

気液二相流型粒子法における界面追跡の安定化

IMPROVEMENT OF INTERFACE TRACKING IN LAGRANGIAN PARTICLE METHOD FOR GAS-LIQUID TWO-PHASE FLOW

五十里洋行¹・後藤仁志²・酒井哲郎³

Hiroyuki IKARI, Hitoshi GOTOH and Tetsuo SAKAI

¹学生会員 京都大学大学院 工学研究科都市環境工学専攻 (〒606-8501 京都市左京区吉田本町)

²正会員 工博 京都大学助教授 工学研究科都市環境工学専攻 (同上)

³フェロー 工博 京都大学教授 工学研究科都市環境工学専攻 (同上)

An entrainment of air bubbles into water during wave breaking is the one of the key issues of the surfzone hydrodynamics. Therefore, recently, the numerical models to track the gas-liquid interface are being improved actively. The Lagrangian particle method, such as the SPH (smoothed particle hydrodynamics) and the MPS (moving particle semi-implicit) method, is one of the methods which can analyze the free surface flow based on the Navier-Stokes equation. The particle method shows good performance to simulate the fragmentation and the coalescence of liquid. The difficulties in the analysis of the gas-liquid interface by the two-phase flow model is the numerical instability due to the gas-liquid density difference. To overcome this problem, Koshizuka et al. developed the two-step pressure calculation algorithm, in which the pressure fields of liquid (=heavy fluid) and gas (=light fluid) are calculated separately. In this study, the Koshizuka model, which was applied to a vapor explosion, is modified to fit the phenomena treated in hydraulic engineering. The basic characteristics of the modified model are examined in the dam-break simulation.

Key Words: *gas-liquid two-phase flow, numerical instability, MPS method*

1. 緒 言

実在の流れは多くの場合、混相流である。それ故に混相流は、これまでに様々な分野において研究対象となってきた。例えば、機械系や化学系の流体力学の分野では、反応槽内の流れやプラント内の粉体輸送を対象として、気液及び固気混相流が主に扱われてきた。一方、水工学の分野では、移動床問題を軸に混相流研究が進められてきた経緯から、固液混相流が大部分を占め、気液混相流を扱った既往の研究はそれほど多くない。なぜなら、重力に駆動される水流や波動を主たる対象とする水工学では、近似的に気相を無視して液相のみを単相流として扱うことで対応が可能な現象が多く、あえて気液二相を解くことへの要請が、それほど強くなかったためである。しかし近年、海岸汀線付近での砕波帯のダイナミクスを扱う数値モデルが急速に進歩し、なおかつ、砕波時の混入気泡の環境面への影響が注目されつつある中、気液混相流を取り扱った研究が増加しつつある。例えば、睦田ら¹⁾はC-CUP法を用いて気液界面の計算を行っているし、川崎ら²⁾は

CIP法及び拡張SMAC法を用いて固気液多相流モデルを構築している。

本研究で用いる粒子法 (SPH³⁾ あるいはMPS法⁴⁾ は、有限個の粒子上に物理量を定義することで連続体を離散化し、Lagrange的に扱う方法であり、近年、自由表面流の解析手法として有力視されつつある。粒子法は、計算格子に依存しないことから、移流慣性項の離散化に伴う数値拡散に煩わされることがなく、飛沫の発生など複雑かつ活発な水塊分裂・再合体にも柔軟な対応が可能であり、砕波等の急変流の解析に適している。従って、粒子法型の気液混相流モデルの適用性が向上すれば、気液界面からの気泡の混入を伴う砕波帯内部での物質輸送機構に対して、これまで困難であった計算力学的な面からのアプローチが可能となると期待される。

水工学における混相流型MPS法によるシミュレーションも、やはり固液混相流が先行しており、海洋投棄微細土砂の拡散過程⁵⁾ や大規模土砂崩壊に伴う水面波の発生過程⁶⁾ などの解析が行われている。一方、気液混相流に関しては、原子力工学の分野で、Koshizukaら⁷⁾

