

CIP法とSMAC法に基づく平面2次元 氾濫流モデルの構築

DEVELOPMENT OF DEPTH-AVERAGED INUNDATION FLOW MODEL
BASED ON CIP METHOD AND SMAC METHOD

川崎浩司¹・小野稔和²・Napaporn PIAMSA-NGA³・熱田浩史⁴・中辻啓二⁵
Koji KAWASAKI, Toshikazu ONO, Napaporn PIAMSA-NGA, Hiroshi ATSUTA and
Keiji NAKATSUJI

¹正会員 博(工) 大阪大学助手 大学院工学研究科土木工学専攻 (〒565-0871 吹田市山田丘2-1)

²正会員 修(工) 前田建設工業株式会社 (〒355-0127 埼玉県比企郡吉見町大字大和田外地内)

³学生会員 工修 大阪大学 大学院工学研究科土木工学専攻 (〒565-0871 吹田市山田丘2-1)

⁴学生会員 学(工) 大阪大学 大学院工学研究科土木工学専攻 (〒565-0871 吹田市山田丘2-1)

⁵正会員 工博 大阪大学教授 大学院工学研究科土木工学専攻 (〒565-0871 吹田市山田丘2-1)

Damage by flood inundation has often occurred in recent years even in urban areas, where water management systems are controlled properly. Advance provision of useful information such as hazard map and evacuation routes to the peripheral people is considered to be necessary in order to prevent and minimize the damage. Development of inundation flow numerical model is, therefore, required to predict flood inundation areas precisely.

In the present study, a depth-averaged flood inundation flow model in the Cartesian coordinate system is developed using a CIP method and a SMAC method. The validity of the model was verified by comparing the computed results with existing numerical and experimental ones in the one-dimensional and horizontally two-dimensional fields. As a result, the model was confirmed to be consistent with the existing numerical schemes and be able to reproduce the laboratory experiment with high accuracy.

Key Words : *depth-averaged inundation flow model, CIP method, SMAC method,
Cartesian coordinate system*

1. はじめに

近年, 洪水氾濫による被害は, 治水・利水整備が充実している都市域においても頻発している。洪水氾濫による被害を最小限に抑えるためには, ダムや堤防などの治水施設の整備といったハード面のみならず, 地域住民への有用な情報となるハザードマップや洪水時の避難経路などのソフト面も強化する必要がある。したがって, 地形条件が複雑な都市域や山地河川にも精度高く対応できる氾濫流モデルを構築し, 洪水による氾濫域を精緻に予測・把握することが重要である。そのため, 今まで, 様々な氾濫流数値モデルが提案されてきた。それらを大別すると, デカルト座標系, 一般曲線座標系, 非構造格子に基づく氾濫流モデル, そして市街地の道路網をネットワーク化して1次元解析法を適用する街路ネットワー

クモデルなどとなる¹⁾。川池ら²⁾も指摘しているように, 各種モデルには一長一短があり, 研究対象地域の地理状態, さらにはどのような氾濫現象を精度良く解析すべきかを考慮しながら, 数値モデルを選定することが必要であるといえる。

著者ら³⁾は, 現在, タイ・チャオプラヤ川流域を対象に洪水氾濫と地下水の関連性を究明するため, 地下帯水層への浸透を考慮した洪水氾濫-地下水結合モデルを構築し, その妥当性を検討している。しかし, 同モデルでは氾濫流モデルに簡易な数値モデルを用いており, 計算精度の面に関しては不十分であると認識している。今後, チャオプラヤ川流域の地理条件を考慮した長期間の洪水氾濫と地下水の諸特性を議論する際, より精度の高い氾濫流モデルを導入する必要がある。

そこで, 本研究では, 洪水氾濫-地下水結合モデルで用いている3次元地下水有限差分モデルMODFLOW³⁾と

の結合の簡便さを考慮しつつ、さらに複雑な計算アルゴリズムを伴わない汜濫流モデルとして、高精度移流計算スキームCIP (Cubic Interpolated Propagation) 法とSMAC (Simplified Marker And Cell) 法に基づくデカルト座標系平面2次元汜濫流モデルを構築する。そして、既往の計算・実験結果と比較しながら、その妥当性を検証する。

