

開水路せん断混合層の流れ構造に対する 水深積分型修正ゼロ方程式モデルの適用性

APPLICATION OF MODIFIED DEPTH-AVERAGED NUMERICAL MODELS TO 2D MIXING SHAER LAYERS IN OPEN CHANNEL FLOWS

木村 一郎¹・細田 尚²
Ichiro KIMURA and Takashi HOSODA

¹正会員 工博 松江工業高等専門学校助教授 土木工学科 (〒690-8518 松江市西生馬町14-4)

²正会員 工博 京都大学大学院教授 工学研究科都市社会工学専攻 (〒606-8501 京都市左京区吉田本町)

The clarification of 2D plane mixing shear layer in an open channel flow is important for various engineering field. The flow in a mixing shear layer is characterized by vortex formations due to the K-H instabilities. Therefore, it is necessary to predict precisely not only the time-mean flow patterns but also the turbulent features, such as turbulent intensities and Reynolds stresses for quantitative prediction of mass transport around a mixing layer. In previous many works, 3D computational methods with refined turbulence models have been developed mainly in mechanical engineering field. In shallow open channels, since the dominant flow pattern has basically plane 2D structure, the plane 2D depth-averaged model is applicable to some extent. In this paper, the depth-averaged 2D open channel equations with refined expression for Reynolds stresses are applied to the plane shallow mixing layer. The computations are performed under the conditions of the laboratory tests by Chu & Babarutsi (1988) and the applicability of the model is examined through the comparison between numerical and experimental results. The numerical results indicate that the present refined model can capture the fundamental aspects of flow phenomena.

Key Words : shallow mixing layer, depth-averaged numerical model, 0-equation model, turbulent open channel flow, non-linear turbulence model, URANS

1. はじめに

開水路流れにおける水平面内のせん断混合層は、河川合流部、複断面流れ等に見られる基本的流れ場の一つであり、その解明は工学上極めて重要である。せん断混合層の流れの特徴の一つはK-H不安定に伴う大規模組織渦の形成であり、流体力学の古典的テーマとして、従来から実験的研究、数値解析的研究が進められてきた。また、安定解析などの理論的アプローチが有効な水理現象の一つでもある。

せん断混合層の数値解析について考えると、非定常渦構造の再現を行うにはレイノルズ平均を用いないDNSあるいはLESによる方法がまず考えられ、RANSモデルの適用の是非については意見が分かれるところであった。しかし、最近になってRANSモデルの非定常現象に対する有効性が認識されつつあり、URANS (Unsteady RANS) あるいはTRANS (Transient RANS) という言葉も一般化してきた。特に、大規模組織渦構造とそれ以外の乱れ成分のスケールに明確な差が存在するような現象

に対しては、大規模構造のみを抽出して効率よく再現できるRANSモデルの工学的意義は高いと考えられる。このような非定常大規模構造に対するRANSモデルの適用例としては、河川工学の分野に限っても、水制周辺¹⁾や複断面流れ²⁾の渦運動等について報告され、その妥当性が検証されている。

比較的浅い開水路流れのせん断混合層では、流れ構造は基本的に平面二次元的であり、水深平均型の数値解析モデルによって簡易的に流れ場の基本構造を捉えることが可能と考えられ、このような視点に立った研究も報告されている。例えば木村ら³⁾は急拡部付近のせん断混合層の組織渦の空間的発達過程について0-方程式型RANSモデルを用いた水深積分モデルにより計算を実施し、線形安定解析結果や実験結果とほぼ適合する結果を得ている。しかし、混合層の物質輸送や流体力等を定量的に予測するためには、乱れ強さやレイノルズ応力等の乱れ成分についても十分な精度で再現することが必要であり、このような観点に立つ水深積分モデルの研究はあまり行われていない⁴⁾。例えば、一般に良く用いられる渦動粘性係数を摩擦速度と水深の積に単純に比例すると仮定し、

