

接近流が常流の場合の横流出を伴う流量式

DISCHARGE FORMULA OF SIDE-WEIR IN SUBCRITICAL OPEN-CHANNEL FLOWS

鬼束幸樹¹・秋山壽一郎²・常松智博³・武田雅俊⁴

Kouki ONITSUKA, Juichiro AKIYAMA, Tomohiro TSUNEMATSU and Masatoshi TAKEDA

¹正会員 博(工) 九州工業大学助教授 工学部建設社会工学科 (〒804-8550 北九州市戸畑区仙水町1-1)

²正会員 Ph. D. 九州工業大学教授 工学部建設社会工学科

³学生員 九州工業大学大学院 工学研究科博士前期課程

⁴学生員 九州工業大学 工学部建設社会工学科

Several discharge formulae, which can predict the discharge per unit width in open-channel flows with a side-weir, have been suggested as yet. The discharge coefficients in such formulae were obtained empirically. In this study, the velocity measurements in subcritical open-channel flows were conducted with an electromagnetic current meter and also the flow depth measurements were conducted with a point gauge, with changing the inlet Froude number and the ratio between the inlet flow depth and the length of the side-weir. It was found that the direction of the velocity on the side-weir is almost constant in the vertical direction, but those changes in the streamwise direction. The relationship between the direction of such velocity and the inlet Froude number and the ratio between inlet flow depth and the length of the side-weir was made clear. As a result, a new discharge formula of side-weir in subcritical open-channel flows with zero height was suggested.

Key Words : discharge formula, side-weir, subcritical open-channel flows, theoretical formula

1. はじめに

近年都市部では、急激な都市化に伴い流出係数が増加している。その結果、堤内地で床上・床下浸水が頻発し、流域住民は大きな経済的ダメージを受けている。これらの問題を解消する方法には、透水性舗装の拡充、緑地保全および河道断面の確保などが挙げられる。こうした総合治水対策は着々と進行しつつあるが、それらの完成にはまだ多くの時間が必要とされる。一方で、出水の被害を緊急避難的に回避する方法として、横越流を利用した洪水調節池が挙げられる。これは、河川の水位が上昇したときに、流量の一部が河道の側岸に設置された横越流堰を越流し、洪水調節池に一時貯留することで本川の流量を低減させ、下流側流域の安全を確保するものである。実際に、荒川水系神田川の一支流である妙正寺川に妙正寺川調節池群、目黒川に目黒川船入場調節池、北九州市戸畑区の天籟寺川に天籟寺川地下調節池などが建設されている。

横越流堰を越流する流量式を初めて水理学的見地から求めたのはDe Marchi¹⁾である。彼は摩擦抵抗を無視し、比エネルギーが一定であるとの仮定から流量式を導き出

した。ただし、流量式に含まれる流量係数の定量評価を行わなかったため、De Marchi¹⁾式が実際に利用されることはほとんどなかった。その後、流量係数を実験的に求める研究が開始された。Ackers²⁾は水理条件にかかわらず流量係数が0.625の定数であると考えた。中川・宇民³⁾は、流量係数は普遍ではなく堰高およびフルード数の影響を受けると考え、これらを系統的に変化させた実験を行い、常流の場合は流量係数がフルード数の減少関数であることを図示した。Subramanya & Awasthy⁴⁾は次元解析を行った結果、流量係数を決定するパラメータは、フルード数、相対堰高(=堰高と流入水深との比)、相対堰長(=堰長と主水路幅との比)および相対水深(=流入水深と堰長との比)の4つであることを解明した。彼らは4つのパラメータの内、前者の2つが支配的であると推定し、それらを変化させた流れで流量係数を求めた。その結果、相対堰高、相対堰長および相対水深の影響は微小であり、流量係数はフルード数の一価関数であるとの結論に達し、流量係数とフルード数の関係を定式化した。続いて、Ranga Raju *et al.*⁵⁾、James & Mitrí⁶⁾も同様な実験を行い、Subramanya & Awasthy⁴⁾の式を若干補正した実験公式を提案した。このように、Subramanya & Awasthy