が水・蒸気から成る密度の大きく異なった二流体について、圧力計算段階において気相から液相への作用を近似的に取り除いたモデルを提案し、蒸気爆発を解析している。そこで、本研究では、このKoshizukaらのモデルを水工学の分野で適用する場合の問題点を考察して、その改善策を提案し、水柱崩壊を例に改良型の気液混相流モデルの基本的特性を検討する。

2. 気液二相流型粒子法

(1) 基礎式の一般形

二相間の相互作用項を導入すると、気相・液相の連続式および運動方程式は以下になる。

$$\nabla \cdot (\rho_l \mathbf{u}_l) = 0 \quad (1)$$

$$\nabla \cdot (\rho_a \mathbf{u}_a) = 0 \quad (2)$$

$$\rho_l \frac{D\mathbf{u}_l}{Dt} = -\nabla p_l + \rho_l \nu_l \nabla^2 \mathbf{u}_l + \rho_l \mathbf{g} - \mathbf{f}_{al} \quad (3)$$

$$\rho_a \frac{D\mathbf{u}_a}{Dt} = -\nabla p_a + \rho_a \nu_a \nabla^2 \mathbf{u}_a + \rho_a \mathbf{g} + \mathbf{f}_{al} \quad (4)$$

ここに、 $\mathbf{u}_m$ ：流速ベクトル、 p_m ：圧力、 ρ_m ：流体の密度、 $\mathbf{g}$ ：重力加速度ベクトル、 ν_m ：渦動粘性係数、 $\mathbf{f}_{al}$ ：気相・液相間相互作用力ベクトルである。添字 $m=a, l$ は気相および液相をあらわしている。運動方程式をさらに詳しく記述すると、

$$\rho_l \frac{D\mathbf{u}_l}{Dt} = (-\nabla p_l + \rho_l \nu_l \nabla^2 \mathbf{u}_l)_l + \delta_{al} (-\nabla p_l)_a + \rho_l \mathbf{g} \quad (5)$$

$$\rho_a \frac{D\mathbf{u}_a}{Dt} = (-\nabla p_a + \rho_a \nu_a \nabla^2 \mathbf{u}_a)_a + \mathbf{f}_{al,a} + \rho_a \mathbf{g} \quad (6)$$

となる。 $\mathbf{f}_{al,a}$ は気相の圧力計算の際に、気液界面の液相粒子から受ける力を示している。なお、パラメータ δ_{al} については第3章で述べる。

ところで、MPS法では、粒子 i の圧力項 (gradient) および粘性項 (Laplacian) は、

$$-\frac{\langle \nabla p_m \rangle_i}{\rho_m} = -\frac{1}{\rho_m} \frac{D_0}{n_0} \sum_{j \neq i} \left\{ \frac{p_{mj} - p_{mi}}{|\mathbf{r}_{ij}|^2} (\mathbf{r}_{ij}) \cdot \mathbf{w}(|\mathbf{r}_{ij}|) \right\} \quad (7)$$

$$\nu_m \langle \nabla^2 \mathbf{u}_m \rangle_i = \frac{2\nu_m D_0}{n_0 \lambda} \sum_{j \neq i} (\mathbf{u}_{mj} - \mathbf{u}_{mi}) \mathbf{w}(|\mathbf{r}_{ij}|) \quad (8)$$

$$\mathbf{r}_{ij} = \mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i \quad (9)$$

