

# 地盤の不均質を考慮した降雨浸透・浸出過程の 気液2相流数値シミュレーション

TWO-PHASE FLOW SIMULATION OF RAINFALL INFILTRATION AND  
SEEPAGE PROCESSES CONSIDERING HETEROGENEITY

齋藤 雅彦<sup>1</sup>・川谷 健<sup>2</sup>  
Masahiko SAITO and Takeshi KAWATANI

<sup>1</sup>正会員 博士（工学） 神戸大学助手 都市安全研究センター（〒657-8501 神戸市灘区六甲台町1-1）

<sup>2</sup>フェローメンバー Ph. D. 神戸大学教授 都市安全研究センター（〒657-8501 神戸市灘区六甲台町1-1）

To understand the influence of heterogeneity on rainfall infiltration and seepage, the governing equations of two-phase flow through porous medium are employed and the finite element formulation is carried out. And  $1/f^{\zeta}$  model is introduced as the geostatistical model of hydraulic conductivity. It was shown that when ground surface was under the ponded condition, surface water reached water table faster because of heterogeneity. However, when ground surface was in non-ponded condition, the influence of heterogeneity depended on analysis scale. Moreover, distribution of pore water pressure was highly related to distribution of saturated hydraulic conductivity of ground surface.

**Key Words :** rainfall infiltration, two-phase flow, heterogeneity, fractal, hydraulic conductivity, finite element method

## 1. 序論

降雨浸透過程を適切に把握することは、斜面や造成地の安定問題、あるいは農地のかんがい問題等について考える際に特に重要である。このような浸透プロセスの場合、飽和領域・不飽和領域が時間とともに変化するが、不飽和浸透特性を得ることができれば、一般に差分法や有限要素法による飽和・不飽和浸透流解析<sup>1), 2), 3)</sup>によって包括的に解析することができる。また、近年における計算機の性能向上に伴って、この方法はすでに広く普及する段階に至っている。

しかしながら、シミュレーションの際に必要となる地盤の物性値に関しては、鋼材やコンクリートのような人工的に管理された材料、もしくは水のような単一の物質とは異なり、仮に地質学的に同一と判断される場合においても地盤の物性値は一定ではなく、空間的に大きくばらつき、その全貌を把握することは少なくとも現時点では不可能である。このため、現実には限られた調査地点において得られた調査結果から、地質学的に同一と見なすことができる地層については物性値も一定と仮定せざるを得ず、このことが解析結果の信頼性の向上を図るう

えで大きな障害となっている。つまり、通常は地盤情報については極度に単純化されているため、数値シミュレーションによって得られる結果は、あくまで「平均的」であり、必ずしも現実を再現し得るものではない。

これに加えて、降雨浸透過程では大気と接する境界付近の飽和度がはじめに上昇するため、大気と地盤内の空気の自由な交換が阻害される。このとき、間隙内空気の圧縮とこれに伴う空気圧および水圧の上昇が生じる。一方、飽和不飽和浸透流解析では空気の運動を無視しているため、上記のような浸透挙動を適切に評価できない場合があることが指摘されている<sup>4), 5), 6), 7)</sup>。

本研究では、これらの問題に対して、気液2相流の基礎式に基づくFEM解析<sup>8), 9)</sup>を用いることによって間隙内空気の運動を考慮するとともに、確率的フラクタルモデルを用いた地盤物性値の空間分布モデル<sup>10), 11), 12)</sup>を適用することによって、より現実的な流れ場の数値モデルを構築し、降雨浸透過程における不均質性の影響について考察する。

## 2. 気液2相流の基礎方程式と物性値

### (1) 基礎方程式

地盤内の気液2相流の基礎方程式は、連続の式とダルシーの法則、不飽和浸透特性、空気の圧縮性等を考慮して、以下のように表される。

$$\phi C' \left( \frac{\partial p_a}{\partial t} - \frac{\partial p_w}{\partial t} \right) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left\{ k_{rw} K_{ws} \left( \frac{\partial p_w}{\partial x_j} + \frac{\partial x_3}{\partial x_j} \right) \right\} \quad (1)$$

$$\phi \left( (1-S_w) B' - \frac{C'}{\beta_a} \right) \frac{\partial p_a}{\partial t} + \phi \frac{C'}{\beta_a} \frac{\partial p_w}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{k_{ra}}{\beta_a} K_{as} \frac{\partial p_a}{\partial x_j} \right) \quad (2)$$

ここに、 $t$  は時間、 $x_i$  は空間座標、 $p_w$  および $p_a$  はそれぞれ水圧および空気圧（いずれも水頭換算値）、 $\phi$  は間隙率、 $S_w$  は水の飽和度、 $\beta_a$  は構成体積率、 $k_{rw}$  は比透水係数、 $k_{ra}$  は比透気係数である。また、

$K_{ws} = \rho_w g \frac{k}{\mu_w}$ 、 $K_{as} = \rho_w g \frac{k}{\mu_a}$ 、 $\rho_w$  は水の密度、 $g$  は重力加速度、 $k$  は固有透過度、 $\mu_w$  および $\mu_a$  はそれぞれ水と空気の粘性係数であり、

$$B' = \frac{d}{dp_a} \left( \frac{1}{\beta_a} \right), \quad C' = \frac{dS_w}{dp_c}, \quad p_c = p_a - p_w \text{ である。}$$

境界条件は、圧力規定の境界 $\Gamma_1$ 上で、

$$p_w = p_{wb} \quad , \quad p_a = p_{ab} \quad (3)$$

流束規定の境界 $\Gamma_2$ 上で、

$$q_w = -k_{rw} K_{ws} \left( \frac{\partial p_w}{\partial x_j} + \frac{\partial x_3}{\partial x_j} \right) l_i, \quad q_a = -\frac{k_{ra}}{\beta_a} K_{as} \frac{\partial p_a}{\partial x_j} l_i \quad (4)$$