2. CIP法とSMAC法に基づく汜濫流モデル

(1) 基礎方程式

基礎方程式は水深方向に積分された平面2次元浅水方程式である。式(1)は連続式を、式(2)、式(3)はそれぞれ x 、 y 方向の運動量方程式を示す。

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial(UH)}{\partial x} + \frac{\partial(VH)}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(UH)}{\partial t} + \frac{\partial(U^2H)}{\partial x} + \frac{\partial(VUH)}{\partial y} \\ = -gH \frac{\partial(H + z_b)}{\partial x} - \frac{gn^2U\sqrt{U^2 + V^2}}{H^{1/3}} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(VH)}{\partial t} + \frac{\partial(UVH)}{\partial x} + \frac{\partial(V^2H)}{\partial y} \\ = -gH \frac{\partial(H + z_b)}{\partial y} - \frac{gn^2V\sqrt{U^2 + V^2}}{H^{1/3}} \end{aligned} \quad (3)$$

ここで、 H は水深、 U 、 V は x 、 y 方向の断面平均流速、 g は重力加速度、 n はManningの粗度係数、 z_b は地盤高、 t は時間である。

(2) 計算アルゴリズム

本モデルでは、基礎方程式(1)～(3)を、時間分離解法により、移流段階(式(4)～式(6))と非移流段階(式(7)～式(9))の2つの段階に分離して計算を行う。

移流段階

$$\frac{\partial H}{\partial t} + U \frac{\partial H}{\partial x} + V \frac{\partial H}{\partial y} = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \quad (6)$$

非移流段階

$$\frac{\partial H}{\partial t} = -H \left(\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} \right) \quad (7)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} = -g \frac{\partial(H + z_b)}{\partial x} - \frac{gn^2U\sqrt{(U)^2 + (V)^2}}{(H)^{4/3}} \quad (8)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} = -g \frac{\partial(H + z_b)}{\partial y} - \frac{gn^2V\sqrt{(U)^2 + (V)^2}}{(H)^{4/3}} \quad (9)$$

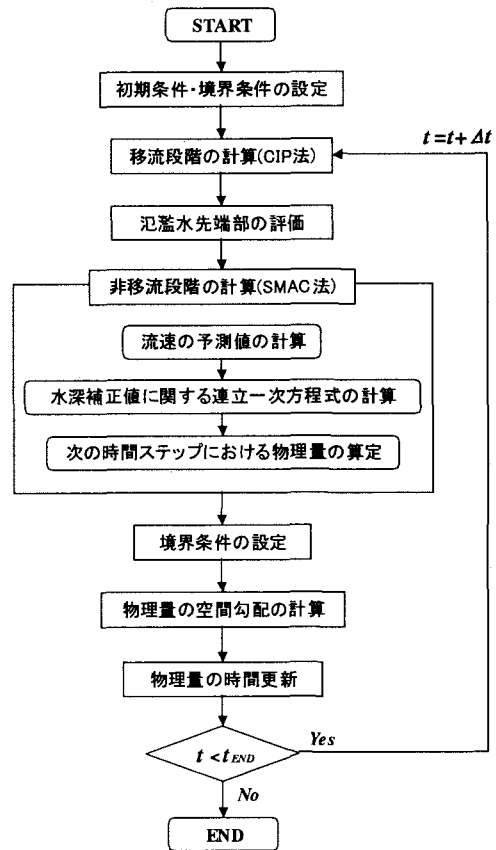


図-1 汜濫流モデルの計算フローチャート

ここで、移流段階の計算には、Yabe and Aoki⁴⁾が開発したCIP法を採用した。CIP法は、格子点間の物理量を3次関数で補間し連続条件に物理量とその1階微分値を用いて物理量の移流計算を行う手法であり、拡散の激しい場においても物理量の移流を高精度に評価可能である。一方、非移流段階に対しては、後述するとおり、水深の時間変化量を陰的に解析するSMAC法を用いて計算した。なお、差分格子にはスタaggered格子を使用した。

図-1に本モデルにおける計算フローチャートを示す。まず初期条件、境界条件を設定し、CIP法を用いて移流段階の計算を行う。次のステップでは、後で述べるとおり、汜濫水先端部を評価し、SMAC法を用いて非移流段階を解析する。最後に、境界値の再設定、CIP法で必要となる物理量の空間勾配を求め、次の時間ステップにおける物理量を算定する。この一連の計算過程を時間ステップごとに繰り返すことにより、汜濫流の時系列計算を行うことが可能となる。