4)の研究以降、流量係数はフルード数の一価関数として扱われてきた。しかし、室田ら⁷⁾はフルード数だけでなく相対堰長も流量係数に影響を与えると指摘し、Singh *et al.*⁸⁾およびHager⁹⁾は相対堰高も流量係数に影響を与えると指摘し、また、Borghesi *et al.*¹⁰⁾は相対堰長も流量係数に影響を与えると指摘した。以上のように、流量係数を決定するパラメータの選択は研究者によって異なっている。この背景として、流量式を求める上で接近流速および相対堰高の影響を無視していること、複数のパラメータの内の一つのパラメータだけを系統的に変化させ、その他のパラメータを固定することが実験的に困難なことが挙げられる。そこで、パラメータを減じるために、相対堰高をゼロとすれば、その他のパラメータを系統的に変化させる実験が可能となり、流量係数に及ぼす各パラメータの寄与率が解明される。仮に寄与率が小さなパラメータが抽出できれば、相対堰高が有限な場合の実験でもそのパラメータを無視できる可能性があり、系統的な実験につながる。その結果、あらゆる条件に適用できる流量式を提案することが可能となる。

本研究では、こうしたプロセスの第1段階として、相対堰高がゼロの横越流堰において、フルード数および相対水深を系統的に変化させ、その影響を検討する。

2. 理論的考察

図-1に横越流堰の概要を示す。水路床に沿って流下方向に x 軸、 x 軸に直角上向きに y 軸、横断方向に z 軸をとる。 x および z 方向の時間平均流速を U 、 W とし、 x - z 平面上の合成流速を V とする。 L は堰長、 B は主水路幅、 S は堰高、 h は堰上からの水位、 ϕ は越流する流れの方向と x 軸との交差角度である。横越流堰区間への流入断面を1、流出断面を2、堰上の断面を w として変数の添字とした。前提条件として全区間で常流とし、摩擦勾配を無視する。主水路の流量を Q とすると堰上の単位幅当たりの越流量 q_* は次式で与えられる。

$$q_* = -dQ/dx = h_w V_w \sin \phi \quad (1)$$

De Marchi¹⁾は流入断面1から堰上断面 w へと流出する流れにおいて、比エネルギーが一定と仮定した。

$$\frac{V_1^2}{2g} + h_1 = \frac{V_w^2}{2g} + h_w + S \quad (2)$$

ここに、 g は重力加速度である。横越流堰に接近する流れが常流の場合、堰上において限界流となる。よって、 $V_w = V_c$ および $h_w = h_c$ となる。添字 c は限界流を示している。フルード数の定義 $Fr \equiv V/\sqrt{gh}$ を式(2)に代入し、堰上で限界流になることを利用すると次式が得られる。

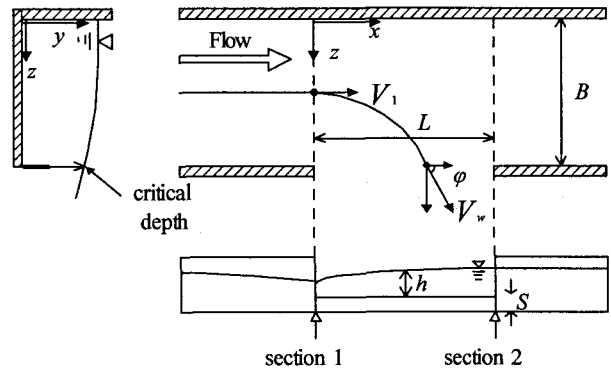


図-1 横越流堰の概要

$$V_w = V_c = \sqrt{\frac{2gh_1}{3} \left(\frac{Fr_1^2}{2} + 1 - \frac{S}{h_1} \right)} \quad (3)$$

$$h_w = h_c = \frac{2h_1}{3} \left(\frac{Fr_1^2}{2} + 1 - \frac{S}{h_1} \right) \quad (4)$$