構成則を線形としたモデルでは、Realizabilityが破綻し、局所的に乱れ強さが負になるなど不合理な結果を招く。

本研究では、水深積分モデルと0-方程式型RANSモデルの枠組みの中で開水路せん断混合層の流れ場を、時間平均特性、乱流特性の双方について再現可能なモデルの構築を目指す。モデル改良の視点は、①渦動粘性係数をいかに評価するか、②構成則をどのように与えるか、という2点に絞られる。検証実験としてはChu & Babarutsi⁹⁾の実験を採用し、実験結果と解析結果の比較を通じてモデルの検証を進める。

2. 数値解析モデル

(1) 基礎式

本研究で用いる基礎式は開水路水深積分型二次元モデルであり、次のように記述される。

[連続式]

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial M}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

[x方向運動方程式]

$$\begin{aligned} \frac{\partial M}{\partial t} + \frac{\partial \beta u M}{\partial x} + \frac{\partial \beta v M}{\partial y} + gh \frac{\partial h}{\partial x} &= gh \sin \theta - \frac{\tau_{bx}}{\rho} + \\ &\frac{\partial(-u'^2 h)}{\partial x} + \frac{\partial(-u'v'h)}{\partial y} + \nu \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(h \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(h \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] \end{aligned} \quad (2)$$

[y方向運動方程式]

$$\begin{aligned} \frac{\partial N}{\partial t} + \frac{\partial \beta u N}{\partial x} + \frac{\partial \beta v N}{\partial y} + gh \frac{\partial h}{\partial y} &= -\frac{\tau_{by}}{\rho} + \frac{\partial(-u'v'h)}{\partial x} \\ &+ \frac{\partial(-v'^2 h)}{\partial y} + \nu \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(h \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(h \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] \end{aligned} \quad (3)$$

ここに、 h ：水深、 (u, v) ：水深平均流速ベクトルの x, y 方向成分、 (M, N) ：流量フラックス ($M = hu, N = hv$)；

$-\overline{u'_i u'_j}$ ：水深平均レイノルズ応力テンソル ($u'_1 = u'$,

$u'_2 = v'$)； (τ_{bx}, τ_{by}) ：底面摩擦応力、 ν ：動粘性係数、 θ ：水路床勾配、 β ：運動量係数 (乱流では1.0、層流では1.2の値を用いた。)をそれぞれ表す。

・底面摩擦応力については次のように評価した。

$$\tau_{bx} = \frac{f \rho u}{2} \sqrt{u^2 + v^2}; \quad \tau_{by} = \frac{f \rho v}{2} \sqrt{u^2 + v^2} \quad (4)$$

ここに、 f は摩擦係数であり、局所的なレイノルズ数 Re' $\equiv uh/\nu$ の関数として次のように与えられる。

$$f = \frac{6}{Re'} \quad , \quad (Re' \leq 430) \quad (5a)$$

$$\sqrt{\frac{2}{f}} = A_s - \frac{1}{\kappa} \left[1 - \ln \left(Re' - \sqrt{\frac{f}{2}} \right) \right], \quad (Re' > 430) \quad (5b)$$

ここに、 κ はカルマン定数 (≈ 0.41) であり、 A_s は滑面乱流で一般的に用いられる定数5.5を用いた。

(2) 乱流モデル

a) レイノルズ応力の構成則

一般に0-方程式モデルで用いられる構成則は線形モデルであり、次のように表される。

$$-\overline{u'_i u'_j} = D_i \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (6)$$

ここに、 k は水深平均乱れエネルギーであり、 δ_{ij} はクロネッカーのデルタである。 k については次のNeze & Nakagawa⁹⁾の半理論式を考える。

$$k/u_*^2 = 4.78 \exp(-2z/h) \quad (7)$$

ここに、 z は底面をゼロとした鉛直方向の座標である。上式を水深積分して得られる次の式で k を評価する。

$$k = \gamma_k u_*^2, \quad \gamma_k = 2.07 \quad (8)$$

一方、二次の非線形項を導入した構成則はYoshizawa⁷⁾の表現によると、

$$\begin{aligned} -\overline{u'_i u'_j} &= D_i S_{ij} - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \\ &- \lambda_p \frac{u_*^3}{h} D_i \sum_{\beta=1}^3 C_\beta \left(S_{\beta ij} - \frac{1}{3} S_{\beta \alpha \alpha} \delta_{ij} \right) \end{aligned} \quad (9)$$