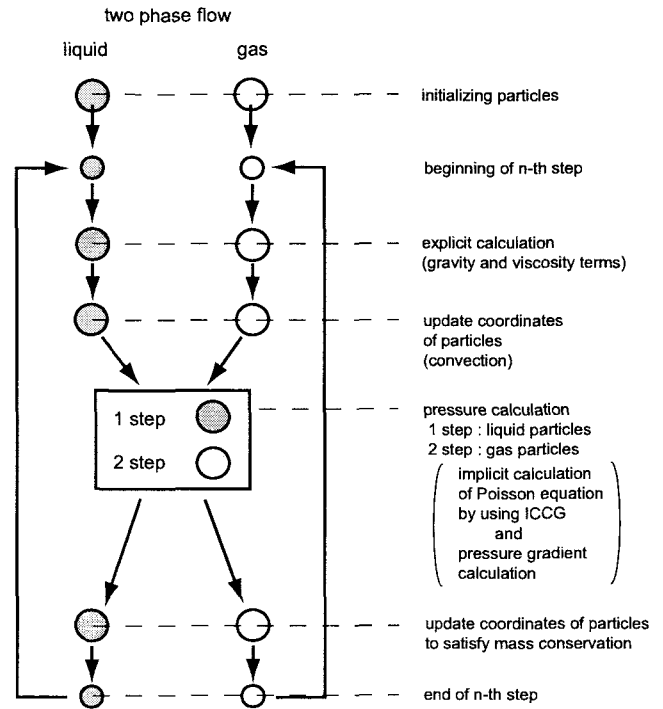


図-1 計算のフロー

$$w(r) = \begin{cases} \frac{r_e}{r} - 1 & \text{for } r \leq r_e \\ 0 & \text{for } r > r_e \end{cases} \quad (10)$$

のように近傍に存在する粒子との相互作用としてモデル化される⁸⁾ (D_0 ：次元数、 λ ：モデル定数、 $\mathbf{r}_i$ ：粒子 i の位置ベクトル、 $w(r)$ ：重み関数⁴⁾ (相互作用の影響範囲)、 r ：距離、 r_e ：影響半径)。

(2) 従来の気液二相流型粒子法

本研究で用いた気相の密度は $1.2(\text{kg/m}^3)$ 、液相の密度は $1.0 \times 10^3(\text{kg/m}^3)$ であり、その密度比はおよそ1:800となり、標準型のMPS法では数値的不安定により解が得られない。そこで、Koshizukaらに習って重い流体と軽い流体の圧力を二段階に分けて解く方法を用いる。図-1に計算フローを示す。まず、陽的計算段階 (粘性項および外力項計算段階) においては標準型と同じように計算する。そして、圧力項計算段階では、まず重い流体の圧力項を計算する。この際には、軽い流体と接している部分を自由表面として境界条件を与える。このことは、式(5)において常に $\delta_{al}=0$ と置くことを意味している。その後、二段階目に軽い流体の圧力項を計算するが、その際には、重い粒子を軽い粒子と同密度の固定壁と見なし計算を行う。このプロセスが式(6)中の $\mathbf{f}_{al,a}$ の計算に相当する。

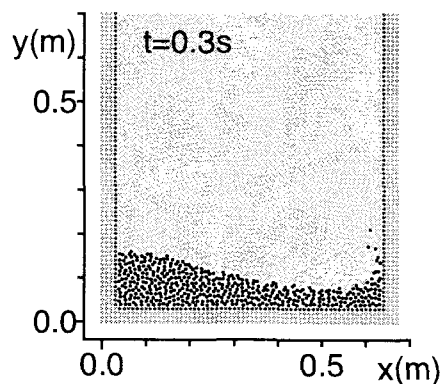
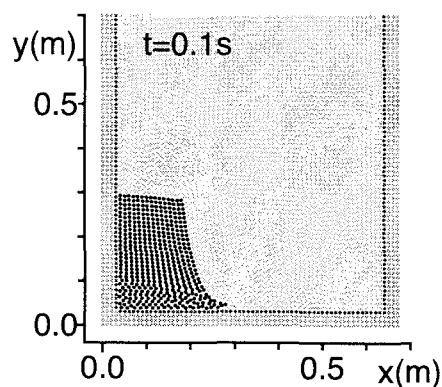