一方、式(1)中の $\sin \phi$ は理論的に求めることができない。Subramanya & Awasthy⁴⁾は堰上流速の流下方向流速成分は、堰区間にさしかかる直前の流速成分と等しいと仮定して越流角度 ϕ を求めた。

$$V_w \cos \phi = V_1 \quad (5)$$

さらに、彼らは接近流速および相対堰高の影響を無視し、式(3)~(5)を式(1)に代入して次式を得た。

$$q_* = \frac{2}{3} C_M \sqrt{2gh}^{3/2} \quad (6)$$

C_M は流量係数であり、Subramanya & Awasthy⁴⁾は実験結果に基づき次式を提案した。

$$C_M = 0.611 \sqrt{\left(1 - 3Fr_1^3 \right) / Fr_1^2 + 2} \quad (7)$$

彼らは、式(6)が堰高がゼロの場合だけでなく、有限の高さを有する場合でも有効であると述べている。

Subramanya & Awasthy⁴⁾の流量式(6)は、接近流速を無視していることや相対堰高を無視して導出していることに問題がある。さらに、接近流が限界流の場合でも有限の越流量があるにも関わらず、式(5)を用いると越流量がゼロになる。そのため、前者の問題を解決するために流量係数 C_M が導入されている。Subramanya & Awasthy⁴⁾の次元解析によると、流量係数の支配パラメータは、フルード数 Fr_1 、相対水深 h_1/L 、相対堰長 L/B および相対堰高 S/h_1 の4つとされている。しかし、これらのパラメータの内、一つだけを変化させてその他のパラメータを固定することは実験上困難である。そのため、既往の研究における流量係数には実際は上述の4つのパラメータの影響があるものの、定式化に当たっては少数のパラメータだけで記述しているために、各研究者の提案式にばらつきが発生していると考えられる。

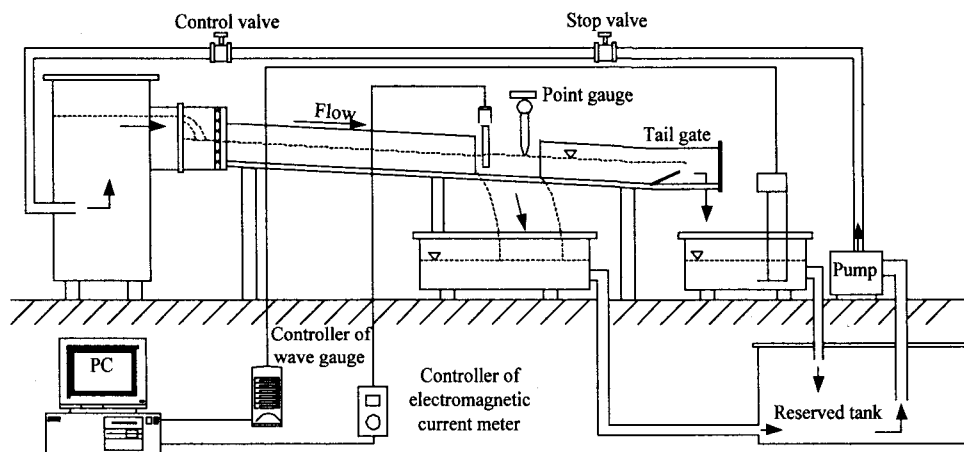


図-2 実験水路および実験装置

表-1 実験条件 ($L/B=0.25$)

h_1/L	0.4	0.6	0.8
Fr_1			
0.2	○	○	○
0.4	○	○	○
0.6	○	○	○
0.8	○	○	×

3. 実験装置および実験条件

実験に使用した水路は図-2に示すような、全長5.0m、高さ30cm、主水路幅40cmの亚克力製水路で、水路床勾配 $\sin \theta$ は1/2000に固定されている。越流区間の長さ L は10cmで、水路上端3.0mからはじまっている。

実験条件は表-1に示すように、相対堰長 L/B を0.25に固定した状態でフルード数 Fr_1 を0.2から0.8まで0.2刻みで変化させ、相対水深 h_1/L を0.4から0.8まで0.2刻みで変化させた。本来ならば相対堰長 L/B も系統的に変化させるべきであるが、それには膨大な実験を行わなければならない。そのため、相対堰長 L/B を0.25に限定した状態の実験とした。表中の○印は計測が可能であることを表している。×印は装置の制約のため、実験ができなかったケースである。

測定項目は、流量計測、水面形計測および流速計測である。水路流入部付近に設けられた四角堰において流入流量 Q_1 が計測される。主水路下流側の量水槽には容量式波高計が設置されており、帰還パイプを一時塞いで水面上昇速度を計測することで下流側流量 Q_2 が計測される。越流量 Q_w は流入流量 Q_1 から下流側流量 Q_2 を減ずることで求められる。なお、四角堰による流量計測の誤差は3%程度と確認されている。