(3) SMAC法による非移流段階計算

SMAC法⁵⁾とは、次の時間ステップの物理量 ϕ^{n+1} を直接解くのではなく、運動方程式の差分化に流速の予測値を導入し、既知量 ϕ^n と次の時間ステップの未知量 ϕ^{n+1} の変化量 $\delta\phi (= \phi^{n+1} - \phi^n)$ を求めることにより、時系列計算を行う手法である。具体的な式の導出は以下のとおりである。

まず、式(7)～式(9)を以下のように離散化する。

$$\frac{H^{n+1} - H^*}{\Delta t} = -H^* \left(\frac{\partial U^{n+1}}{\partial x} + \frac{\partial V^{n+1}}{\partial y} \right) \quad (10)$$

$$\frac{U^{n+1} - U^*}{\Delta t} = -g \frac{\partial(H^{n+1} + z_b)}{\partial x} - \frac{gn^2 U^* \sqrt{(U^*)^2 + (V^*)^2}}{(H^*)^{4/3}} \quad (11)$$

$$\frac{V^{n+1} - V^*}{\Delta t} = -g \frac{\partial(H^{n+1} + z_b)}{\partial y} - \frac{gn^2 V^* \sqrt{(U^*)^2 + (V^*)^2}}{(H^*)^{4/3}} \quad (12)$$

ここで、上付き $*$ 、 n 、 $n+1$ はそれぞれCIP法による移流段階計算後の既知量、 n ステップ後の既知量、 $n+1$ ステップ後の未知量を示し、 Δt は時間ステップ間隔である。

しかし、式(10)～式(12)からわかるように、右辺にも時刻 $n+1$ ステップの未知量を含んでいるため、陽的に物理量を算定することができない。そこで、式(13)、式(14)に示すように、移流段階で得られた物理量を用いて、流速の予測値 $\tilde{U}$ 、 $\tilde{V}$ をまず陽的に求める。

$$\frac{\tilde{U} - U^*}{\Delta t} = -g \frac{\partial(H^* + z_b)}{\partial x} - \frac{gn^2 U^* \sqrt{(U^*)^2 + (V^*)^2}}{(H^*)^{4/3}} \quad (13)$$

$$\frac{\tilde{V} - V^*}{\Delta t} = -g \frac{\partial(H^* + z_b)}{\partial y} - \frac{gn^2 V^* \sqrt{(U^*)^2 + (V^*)^2}}{(H^*)^{4/3}} \quad (14)$$

ついで、式(11)、式(12)から式(13)、式(14)をそれぞれ差し引くことにより、式(15)、式(16)を得る。

$$\frac{U^{n+1} - \tilde{U}}{\Delta t} = -g \frac{\partial \delta H}{\partial x} \quad (15)$$

$$\frac{V^{n+1} - \tilde{V}}{\Delta t} = -g \frac{\partial \delta H}{\partial y} \quad (16)$$

ここで、 δH は水深補正值 $\delta H = H^{n+1} - H^*$ を示す。

式(15)、式(16)を式(10)に代入することにより、水深補正值 δH に関する連立一次方程式(17)が導出される。

$$\frac{\partial^2(\delta H)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2(\delta H)}{\partial y^2} = \frac{1}{gH^*(\Delta t)^2} \delta H + \frac{1}{g(\Delta t)} \left(\frac{\partial \tilde{U}}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{V}}{\partial y} \right) \quad (17)$$

最終的に、式(17)から水深補正值 δH を求めることにより、次の時間ステップでの物理量を算定することが可能となる。なお、本研究では、ILUCGS (Incomplete LU decomposition Conjugate Gradient Squared) 反復解法⁶⁾を採用して、式(17)を解いた。