となる。ここに、 D_i は渦動粘性係数である。また、

$$\begin{aligned} S_{1ij} &= \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \frac{\partial U_j}{\partial x_i}, \quad S_{2ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} \frac{\partial U_j}{\partial x_i} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right), \\ S_{3ij} &= \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \frac{\partial U_j}{\partial x_i}. \end{aligned} \quad (10)$$

であり、 C_1, C_2, C_3 はモデル係数である。上式はGatski & Speziale⁸⁾の表現と等価であることが示される。

モデル係数 C_1, C_2, C_3 についてはストレインプラメータ S とローテーションプラメータ Ω の関数とし、単純せん断流との比較から同定された次の関数形⁹⁾を用いる。

$$C_1 = 0.4 f_M(M), \quad C_2 = 0, \quad C_3 = -0.13 f_M(M) \quad (11)$$

$$f_M(M) = \frac{1}{1 + 0.02 M^2}, \quad M = \max[S, \Omega] \quad (12)$$

$$S = \lambda_p \frac{h}{u_*} \sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)^2} \quad (13)$$

$$\Omega = \lambda_p \frac{h}{u_*} \sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)^2} \quad (14)$$

ここに λ_p は定数であり、この値の評価は後述する。

b) 渦動粘性係数

0-方程式モデルの渦動粘性係数については、従来の研

究では渦動粘性係数 D_t そのものを定数で与える場合、次元を考慮して代表長さ、代表流速の積に比例すると仮定する方法などがある。本研究では後者のモデルとして局所的な水深 h と摩擦速度 u_* の積に比例すると仮定した次のような表現を用いる³⁾。

$$D_t = \alpha h u_* \quad (15)$$

摩擦速度 u_* は摩擦係数 γ_k を用いて次のように表される。

$$u_* = \sqrt{\frac{f}{2} (u^2 + v^2)} \quad (16)$$

α は一般に定数とされ、0.1～0.3程度の値が既往の研究³⁾では用いられ、比較的良好な計算結果を得ていることから、後述のRun 1,2では $\alpha = 0.2$ を用いる。しかしながら、 α を定数としたモデルはRealizabilityを局所的に破綻させ、負の乱れ強さを生成するなどの不合理な結果を招くことがある。これを回避するための一つの方法として、二方程式モデル等で試みられているのと同様に、 α をストレイインパラメータとローテーションパラメータの関数とすることを考える。

$\alpha[S, \Omega]$ の関数形の決定については、非線形k- ϵ モデルに関する既往の研究⁹⁾を参考に、Realizabilityを考慮して次のような手順で進める。まず、2次元流れにおける実現不等式は次のようになる。

$$\overline{u_i u_i} \geq 0 \quad (17a)$$

$$\overline{u_i u_i u_j u_j} \geq \overline{u_i u_j}^2, \quad (i \neq j) \quad (17b)$$

式(17a)は乱れ強さの非負条件に対応し、式(17b)はSchwarzの不等式に相当する。モデルの単純化のために、 α を $M = \max[S, \Omega]$ の一価関数と仮定する。また、種々の複雑乱流は単純せん断流と特異点の組み合わせからなると考える。非圧縮二次元流れの場合、存在可能な特異点は鞍形点と渦心点の2種類となる。Kimura & Hosoda⁹⁾は、非線形k- ϵ モデルに関して、係数を M の一価関数と仮定すると、単純せん断流れにおける条件が特異点におけるそれよりも制約が大きい条件となることを示している。そこで、本研究においても単純せん断流れを対象に式(17a), (17b)を満たす関数形を同定する。

単純せん断流場では $M = S = \Omega$ であり、二次非線形モデルの構成則を M を用いて表すと次のようになる。

$$\frac{\overline{u_1 u_1}}{k} = \frac{2}{3} + \frac{\alpha}{\gamma_k \lambda_p} \frac{2C_1 - C_3}{3} M^2 \quad (18a)$$

$$\frac{\overline{u_2 u_2}}{k} = \frac{2}{3} + \frac{\alpha}{\gamma_k \lambda_p} \frac{2C_3 - C_1}{3} M^2 \quad (18b)$$

$$\frac{\overline{u_1 u_2}}{k} = -\frac{\alpha}{\gamma_k \lambda_p} M \quad (18c)$$