水面形計測には、デジタル式ポイントゲージを用いた。堰区間において流下方向に4点、横断方向に4点としたが、堰上では流下方向に7点とした。

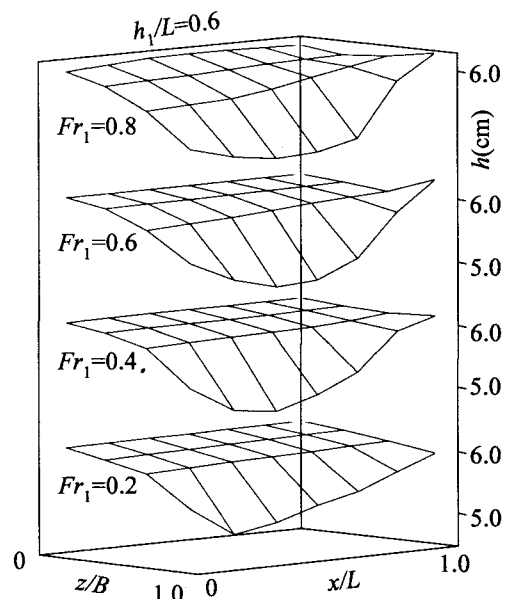


図-3(a) 水面形 ($h_1/L = 0.6$)

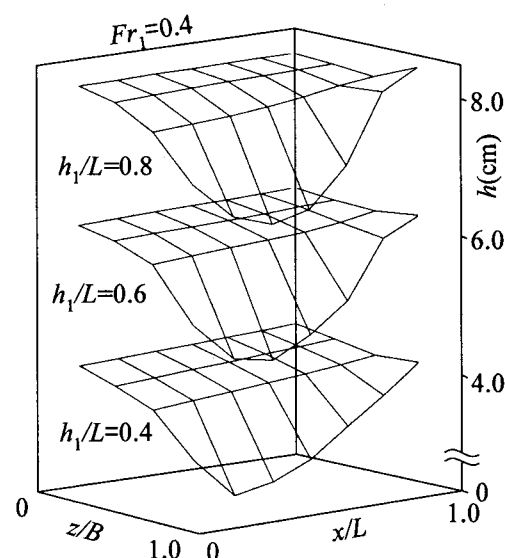


図-3(b) 水面形 ($Fr_1 = 0.4$)

電磁流速計を用いて時間平均の流下方向流速 U および横断方向流速 W を検出した。水面形計測と同様な水平面の格子点において、水深方向に3点の測定点を設け、サンプリング間隔0.05s、サンプリング時間51.2sとした。

4. 実験結果および考察

(1) 水面形に及ぼすフルード数および相対水深の影響

図-3(a)および(b)に相対水深 h_1/L を0.6に固定してフルード数 Fr_1 を系統的に変化させた場合およびフルード数 Fr_1 を0.4に固定して相対水深 h_1/L を変化させた場合の水面形を示す。図-3(a)ではフルード数 Fr_1 の増加に伴い堰終端付近の水位が上昇しており、図-3(b)でも相対水深 h_1/L の増加に伴い堰終端付近の水位が上昇している。これは、両パラメータが越流量に影響を及ぼすことを示唆するものであり、流量式を構成する上でフルード数 Fr_1 だけでなく相対水深 h_1/L もパラメータとして用いる必要があることを示している。

(2) 流速ベクトルの鉛直方向変化

図-4にフルード数 Fr_1 が0.4で相対水深 h_1/L が0.6のケースにおける水平面内の流速ベクトルの鉛直方向変化を示す。いずれの断面においても堰から離れた左岸付近では堰の影響をほとんど受けずに流れが流下している。堰上($z/B=1.0$)の流速に着目すると、流下に伴い越流角度 φ が増加している様子が観察される。一方、堰上の越流角度 φ の鉛直方向変化は、後に示すフルード数 Fr_1 および相対水深 h_1/L の変化に伴う越流角度の変化と比較すると微小である。