図-2 標準型MPS法のシミュレーション結果

コードの基本的な性質を検討するため、水柱崩壊を例に計算を行った。初期条件は、矩形の水槽の左側1/4に幅0.15m、高さ0.3mの水粒子（重い粒子）から成る水柱を配置し、残りのスペースを高さ0.7mまで空気粒子（軽い粒子）で埋めることとした。なお、気相の上端は自由境界とした。粒子径は均一で0.01mである。計算結果を図-2に示す。水柱は单相流による計算と同じように脚部から崩壊し（ $t=0.1s$ ）、徐々に右へと進行し、右側の壁に衝突する（ $t=0.3s$ ）。衝突後の水塊は飛沫を発生しつつ上昇し、一部は空気粒子を巻き込みながら左側へと倒れ込もうとする（ $t=0.6s$ ）。しかし、計算はこの直後に発散してしまう。図-3は計算が停止する直前（ $t=0.648s$ ）のスナップショットである。詳細図の円内を見ると、周囲を水粒子で囲まれた空気粒子が

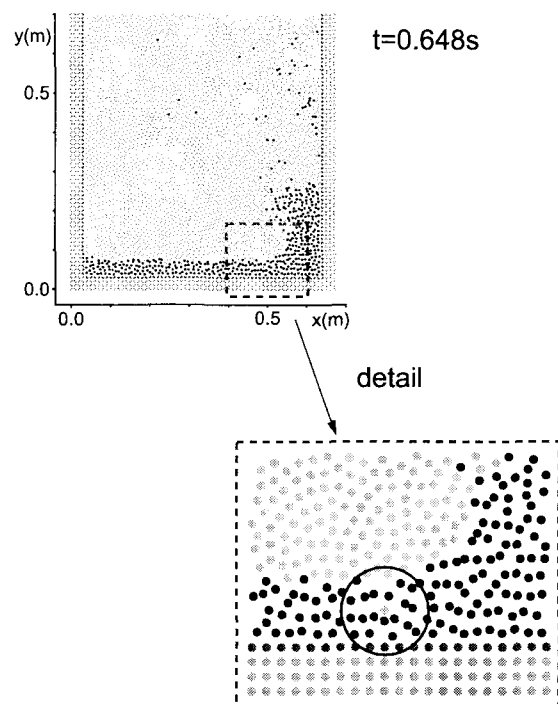


図-3 発散直前のスナップショット

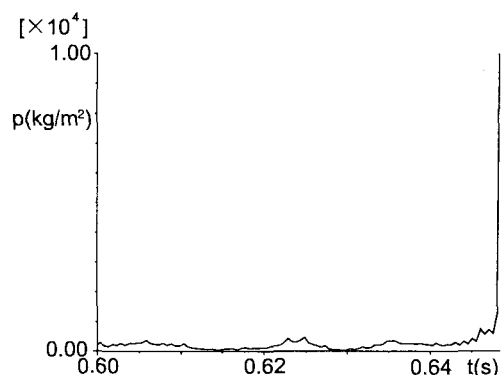


図-4 発散直前の空気粒子が水粒子から受けた圧力

存在するのが分かる。この状況に陥ることが発散の原因である。なぜなら、このモデルでは、軽い粒子にとって重い粒子は壁として振舞うので、軽い粒子からの反力によって重い粒子を動かすことが許されていない。したがって、軽い粒子は重い粒子に囲まれたとき、逃げ場を失い、周囲の重い粒子の異常接近を許してしまい、その結果、軽い粒子の圧力が異常なレベルに上昇して、計算が発散する。図-4に示す水粒子に囲まれた空気粒子の圧力時系列を見ても明らかなように、水粒子の異常接近が起こった時間から、空気粒子には異常な圧力上昇が生じ、それが速度の異常値を生じさせて発散へと至ることとなる。