まず、(17a)式について考える。式(11)の係数を用いるとき、式(18a)の非負条件は常に満たされる。式(18b)の非負条件については次のようになる。

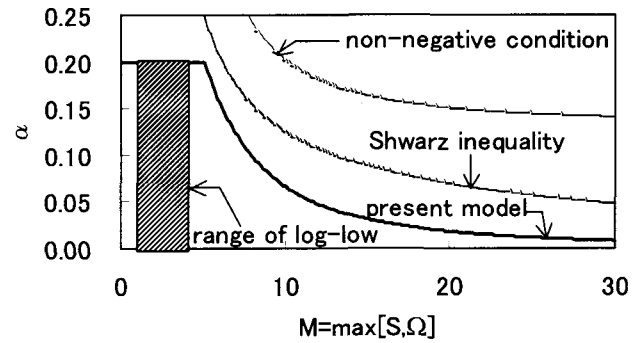


図-1 M と α の関係

$$\alpha \leq \frac{2\gamma_k \lambda_p}{(C_1 - 2C_3)M^2} \quad (19)$$

一方、式(17b)については式(18)を代入し、整理すると次のような関係が得られる。

$$\alpha \leq \gamma_k \lambda_p \frac{F_1(M)}{F_2(M)} \quad (20)$$

$$F_1(M) = (C_1 + C_3)M + \sqrt{(C_1 + C_3)^2 M^2 + 4[9 + (2C_1^2 + 2C_3^2 - 5C_1 C_3)M^2]} \quad (21a)$$

$$F_2(M) = 9M + (2C_1^2 + 2C_3^2 - 5C_1 C_3)M^3 \quad (21b)$$

λ_p の値については、k- ϵ モデルとの対応を考慮して次のように与える。まず、 k, ϵ を用いた S, Ω の表現と式(13), (14)の比較より、次の関係が得られる。

$$\lambda_p = \frac{h}{u_*^3} \cdot \frac{k}{\epsilon} \quad (22)$$

次に、標準型k- ϵ モデルの渦動粘性係数 $C_\mu k^2/\epsilon$ と式(15)の渦動粘性係数が等しいと仮定すると次の関係が得られる。

$$\epsilon = \frac{C_\mu k^2}{\alpha h u_*} \quad (23)$$

式(23)と(8)を式(22)に代入すると次のようになる。

$$\lambda_p = \frac{\alpha}{\gamma_k C_\mu} \quad (24)$$

上式に $C_\mu = 0.09$, $\alpha = 0.2$, $\gamma_k = 2.07$ を代入すると、 $\lambda_p = 1.07$ となる。

式(19)と式(20)の関数形を M に対してプロットしたものが図-1であり、これらの線より下の領域がそれぞれの実現条件を満たす領域である。この図より、Schwarzの不等式より得られた式(20)の方が非負条件よりもより厳しい条件を課すことがわかる。

従来の研究で、対数則の成り立つ領域ではレイノルズ数が $10^3 \sim 10^5$ の範囲では M が2～5程度の値となること、この領域では渦動粘性係数に M の影響が及ばないようなモデル化が必要であることが指摘されている⁹⁾。従って、 $\alpha(M)$ の関数形としては、図-1においてSchwarz不等式の線より下にあり、かつ斜線の領域では定数($=0.2$)となる必要がある。この条件を満たす関数形として、本研究で

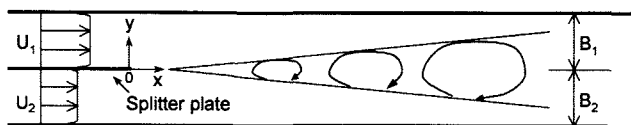


図-2 流れ場の模式図と記号の説明

表-1 実験の水理諸量

U_1	U_2	B_1	B_2	h (depth)
9.6 cm/s	36.0 cm/s	30.5 cm	30.5 cm	5.0 cm



図-3 -100(cm)<x<200(cm)の範囲の格子の様子

表-2 用いた乱流モデル

	構成則	α
Run 1	Linear	const. (=0.2)
Run 2	2 nd Non-linear	const. (=0.2)
Run 3	Linear	function of M (eq.(25))
Run 4	2 nd Non-linear	function of M (eq.(25))