(3) 堰上での越流角度の変化

図-5(a)および(b)に相対水深 h_1/L を0.6に固定してフルード数 Fr_1 を系統的に変化させた場合およびフルード数 Fr_1 を0.4に固定して相対水深 h_1/L を変化させた場合の堰上ベクトルを示す。図-5(a)を見ると、フルード数 Fr_1 の増加に伴い堰上ベクトルの長さが短くなっている様子が観察される。これは、フルード数 Fr_1 が増加すると接近流速水頭が増加するために生じたものであり、式(3)より理論的に証明することができる。一方、図-5(b)を見ると、越流角度 φ に及ぼす相対水深 h_1/L の影響は、フルード数 Fr_1 ほど顕著ではないが、相対水深 h_1/L の増加に伴い越流角度 φ が減少する様子が観察される。また、後述するが、両図より越流角度 φ の変化率は堰始端($x/L=0$)直後では流下方向に急激に変化しているのに対し、堰終端($x/L=1$)直前では変化が緩慢になっていることも観察される。

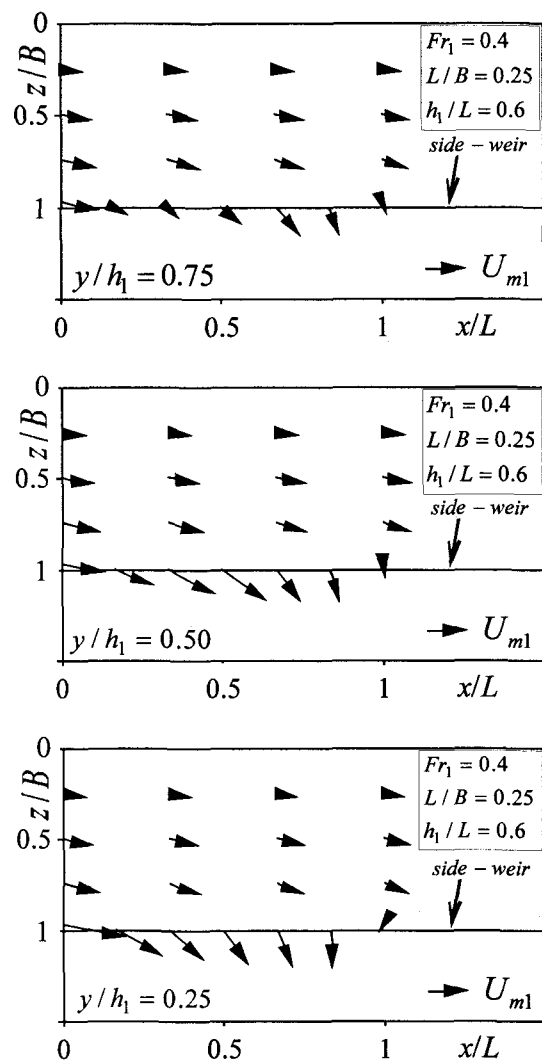


図-4 流速ベクトルの鉛直方向変化

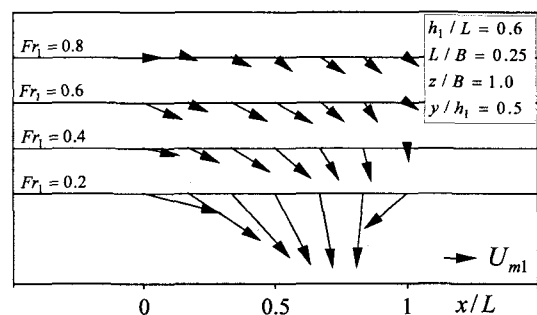


図-5(a) 堰上での越流角度の変化($h_1/L=0.6$)

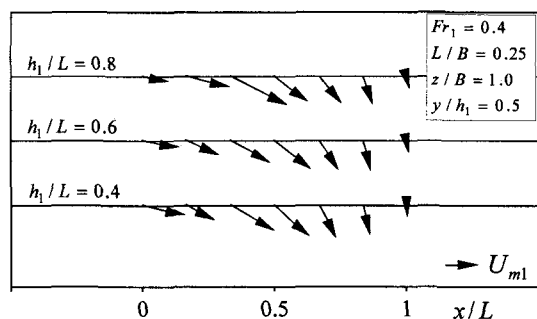


図-5(b) 堰上での越流角度の変化($Fr_1=0.4$)