Koshizukaらはこのモデルを用いて蒸気爆発の解析を行った。彼らは、水ジェットを液体金属のプール

へ向けて落下させ、落下ジェットが液体金属の下に潜り込む過程を計算対象としたが、極めて短時間の現象を扱っており、上記に記したような軽い粒子が重い粒子に囲まれるという状況が生じる以前の段階で計算を打ち切っても問題がないケースであると考えられる。しかし、水工学上の問題に適用する場合、特に水塊の分裂・合体を伴う自由表面の激しい変化を伴う現象（例えば、砕波や落水など）を解析する際には、気液界面からの気泡の水中への取り込みが頻発するため、従来のモデルをそのまま適用することはできない。

3. 二相間相互作用モデルの改良

そこで、この異常接近を回避するために、条件付きで空気粒子（軽い粒子）に水粒子（重い粒子）への反力を作用させるという修正を加えることにした。手順としては以下のものである。

まず、今後接近してくるであろう重い粒子を未然に察知しなければならないので、軽い粒子の全てについて、圧力計算の際に用いる影響円よりも少し大きい検索円（検索半径 r_e^{gl} ; $r_e^{gl}=1.2r_e$ ）を描き、検索円内への重い粒子の出入りを常に監視する。一方、重い粒子がこの検索円内に入ったとしても、他の粒子との位置関係や重い粒子自身の運動方向次第では、異常接近が生じない場合もあるので、検索円内に存在するすべての重い粒子について、位置関係および運動方向を把握する必要がある。

そこで、検索円をさらに8つの小領域に分割し（図-5参照）、小領域内に重い粒子が存在すれば流速を参照する。ただし、参照する流速は対象粒子との相対的位置によって、水平方向流速および鉛直方向流速の何れかとする。具体的には、対象粒子の左右にある領域（図-5の領域番号1,2,5,6）に存在する粒子については水平方向流速、上下にある領域（図-5の領域番号3,4,7,8）に含まれる粒子については鉛直方向流速を参照する。ただし、同一の小領域に複数の粒子が含まれる場合は、参照する方向の最

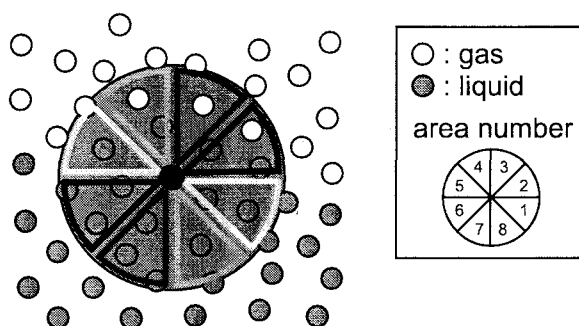


図-5 水粒子異常接近回避のための影響円

大値を代表流速とする。

そして、向かい合う小領域（図-5の同じ線種の扇形で囲まれた領域）の双方の代表流速が、数ステップ後に対象粒子を挟み込むことが予想される値を示していれば、対象粒子に重い粒子に対する反力を作用させる。こうすることで、軽い粒子が重い粒子からの接近を受けた際に、重い粒子を跳ね返し、異常なレベルの接近を未然に防ぐことができる。

対象粒子から斜め45度右下を向くベクトルを基準とし、2粒子間の位置ベクトルとの相対角を θ として、以上を数式で書くと、

$$a_n = \begin{cases} 1 & \text{for } 0 \leq \theta < \frac{1}{4}\pi \\ \vdots & \\ 8 & \text{for } \frac{7}{4}\pi \leq \theta < \frac{8}{4}\pi \end{cases} \quad (11)$$

$$w_{a_n}(\theta, r) = \begin{cases} 1 & \text{for } \left(\begin{array}{l} r \leq r_e^{gl} \\ \text{and} \\ (a_n - 1) \cdot \frac{\pi}{4} \leq \theta < a_n \cdot \frac{\pi}{4} \end{array} \right) \\ 0 & \text{for } r > r_e \end{cases} \quad (12)$$

$$u_{a_n} = \max(u_{yj}) \quad \text{for } \left(\begin{array}{l} w_{a_n}(\theta, r) = 1 \\ \text{and} \\ a_n \in \{3, 4, 7, 8\} \end{array} \right) \quad (13)$$

$$u_{a_n} = \max(u_{xj}) \quad \text{for } \left(\begin{array}{l} w_{a_n}(\theta, r) = 1 \\ \text{and} \\ a_n \in \{1, 2, 5, 6\} \end{array} \right) \quad (14)$$