はKimura & Hosoda⁹⁾が非線形k-εモデルで用いたものと相似な関数形となる次式を採用する.

$$\alpha(M) = \min \left[0.2, \frac{0.3\gamma_k \lambda_p}{1 + 0.09M^2} \right] \quad (25)$$

図-1には式(25)の関数形をあわせて示している.

c) 壁面近傍のモデル化

壁面の摩擦応力は対数則により評価する. また, 壁面付近の流速分布を再現するため, 次の二種類の関数を渦動粘性係数に乘ずる.

$$f_{d1} = \left[1 - \exp \left(- \frac{1}{C_{vm}} \frac{u_{*w} l_w}{\nu} \right) \right]^2 \quad (26)$$

$$f_{d2} = \begin{cases} 1 & , \quad l_w \geq h \\ \frac{l_w}{h} \left(1 - \frac{l_w}{h} \right) & , \quad l_w < h \end{cases} \quad (27)$$

ここに, l_w : 壁面までの距離, u_{*w} : 最も近い壁面における摩擦速度, C_{vm} : 定数 ($C_{vm}=50$ を用いた) である.

3. 二次元せん断混合層へのモデルの適用

(1) 対象とする実験

本研究ではChu & Babarutsi⁵⁾の実験Case T1と同一条件で計算を行い, 結果を検証する. 対象とする流れ場の概要を図-2に, 流速等を表-1に示す. 幅61cm, 長さ7mの水路上流側中心線に幅2.5mmの分離板が設置され, その左右に異なる流速の流れが生じている. 混合層には空間的に発達する渦が形成される.

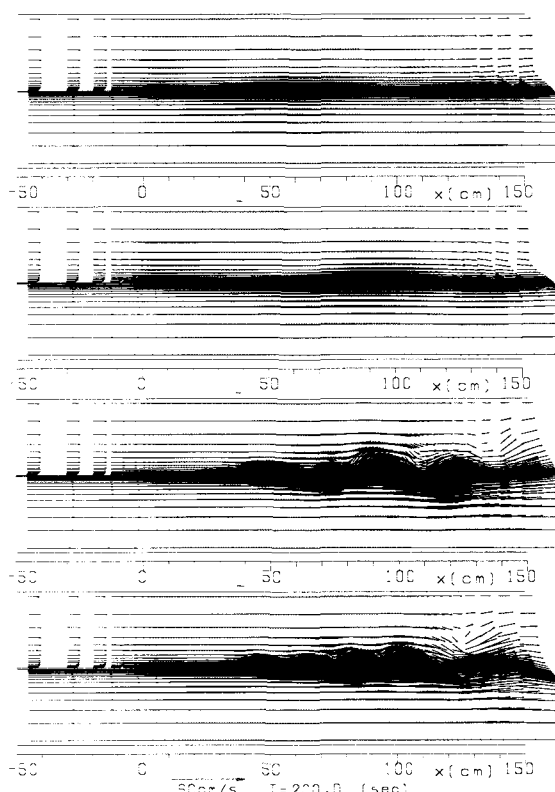


図-4 瞬間的な平面流速ベクトル (上からRun 1, 2, 3, 4)

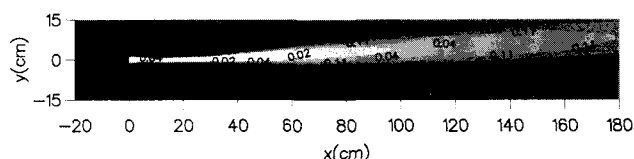


図-5 Run 4の時間平均場における α 値の分布

(2) 計算条件等

計算領域としては, 分離板先端より上下流5mの範囲とした. 計算格子の一部を図-3に示す. 下流端の境界条件には流速及びフラックスについては勾配0の条件を, 水深については実験値を与えた. 上流側の流速の与え方については, $x < 0$ の領域のみを対象に周期境界条件を用いた計算をあらかじめ行い, 十分発達した流速分布を得た後, 実際の領域の上流端にこの流速分布を与えた. 壁面の境界条件については前述の通りである. 初期条件としては, 上流端の流速分布を計算領域全体に一樣に与え, 水深も実験値 (=5cm) を一樣に与えた. 計算過程において, 原点における水深が下流端水深と一致するように, 一定時間毎 (10sec) に水路勾配を調節した.