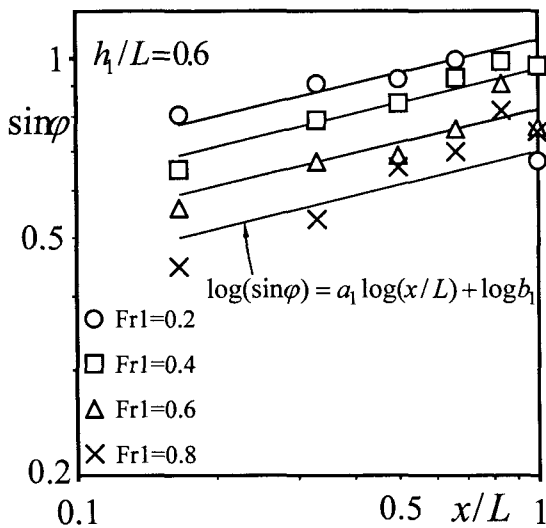


図-6 $\sin \phi$ と x/L の関係

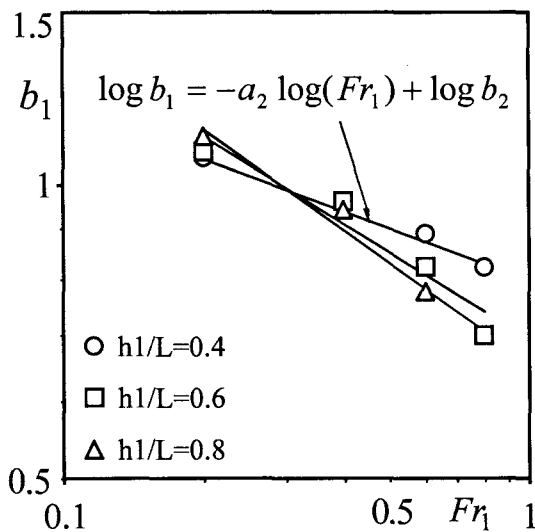


図-7 切片 b_1 と Fr_1 の関係

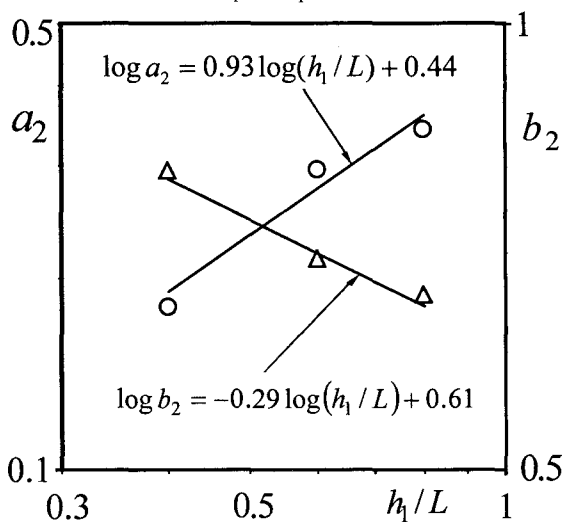


図-8 傾き a_2 および切片 b_2 と h_1/L の関係

(4) 堰上での越流角度の定式化

図-5より越流角度 ϕ の変化率が流下に伴って減少していることが判明した。そこで、図-6に各フルード数 Fr_1 ごとの越流角度の正弦成分 $\sin \phi$ の流下方向変化を両対

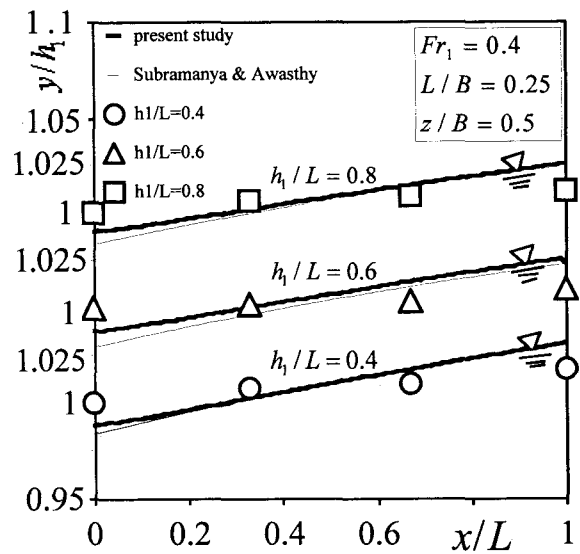


図-9 水面形の予測値 ($Fr_1 = 0.4$)