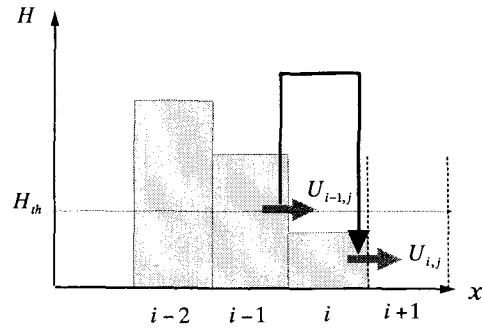


図-2 氾濫水先端部での取り扱いの一例

(4) 氾濫水先端部での取り扱い

氾濫水先端では、隣り合う計算格子のいずれかに水が存在し他方で水が存在しない水深の不連続部となる。そのため、氾濫水先端部の取り扱いには留意する必要がある。本研究では、図-2に例示するように、閾値法により氾濫水先端部を取り扱った。まず移動限界水深を H_{th} とすると(本論文では、 $H_{th}=1\text{mm}$ と設定)、図-2では $H_{i-2,j}$ 、 $H_{i-1,j}$ が H_{th} よりも大きく、 $H_{i,j}$ 、 $H_{i+1,j}$ がこれを満たしていない。ゆえに、氾濫水先端の境界は $H_{i-1,j}$ と $H_{i,j}$ の間にあると判断される。なお、移流段階計算後の点 (i, j) の水深 $H_{i,j}^*$ が H_{th} よりも小さい場合には、計算の発散を防ぐために、式(13)、式(14)の右辺第2項の底面摩擦項を0として計算した。また、氾濫水の先端部を滑らかに表現するために、 $H_{i-1,j} \geq H_{th}$ and $H_{i,j} < H_{th}$ and $H_{i+1,j} < H_{th}$ のとき、スリップ条件として $U_{i,j} = U_{i-1,j}$ を課した。なお、 y 方向に対しても同様に取り扱った。

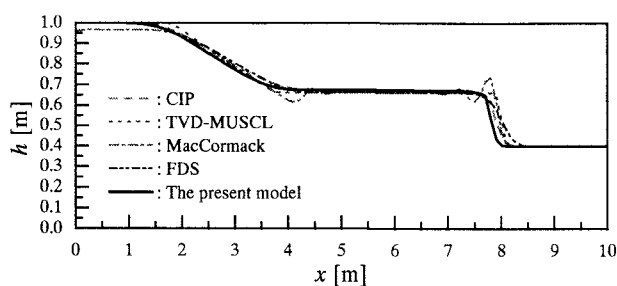
3. モデルの検証

(1) 1次元段波問題

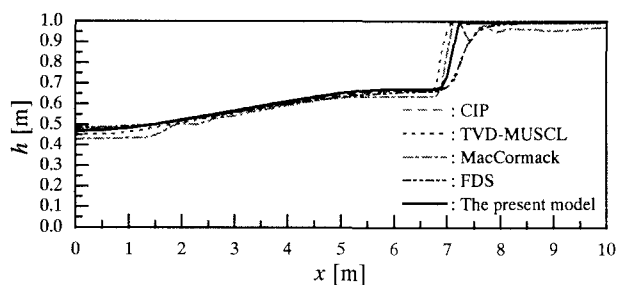
不連続部を有する開水路非定常流の典型的な一例として、1次元段波問題を取り上げる。本節では、特性曲線法に基づく1次精度流束差分離法(FDS)、特性曲線上の関係式に高精度TVDスキームを用いたTVD-MUSCLスキーム、MacCormack法、CIP法による各手法⁷⁾の計算結果と比較しながら、本モデルの妥当性を検証する。

計算領域を10.0m、メッシュ間隔を0.01m、時間ステップ間隔を $\Delta t=0.01\text{s}$ と設定した。なお、本モデルを除く各手法では厳密に1次元計算を行っているが、本モデルでは奥行き方向に3.0mを設けて平面2次元計算を行った。なお、奥行き方向の流動が一様になるように側壁における流速境界条件はスリップ条件とした。また、初期条件として、幅10.0mの水槽の中央に仕切り板を設け、その左半分、右半分にはそれぞれ深さ1.0m、0.4mの水を静水状態で配置した。

図-3(a)、(b)にそれぞれ計算開始後 $t=1.0\text{s}$ と $t=3.0\text{s}$ における各手法の計算結果を示す。図中の実線が本モデルによるものである。図-3(a)、(b)の両図より、計算手法の