乱流モデルとしては, 表-2に示すように非線形次数と渦動粘性係数表現の異なる4つのモデルを用いた.

(3) 計算結果の考察

図-4は, 各Runにおける瞬間的な流れ場を示している. いずれのモデルでも混合層の渦が再現されている. Run 3,4による結果はRun 1,2の結果に比べて渦の規模が大きい. これは, 式(25)の関数形の導入により混合層の渦動粘性係数の値が下がり, より小規模な現象までもが直接

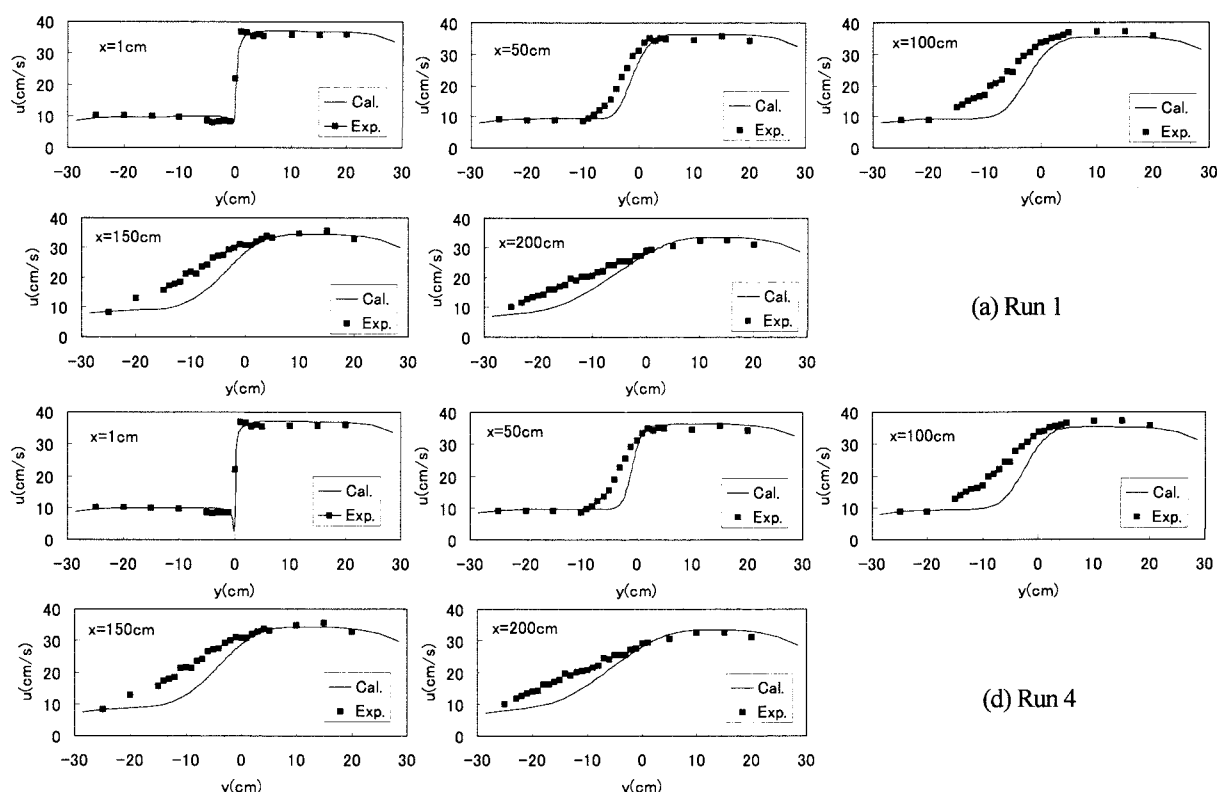


図-6 時間平均流速分布の比較

移流項により再現されるようになったためと考えられる。図-5はRun 4における α の値の時間平均値を示したものであり、混合層における値が0.2より小さくなっていることがわかる。図-6にはRun 1とRun 4における時間平均流速分布を実験結果と比較したものである。時間平均流速については、意外にも乱流モデルによる差異はほとんど認められなかった。いずれのモデルにおいても実験結果の流速分布をほぼ良好に再現している。