となり、液相の運動方程式中の気相からの作用力のトリガーパラメータは、

$$\delta_{al} = \begin{cases} 1 & \text{for } u_{a_n} < u_{a_n+4} \\ 0 & \text{for } u_{a_n} \geq u_{a_n+4} \end{cases} \quad (15)$$

と表わせる。

この改善策を導入して先程の水柱崩壊と同様の計算を行った結果を図-6に示す。気泡の巻き込みが生じ（ $t=0.6s$ ）後も発散は生じず、計算が停止することはない。巻き込まれた気相粒子は徐々に浮上し液相を抜けて気相に取り込まれ、長時間にわたって液相に留まる気相粒子は存在しない。図-7は、底面における水塊の右端部の時間変化である。ほぼ単相流の場合と同時の推移を示している。図-8は気相の流速分布である。時刻 $t=0.1s$ における水塊の上端角部付近の渦の発生など、睦田ら¹⁾のC-CUP法による気相流パターン¹⁾の計算結果と基本的に合致している。また、 $t=0.4s$ での水塊が右壁に沿って上昇するのに伴っ

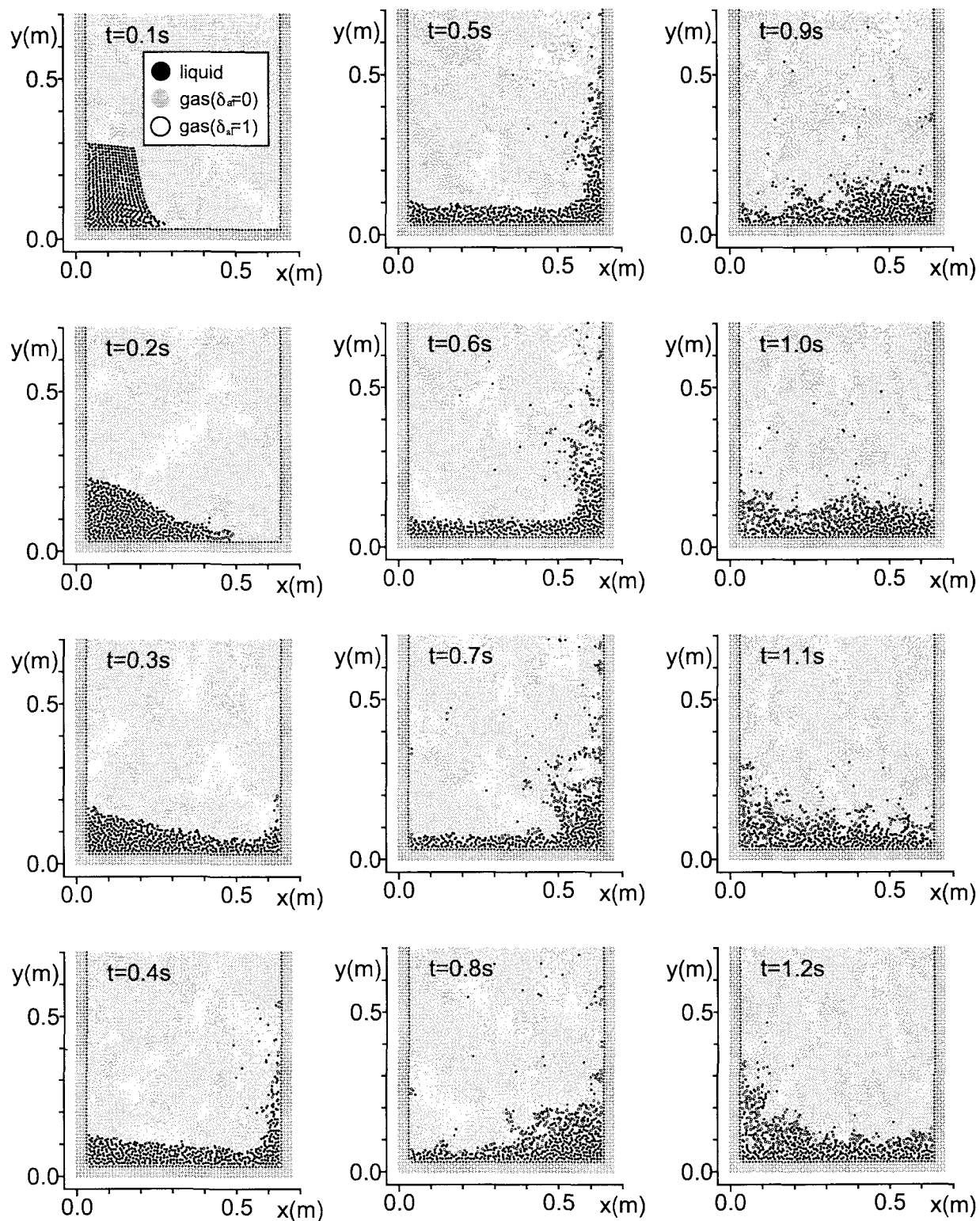


図-6 改良型MPS法による計算結果