(a) $t=1.0s$



(b) $t=3.0s$

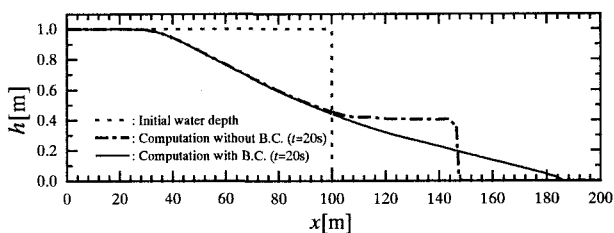
図-3 1次元段波問題

違いに関係なく、計算開始後、急激な水深変化を伴う段波が発生している。図-3(a)をみると、MacCormack法による水面形状は $x=4m$ 、 $8m$ 付近でアンダーシュート、オーバーシュートが生じているが、その他の手法では顕著な差は認められない。一方、段波が右端の壁に衝突し跳ね返った後の水面形状を表す図-3(b)では、図-3(a)の計算結果と異なり、段波前部付近で各手法に違いが現れ、本モデルは各手法の計算結果の間にある。定量的な評価はしていないが、本モデルは、段波つまり水深の不連続部を有する表面流の1次元数値解析において、他の高次精度のスキームと比較しても、適度な計算精度を有しかつ安定に時系列計算を行うことができるといえる。

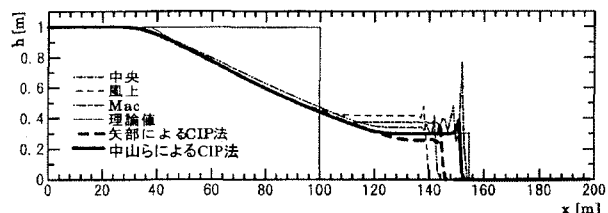
(2) 1次元水柱崩壊問題

氾濫流が水のないドライベッド上を進行する現象に対する本モデルの妥当性を調べるために、中山ら⁸⁾が実施した1次元水柱崩壊現象の計算結果と比較検討する。計算条件として、メッシュ間隔を $1.0m$ 、時間ステップ間隔を $\Delta t=0.1s$ とした。また、前節と同様、計算領域に奥行きをもたせ、スリップ条件を側壁に課すことにより、1次元計算を模擬した。

図-4(a)に本モデルによる水柱崩壊シミュレーション結果の一例を示す。なお、図中の点線は初期の水面形状であり、 $x=0\sim 100m$ の範囲に高さ $1m$ の水塊を配置し、 $x=100\sim 200m$ では水深が $0m$ の氾濫原とした。また、一点鎖線と実線は計算開始後 $t=20s$ での計算結果であり、前者は氾濫水先端部において流速の境界条件にスリップ条件を課していない場合で、後者は前章で説明したスリップ条件を課した場合である。スリップ条件下での計算結



(a) 本モデルによる計算結果



(b) 中山らによる計算結果⁸⁾

図-4 1次元水柱崩壊問題

果をみると、氾濫水先端部の水面形状が滑らかに変化していることが確認できる。一方、スリップ条件を課していない場合、前節で述べたような先端部が切り立つ段波が発生している。このことから、氾濫水先端部の取り扱い方法の差異により、計算結果が異なることが理解できる。なお、氾濫水先端部における流速境界処理については引き続き検討する必要があるが、本論文では、ドライベッド上を進行する表面水の先端部境界として、暫定的にスリップ条件を課することにした。

図-4(b)に中山らが実施した1次元水柱崩壊問題の計算結果の引用を示す。図中には、中山らによるCIP法以外にも、中央差分、風上差分、MacCormack法、矢部らのCIP法の計算結果も同時に図示している。ここで、図中の中山らによるCIP法と矢部によるCIP法の差違として、前者は計算の不安定性が生じさせないように運動方程式中の移流項に対してのみCIP法を用いているが、後者は運動方程式中の移流項のみならず連続式にもCIP法を採用している点である。本モデルは、連続式と運動方程式の移流段階に対してCIP法を適用しているため、矢部によるCIP法と類似しているが、移流段階と非移流段階の計算手順が反対であること、さらに非移流段階での計算方法が違うことから、異なる数値モデルである。