乱れ成分については、今回は文献中⁹⁾に結果が明示されている u' についてのみ比較を行い、レイノルズ応力等の再現性の検討は今後の課題としたい。図-7は各モデルによる主流方向の変動成分 u' のRMSについて、計算結果と実験結果とを比較したものである。計算結果については、直接計算される大規模構造の変動成分（非定常成分）と、これにレイノルズ応力として計算される乱れ成分を加えた全成分の両方について示している。Run 1,2とRun 3,4による結果はそれぞれほぼ一致しており、今回の乱れ強さ u' の再現に関しては非線形項はほとんど影響を及ぼしていない。Run 1,2の結果をみると、特に $x=50\text{cm}$, 100cm の断面で u' を極端に過小評価している。一方、Run 3,4についてはこの部分が改善されており、 $x \leq 150\text{cm}$ の範囲では比較的良好に実験値を再現している。また、 $y=0$ 付近では直接計算される非定常成分による u' の割合が大きく、この部分の乱れが大規模構造により生成されていることに対応する。一方、 x 軸から遠ざかるにつれてレイノルズ応力による u' の割合が大きくなっている。以上より、乱れ成分の再現には渦動粘性係数の設

定が極めて重要であることがわかり、式(25)による渦動粘性表現が妥当であることが確認された。

4. まとめ

本研究は、二次元せん断混合層の流れ場における0-方程式型水深積分モデルの適用性について検証を行ったものである。レイノルズ応力の構成則と渦動粘性係数の表現について検討を行った結果、非線形項については、時間平均流れ、非定常成分の双方に対して顕著な影響は認められなかった。しかし、乱れ強さの再現については渦動粘性係数の与え方が極めて重要であることが示された。また、ストレインパラメータ、ローテーションパラメータの関数となる渦動粘性係数表現を提案し、この係数表現が実験値を比較的良好に再現することを確認した。

参考文献

- 1) 木村一郎, 細田尚, 音田慎一郎, 富永晃宏: 越流型水制周辺の非定常三次元流れ構造に及ぼす水制設置角度の影響, 水工学論文集, Vol.47, pp.717-726, 2003.
- 2) Hosoda, T., Sakurai, T., Kimura, I. and Muramoto, Y.: 3-D Computations of compound open channel flows with horizontal vortices and secondary currents by means of non-linear k- ϵ model, *J. Hydropscience and Hydraulic Eng.*, Vol.17, No.2, pp.87-96, 2000.
- 3) 木村一郎, 細田尚, 友近文志: 開水路流れ混合層におけるせん断不安定波動の空間的増幅特性, 土木学会論文集, No.509/II-30, pp.99-109, 1995.
- 4) Hinterberger, C., Frohlich, J. and Rodi, W.: Three-dimensional and depth-averaged large eddy simulation of shallow water flows, *Proc. Int. Symp. Shallow Flows*, Delft, Part III, pp.67-74, 2003.