て生じる顕著な上昇気流の存在，分裂液相粒子による気流の乱れなど，気液界面付近の気相の特性の一端が，再現されている．液相への気相粒子の取り込みなどを評価する際には，この種の気流特性の解が必要となるが，少なくとも定性的には気流の振る舞いが合理的に示されており，気液混相流計算の実施の意義を示した例と言えるだろう．

4. 結 語

本稿では，KoshizukaらのMPS法型気液二相流解析のアルゴリズムを，水工学で対象とする現象に適用する場合の問題点を考察して，軽い粒子の周りの複数の重い粒子間の相対的位置と運動方向を指標とし

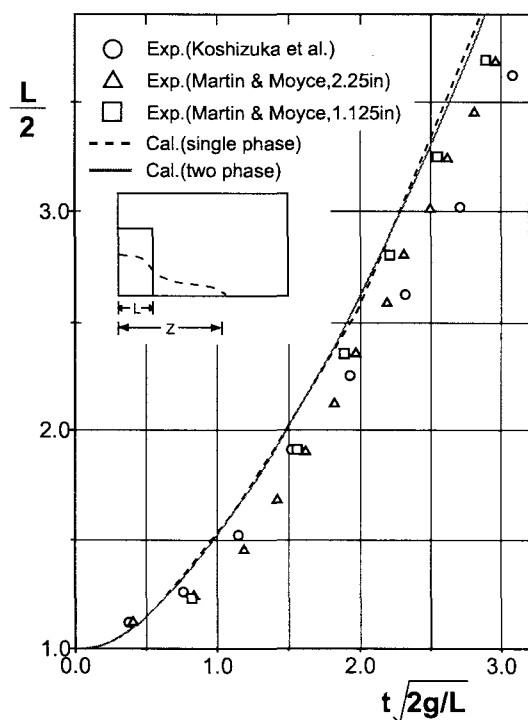


図-7 水柱先端位置の変化

て、軽い流体粒子に重い粒子への反力を与える改善法を提案した。これにより、従来のMPS法では不可能だった密度差の大きい気液二相流を長時間安定して計算することが可能となった。

しかし、水中に取り込まれた気相粒子は、現実には生ずる気泡を完全に代表するものとは言い難く、粒子スケール以下の気泡も考慮したサブモデル（SPS気泡モデル）の導入も検討すべきであろう。さらに風速場に関しては定量的な確認が行われておらず、自由表面近傍の気流の計測データとの比較を行う必要がある。