図-4(b)に示す中山らのCIP法による計算結果を詳細にみると、表面水の先端部において急激な水深増加、つまりオーバーシュートが発生している。一方、図-4(a)の本研究で構築した数値モデルは、急激な水深変化を伴うことなく、安定に計算が行われていることが確認できる。さらに、矢部によるCIP法では、明らかに水塊の総量が減少し質量が保存されていないが、本モデルでは質量の保存が厳密に満たされており、本モデルの有用性、妥当性が検証される。

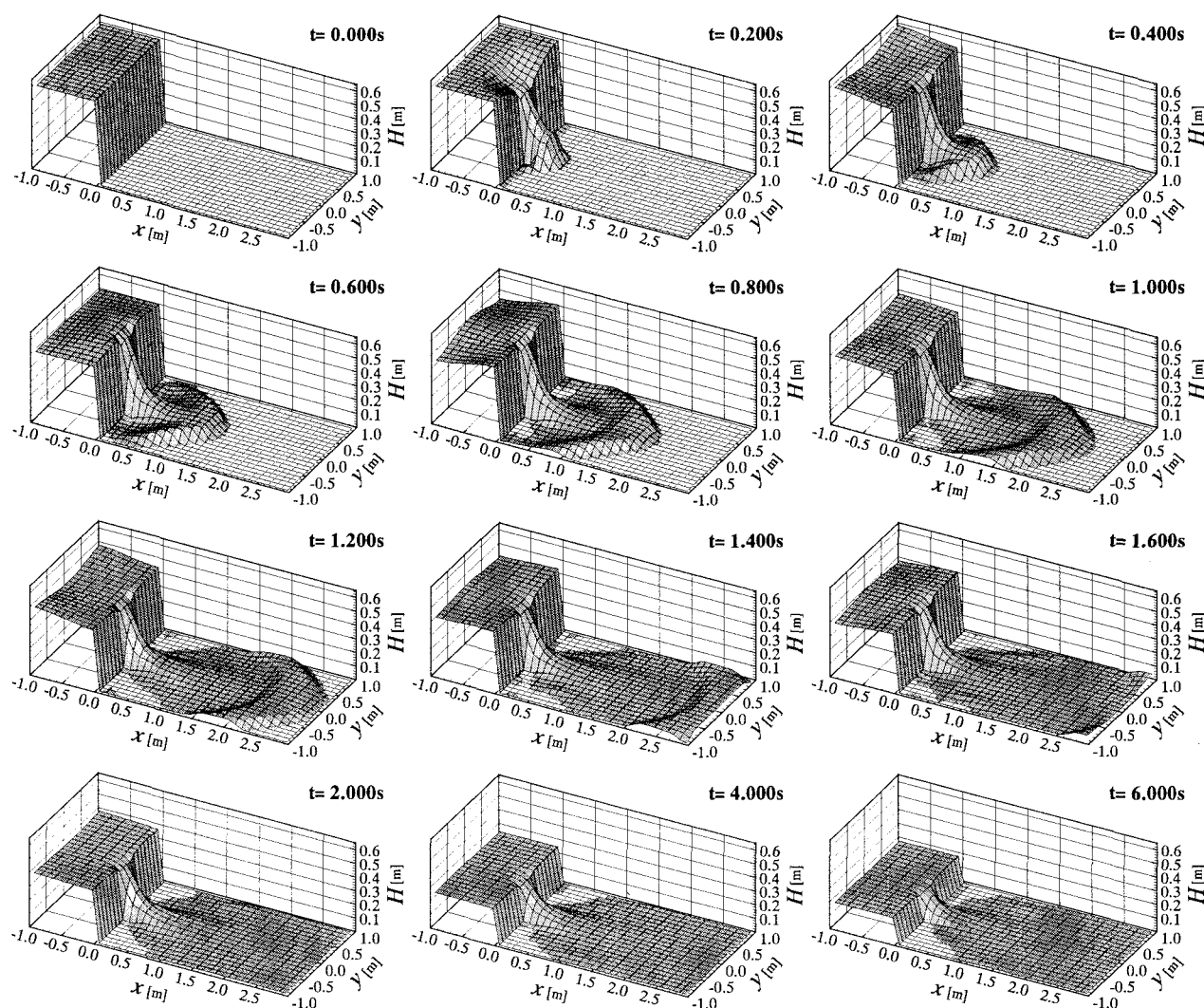


図-5 貯水池の部分決壊シミュレーション

(3) 平面2次元貯水池部分決壊問題

本節では、Fraccarollo and Toro⁹⁾が実施した、貯水池が部分的に決壊したときの氾濫水挙動に関する水理実験と比較することにより、平面2次元場に対する本モデルの妥当性、有用性を定量的に検証する。