数表示する。なお、 $\sin \phi$ は $y/h_1 = 0.25, 0.50, 0.75$ の断面における越流角度 ϕ を平均して求めた。いずれのフルード数 Fr_1 においても $\sin \phi$ は流下方向に増加している。多少のばらつきがあるものの、両者の関係は線形的なので、次式で両者の関係を近似的に表した。

$$\log(\sin \phi) = 0.19 \log(x/L) + \log(b_1) \quad (8)$$

傾き a_1 に着目すると、フルード数 Fr_1 が 0.8 の時はそれ以下のフルード数の時よりも大きな傾向があるものの、系統的な変化が見られないことから、ここでは傾き a_1 を一定値とした。その結果、 a_1 は 0.19 と算出された。一方、切片 b_1 はフルード数 Fr_1 および相対水深 h_1/L に依存すると考えられる。

図-7に相対水深 h_1/L ごとのフルード数 Fr_1 と切片 b_1 との関係を両対数表示する。いずれの相対水深 h_1/L においてもフルード数 Fr_1 の増加に伴い切片 b_1 が減少している。また、両者の関係が線形的であると判断される。そこで、両者の関係を次式で近似し、傾き a_2 および切片 b_2 を算出した。

$$\log(b_1) = -a_2 \log(Fr_1) + \log(b_2) \quad (9)$$

傾き a_2 および切片 b_2 は相対水深 h_1/L の関数となる。

図-8に相対水深 h_1/L と傾き a_2 と切片 b_2 の関係を両対数表示する。同様に次式が求められる。

$$\log(a_2) = 0.93 \log(h_1/L) + \log 0.44 \quad (10)$$

$$\log(b_2) = -0.29 \log(h_1/L) + \log 0.61 \quad (11)$$

式(8)～式(11)から $\sin \phi$ を示す次式が求められる

$$\sin \phi = (x/L)^{0.19} \times Fr_1^{-0.44} (h_1/L)^{0.93} \times 0.61 (h_1/L)^{-0.29} \quad (12)$$

(5) 水面形および越流量の予測

本研究で提案した式(12)と式(1), (3), (4)および次式に水路下流の実測水深を境界条件として与えると、水面形および越流量の予測値が求められる。

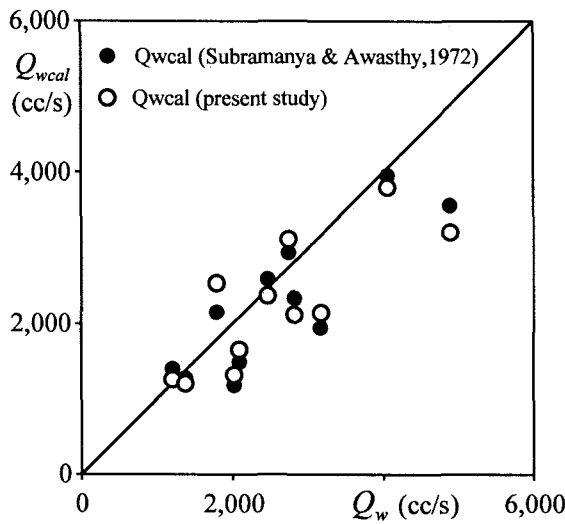


図-10 実測越流量 Q_w と予測越流量 Q_{wcal} の関係

$$\frac{dh}{dx} = \frac{\sin \theta + Qq^* / (gA^2)}{\cos \theta - Q^2 B / (gA^3)} \quad (13)$$

ここに、 A は断面積である。同様に、式(6)、(7)および式(13)からSubramanya & Awasthy⁴⁾の予測値が求められる。図-9にフルード数 Fr_1 を0.4に固定して相対水深 h_1/L を変化させた場合の水面形を示す。プロットが実験値で太線が式(12)を用いた予測値で、細線がSubramanya & Awasthy⁴⁾式の予測値である。堰中央から終端にかけては両計算結果に大きな差は見られないが、堰始端付近では本計算結果の方が若干良好な予測となった。