また、広領域の自由表面流を気液混相流として解析する場合、必然的に粒子総数が増加する。近年のハードウェアの著しい発達によってパーソナルコンピュータで扱える粒子数は多くなってきてはいるものの、このような解析を行うには全く不十分なのが現状である。この点に関しては、粒子法も並列化の段階に入りつつあり、近い将来粒子数制限の問題は著しく改善されるだろう。

参考文献

- 1) 睦田秀実・河合ひろみ・安田孝志：C-CUP法による気液界面の直接数値計算，海岸工学論文集，第45巻，pp.55-59,1998.
- 2) 川崎浩司・中辻啓二：3次元固気液多相流数値モデ

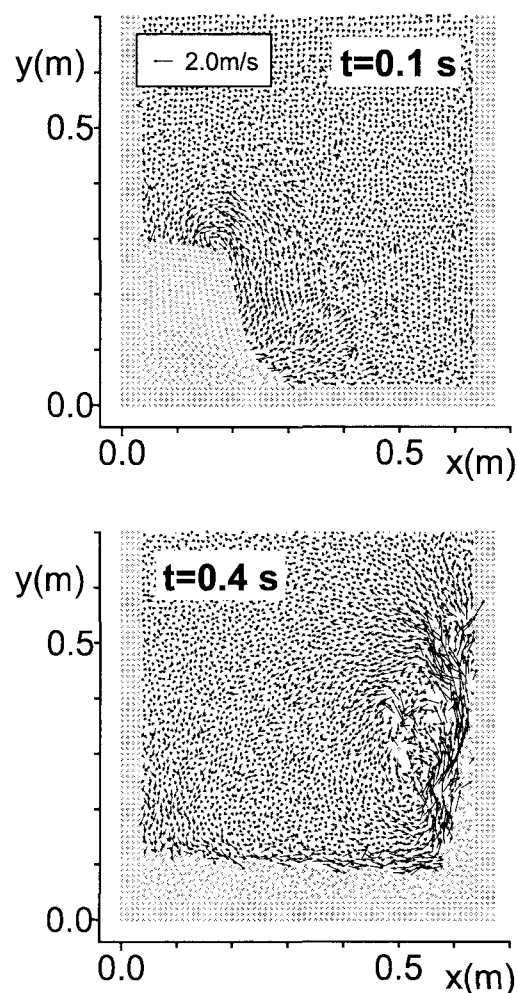


図-8 気相の流速分布（上： $t=0.1s$ ，下： $t=0.4s$ ）

ルの構築とその検証，海岸工学論文集，第46巻，pp.56-60, 2002.

- 3) Monaghan, J. J. and Kos, A.: Kernel Estimates as a Basis for General Particle Methods in Hydrodynamics, *J. Comput. Phys.*, Vol. 46, pp. 429-453, 1982.
- 4) Koshizuka, S. and Oka, Y.: Moving-particle semi-implicit method for fragmentation of incompressible fluid, *Nuclear Science and Engineering*, Vol. 123, pp.421-434, 1996.
- 5) 後藤仁志・Jørgen Fredsøe: Lagrange型固液二相流モデルによる海洋投棄微細土砂の拡散過程の数値解析，海岸工学論文集，第46巻，pp.986-990,1999.
- 6) 後藤仁志・林 稔・酒井哲郎：固液二相流型粒子法による大規模土砂崩壊に伴う水面波の発生過程の数値解析，土木学会論文集，第719号/II-61, 31-45, 2002.
- 7) Koshizuka, S., Ikeda, H. and Oka Y.: Numerical analysis of fragmentation mechanisms in vapor explosions, *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 189, pp.423-433, 1999.
- 8) 越塚誠一：数値流体力学，インテリジェントエンジニアリングシリーズ，培風館，p223, 1997.

(2003.9.30受付)