貯水池が部分的に決壊したときのシミュレーション結果を図-5に図示する。初期状態として、同図の $t=0.000s$ に示すように、左側に貯水槽（長さ1m、奥行き2m）、右側に氾濫原（長さ3m、奥行き2m）があり、貯水槽の初期水深は0.6mで、氾濫原は水の存在しないドライベッドである。また、 $x=0m$ には水槽と氾濫原を仕切る壁があり、中央部 $-0.2 \leq y \leq 0.2$ の範囲には幅0.4m、高さ0.6mの決壊部がある。Fraccarollo and Toroによる水理実験では、氾濫原の側方および下流端には取水するための横樋と水槽が設置されており、数値計算ではそれを模擬するために側方および下流端の境界条件を開境界とした。なお、計算全領域は、水理実験と同様、 $4.0m \times 2.0m$ であり、 x 方向、 y 方向のメッシュ間隔をともに0.1m、時間ステップ間隔を0.01sとした。また、粗度係数 n はFraccarollo and

Toroの論文に明示されていなかったため、ここでは $n=0$ と設定した。図-5をみると、貯水池から流出する水が決壊部を中心に段波を形成しながら円弧状に広がっていく様子、また氾濫原の側方および下方境界が開境界であるため氾濫水が領域外部へと流出していく様子が認められる。一方、貯水池における水深の時空間分布に着目すると、決壊部 $y=0$ を中心とした静振を伴いながら、水深が徐々に減少していることがわかる。

図-6に各測定点での水深の時間変化を示す。図中の実線は本モデルによる計算値、○印はFraccarollo and Toroによる実験値であり、図-7に水深の測定点を示す。水理実験では、水深を圧力計で計測しているが、一部の測定点では波高計を用いている。そこで、決壊部周辺の水深に対しては波高計、それ以外では圧力計による実験値を採用して、計算結果と比較した。

各測定点における計算結果は実験値の傾向を良好に再現していることがわかる。計算開始後 $t=1s$ までの急激な水深変化についても、4A以外の測点では、計算結果は概ね実験値と一致している。図示していないが、