図-10に予測越流量 Q_{wcal} と実測越流量 Q_w の関係を示す。白丸は式(12)を用いた予測値で、黒丸はSubramanya & Awasthy⁴⁾式の予測値である。式(12)を用いた予測越流量は必ずしもSubramanya & Awasthy⁴⁾の予測越流量よりも誤差が小さいとは限らず、精度は同程度である。ただし、式(12)は相対堰長が考慮されている点が優れている。

5. おわりに

横越流堰における越流量はフルード数 Fr_1 、相対水深 h_1/L 、相対堰長 L/B および相対堰高 S/h_1 の4つのパラメータの影響を受ける。しかし、既往の研究ではこれらのパラメータを独立に変化させて実験していないため、各研究者が提案した流量係数に差異が生じている。本研究では、相対堰高がゼロの場合で接近流が常流の横越流堰において、相対堰長 L/B を固定した状態で、フルード数 Fr_1 および相対水深 h_1/L を系統的に変化させて流量、水面形および流速測定を行った。その結果得られた知見を以下に示す。

(1) 横越流堰による流速場への影響は堰周辺のみで、対岸にはほとんど影響を与えない。

(2) 堰上の流向は鉛直方向にはほとんど変化がなく、流下方向の変化量が支配的であり、鉛直方向には2次元的とみなせる。

(3) 相対堰高 S/h_1 がゼロで相対堰長 L/B が0.25における新たな流量式を式(1)、(3)、(4)および(12)のように提案した。式(12)を用いた越流量の予測精度はSubramanya & Awasthy⁴⁾式と同程度であるが、水面形の予測精度は彼らのものよりも良好であった。

(4) 本研究では、フルード数 Fr_1 および相対水深 h_1/L のみを変化させたが、相対堰長 L/B の影響を考慮しておらず、また h_1/L の範囲も狭いといえる。今後、 L/B の影響も考慮すると共に、 h_1/L の範囲も実河川のものに近づけて、相対堰高 S/h_1 がゼロの場合の流量式を確立したい。さらに、相対堰高 S/h_1 が有限の場合の流量式の確立に挑みたい。

謝辞：水路の組み立ておよび配管工事に協力いただいた九州工業大学学部生の松本和也氏に謝意を表す。

参考文献

- 1) De Marchi, G.: Essay on the performance of lateral weirs, *L' Energia Elettrica*, Milan, Italy, Vol.11, pp.849-860, 1934.
- 2) Ackers, P.: A theoretical considerations of side-weir a stream water outflows, *Proc. of the Institute of Civil Engineers*, London, Vol.6, 1957.
- 3) 中川博次, 宇民正：横越流分水工の機能設計に関する研究, 京大防災研年報, 第9号, pp.539-550, 1966.
- 4) Subramanya, A. and Awasthy, S.C.: Spatially varied flow over side-weirs, *J. Hydraulics Division*, ASCE, Vol.98, pp.1-10, 1972.
- 5) Ranga Raju, K.G., Prasad, B. and Gupta, S.K.: Side weir in rectangular channel, *J. Hydraulics Division*, ASCE, Vol.105, pp.547-554, 1979.
- 6) James, W. and Mitri H.: Modelling side-weir diversion structures for stormwater management, *Canadian J. Civil Engineering*, Vol.9, pp.197-205, 1982.
- 7) 室田明, 福原輝幸, 鋤田義浩：横越流堰の越流量の評価に関する研究, 土木学会論文集, 第363号/II-4, pp.249-252, 1985.
- 8) Singh, R. Manivannan, D. and Satyanarayana, T.: Discharge coefficient of rectangular side weirs, *J. Irrigation and Drainage Engineering*, Vol.120, pp.814-819, 1994.
- 9) Hager, W.H.: Lateral outflow over side weirs, *J. Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol.113, pp.491-504, 1987.
- 10) Borghei, S.M., Jalili, M.R. and Ghodsian, M.: Discharge coefficient for sharp-crested side weir in subcritical flow, *J. Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol.123, pp.1051-1056, 1999.

(2003. 9. 30受付)