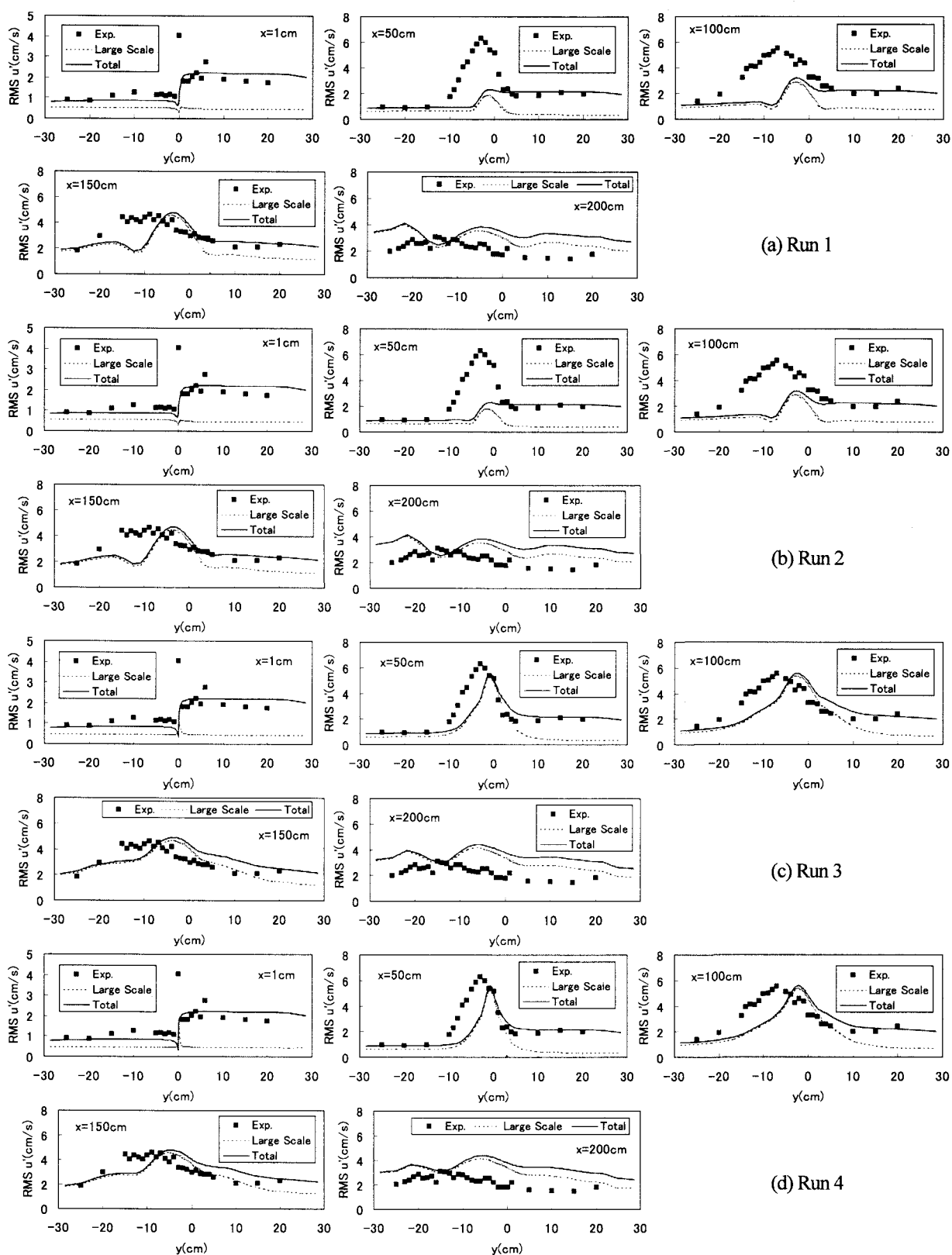


図-5 乱れ強さのRMSの比較 (Large scale:非定常成分, Total:非定常成分+乱れ成分)

- 5) Chu, Vi. H. and Babarutsi, S.: Confinement and bed-friction effects in shallow turbulent mixing layers, *J. Hydraulic Eng., ASCE*, Vol.114, No.10, pp.1257-1274, 1988.
- 6) Nezu, I. and Nakagawa, H.: *Turbulence in open channel flows*, IAHR Monograph, Balkema, Rotterdam, Netherlands, 1993.
- 7) Yoshizawa, A.: Statistical analysis of the deviation of the Reynolds stress from its eddy viscosity representation, *Physics of Fluids*, Vol.27, pp.1377-1387, 1984.

- 8) Gatski, T.B. and Speziale, C.G.: On explicit algebraic stress models for complex turbulent flows, *J. Fluid Mech.*, Vol.254, pp.59-78, 1993.
- 9) Kimura, I. And Hosoda, T.: A non-linear k- ϵ model with realizability for prediction of flows around bluff bodies, *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, Vol.42, pp.813-837, 2003.

(2003. 9. 30受付)