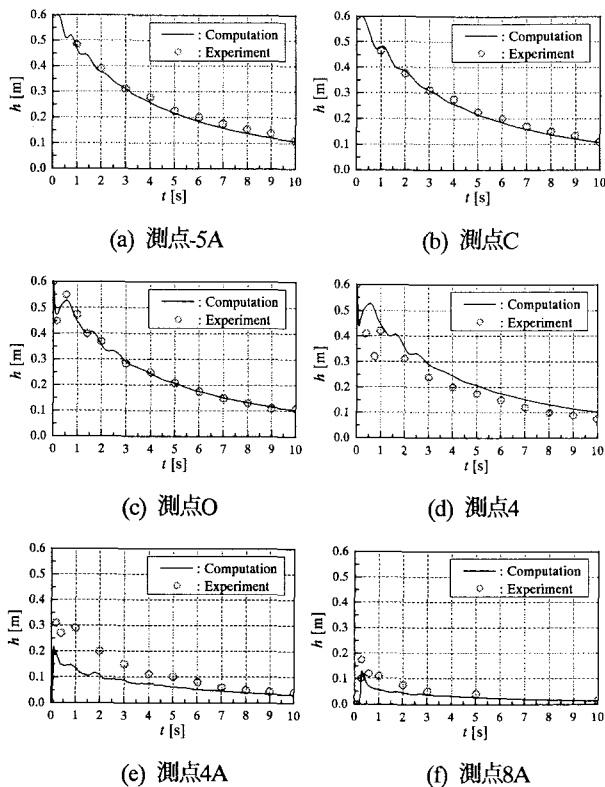


図-6 各測定点における水深の時間変化

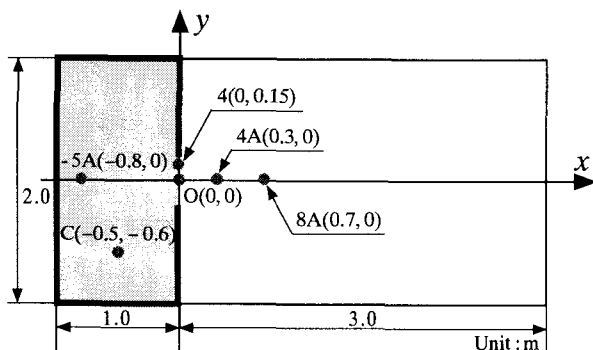


図-7 水深測定点

Fraccarollo and Toroが実施した計算結果と比較すると、本モデルはFraccarollo and Toroのモデルでみられるような数値振動は発生しておらず、実験値にもより近い結果であることを確認している。

アキレスら¹⁰⁾は、流束差分法 (FDS) に基づく1次精度モデルRoe・Harten and Hymen (RHH) モデルと2次精度モデルLax-Wendroff・Roe・Sewebey (LWRS) モデルを包括した洪水流モデルを新たに提案し、本論文と同様、Fraccarollo and Toroの実験値と比較検討している。本モデルとアキレスらのモデルの計算結果を比較しても、大きな違いは認められず、両モデルは急激な水深変化を伴う水理実験の結果を精度よく再現している。しかし、両モデルとも、決壊部直後の測点4Aに対しては、計算値と実験値の間に大きな差が生じている。これは、決壊部周辺では、鉛直方向加速度の影響が大きく、静水圧近

似に基づく浅水流方程式モデルの適用限界を越えたためと考えられる。以上のことをまとめると、本モデルは、実験結果を精度よく再現しているとともに、既存の高精度洪水氾濫モデルとほぼ同程度の計算精度をもっていることが判明し、本モデルの妥当性と有用性が平面2次元場に対して検証されたと判断できる。

4. おわりに

本研究では、氾濫水の動的挙動を高精度に数値解析するために、CIP法とSMAC法に基づくデカルト座標系平面2次元氾濫流モデルを構築した。そして、急激な水深変化を伴う段波問題、貯水池決壊問題などに適用することにより、本モデルが安定かつ精度よく氾濫流を計算できることを検証した。今後、堤防の越流効果を考慮するなど、更なるモデルの精度向上を図る予定である。

参考文献

- 1) 川池健司, 井上和也, 林秀樹, 戸田圭一: 都市域の氾濫解析モデルの開発, 土木学会論文集 No.698/II-58, pp.1-10, 2002.
- 2) 川崎浩司, 外木場康将, 中辻啓二: チャオブラヤ川流域を対象にした洪水氾濫-地下水結合モデルの構築, 水工学論文集, 第47巻, pp.883-888, 2003.
- 3) Arlen W. Harbaugh, Edward R. Banta, Mary C. Hill, and Michale G. McDonald: MODFLOW-2000, The U.S. Geological Survey Modular Ground Water Model - User Guide To Modularization Concepts And Ground-Water Flow Process, U.S. Geological Survey Open-File Report 00-92, 2000.
- 4) Yabe, T. and T. Aoki: Universal solver for hyperbolic equations by cubic-polynomial interpolation I. One-dimensional solver, *Computer Physics Communications*, Vol.66, pp.219-232, 1991.
- 5) 数値流体力学編集委員会編: 数値流体力学シリーズ1 非圧縮性流体解析, 東京大学出版会, 330p, 1995.
- 6) 藤野清次, 張 紹良: 応用数値計算ライブラリ 反復法の数値, 朝倉書店, 140p, 1996.
- 7) 土木学会水理委員会基礎水理部会「水工学における計算機利用の講習会」, 1999.
- 8) 中山恵介, 佐藤圭洋, 堀川康志: CIP法を用いた浅水流方程式の数値計算手法の開発, 水工学論文集 第42巻, pp.1159-1164, 1998.
- 9) Fraccarollo, L. and Toro, E.F.: Experimental and numerical assessment of the shallow water model for two-dimensional dam-break type problems, *Journal of Hydraulic Research*, Vol.33, pp.843-864, 1995.
- 10) アキレス クマールジャ, 秋山壽一郎, 浦 勝, 重枝未玲: FDSを用いた洪水流の数値モデル, 土木学会論文集, No.656/II-52, pp.73-82, 2000.

(2003. 9. 30受付)