (2) Forster & Skrinde<sup>9)</sup>は相対段上がり高さ  $\Delta y/h_1$  が2以下の場合、水深の関係を示す理論式(2)が成立し、相対段上がり高さ  $\Delta y/h_1$  が3以上の場合には理論式が成立しないと述べたが、相対段上がり高さ  $\Delta y/h_1$  が2以下の場合でも、流入フルード数  $Fr_1$  の増加に伴い理論が成立しなくなることが実験的に明らかにされた。
- (3) ローラー長  $L_r$  と跳水始端から最大水深までの長さ  $L_m$  との比  $L_m/L_r$  に及ぼす流入フルード数  $Fr_1$  および相対段上がり高さ  $\Delta y/h_1$  の影響は微少であり、跳水長比  $L_m/L_r$  は式(8)で概算される。一方、ローラー長  $L_r$  に関しては、流入フルード数  $Fr_1$  および相対段上がり高さ  $\Delta y/h_1$  の関数であり、式(9)～(11)のように定式化された。

## 参考文献

- 1) 渡辺義則, 釘原直樹, 秋山壽一郎, 永瀬英生, 廣岡明彦, 寺町賢一, 鬼束幸樹: 平成14年度九州工業大学地域貢献特別支援事業報告書, 2003.
- 2) 椿東一郎: 水理学I, 森北出版, 1991.
- 3) Hager, W.H., Bremen, R. and Kawagoshi, N.: Classical hydraulic jump: length of roller, *J. of Hydraulic Research*, IAHR, Vol.28, pp.591-608, 1990.
- 4) Chanson, H. and Montes, J.S.: Characteristics of undular hydraulic jumps: Experimental apparatus and flow patterns, *J. of Hydraulic Eng.*, ASCE, Vol.121, No.2, pp.129-144, 1994.

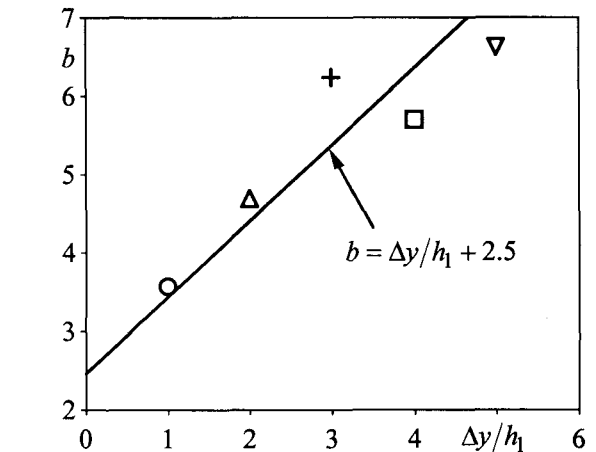


図-11 切片  $b$  と相対段上がり高さ  $\Delta y/h_1$  の関係

- 5) Ohtsu, I. and Yasuda, Y.: Characteristics of supercritical flow below sluice gate, *J. of Hydraulic Eng.*, ASCE, Vol.120, pp.332-346, 1992.
- 6) 大津岩夫, 安田陽一, 後藤浩: 波状跳水の形成条件について, 水工学論文集, 第42巻, pp.673-678, 1998.
- 7) 安田陽一, 高橋正行, 小林純, 大津岩夫: 傾斜水路の跳水特性に対する空気混入射流の影響, 水工学論文集, 第46巻, pp.601-606, 2002.
- 8) 後藤浩, 安田陽一, 大津岩夫: 台形断面水路における波状跳水の流況特性, 水工学論文集, 第47巻, pp.493-498, 2003.
- 9) Forster, J.W. and Skrinde, R.A.: Control of the hydraulic jump by sills, *Transactions of ASCE*, Vol.115, pp.973-1022, 1949.
- 10) Hager, W.H. and Bretz, N.V.: Hydraulic jump at positive and negative steps, *J. of Hydraulic Research*, IAHR, Vol.24, No.4, pp.237-253, 1987.
- 11) 水理公式集, 平成11年度版, pp.268-276.
- 12) 岡田篤也, 安芸周一: 逆傾斜水路における跳水現象の実験的研究, 電力中央研究所技術研究所所報, Vol.5, No.6, pp.161-174, 1955.
- 13) Nezu, I. and Rodi, W., *J. Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol.112, pp.335-355, 1986.

(2003. 9. 30受付)