である。ここに、 $l_i$  は境界の外向き単位法線ベクトルの*i*方向成分である。

ここで、式(1)の左辺第1項および空気の運動を表す式(2)を無視すると、Richardsの式<sup>13)</sup>に基づく飽和・不飽和浸透流解析の基礎式となる。

### (2) 水分特性曲線

解析に必要な物性値である比透水係数 $k_{rw}$ および比透気係数 $k_{ra}$ は飽和度の関数、飽和度 $S_w$ は毛管圧 $p_c$ の関数と考えられる。これらの関係（水分特性曲線）を数学的にモデル化する試みがなされ、多くのモデルが提案されているが、ここでは式(5)のVan Genuchten<sup>14)</sup>の式を用いる。

$$S_e = \left[ 1 + (\alpha p_c)^n \right]^{-m} \quad (5)$$

ここに、 $\alpha$ 、 $n$ 、 $m$  は形状パラメータであり、 $n$ 、 $m$  は無次元、 $\alpha$  は圧力水頭の逆数の次元を持つ。また、 $S_e$  は次式で定義される有効飽和度である。

$$S_e = \frac{S_w - S_r}{1 - S_r} \quad (6)$$

ここに、 $S_r$  は残留飽和度である。また、 $n$  と  $m$  の関係は、次式を用いる。

$$m = 1 - 1/n \quad (7)$$

また、比透水係数、比透気係数と有効飽和度の関係は、水、空気それぞれについて

$$k_{rw} = S_e^\varepsilon \left\{ 1 - \left( 1 - S_e^{1/m} \right)^m \right\}^2 \quad (8)$$

$$k_{ra} = (1 - S_e)^\gamma \left( 1 - S_e^{1/m} \right)^{2m} \quad (9)$$

と表される。ここに、 $\varepsilon$  および  $\gamma$  は空隙の連続性に関わるパラメータであるが<sup>15)</sup>、一般に、 $\varepsilon=1/2$ 、 $\gamma=1/3$  が用いられることが多い。また、式(5)を $p_c$ で微分すると次式を得る。

$$\frac{dS_w}{dp_c} = -\alpha mn(1 - S_r)(\alpha p_c)^{n-1} \left\{ 1 + (\alpha p_c)^n \right\}^{m-1} \quad (10)$$

すなわち、パラメータとして  $\alpha$  および  $n$  と、残留飽和度  $S_r$  を与えれば不飽和浸透特性が得られる。

### (3) 水および空気の粘性係数

水の粘性係数は温度の関数として次式で与えられる<sup>16)</sup>。

$$\mu_w(t_w) = \frac{\mu_{w0}}{1 + 3.368 \times 10^{-2} t_w + 2.2099 \times 10^{-4} t_w^2} \quad (11)$$

ここに、 $\mu_{w0}$  は  $0^\circ\text{C}$ 、1気圧における水の粘性係数 ( $= 1.78 \times 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{sec}$ )、 $t_w$  は水温 ( $^\circ\text{C}$ ) である。水の粘性係数の圧力依存性はきわめて小さいため、ここでは無視する。

空気の粘性係数は、 $p_a=1$  気圧の場合、絶対温度 $T_a$ の関数として次式で与えられる<sup>16)</sup>。

$$\mu_a(T_a) = \mu_{a0} \left( \frac{T_a}{T_{a0}} \right)^{2/3} \quad (12)$$

ここに、 $\mu_{a0}$  は  $0^\circ\text{C}$ 、1気圧における空気の粘性係数 ( $= 1.72 \times 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s}$ )、 $T_a$  は空気の絶対温度 (K)、および  $T_{a0}=273.2$  (K) である。空気の粘性係数の圧力依存性

は、1.0 MPa以下ではきわめて小さく、特に高圧の場合以外は無視できると考えられる。

### 3. 地盤物性値の空間分布モデル

#### (1) 透水係数の空間分布

透水係数の空間分布モデルとしては、実測値から得られた共分散関数やバリオグラムを近似関数で表現したものが広く用いられており、指数型モデル、ガウス型モデル、球形モデル、べき乗モデル等種々のものが提案されている<sup>17)</sup>。しかしながら、これらの近似関数の適否については、一般に実測値との適合性を基に判断されるのみで、その理論的背景は明確ではない。これに対し、著者ら<sup>10), 11), 12)</sup>は理論的考察に基づく確率的フラクタルモデルを用いて、透水係数の対数変換値( $Y = \log(K_{ws})$ )のパワースペクトル密度関数が次式のように  $f^{-\zeta}$  型となる空間分布モデルを提案し、実地盤における透水係数の空間分布特性を容易に模擬し得ることを確認している。

$$S(|f|) \propto |f|^{-\zeta} \quad (13)$$

ここに、 $f$  は空間周波数ベクトル、 $S(|f|)$  はパワースペクトル密度、 $\zeta$  は空間的な相関性を表すパラメータであり、2次元モデルの場合  $\zeta \approx 2$  である。このとき、自己相関関数を指數関数で近似した場合の相関長（積分特性距離）は、解析対象スケールの0.1倍程度となる<sup>11)</sup>。

また、本モデルにおける $Y$ の分散は、解析スケールが一定の場合、空間解像度の対数値に比例することがわかっている。すなわち、解像度を $N$ 、比例定数を $\lambda$ とすると以下のように表せる。

$$\sigma^2 = \lambda \log_{10} N \quad (14)$$

ここに、 $\sigma$  は標準偏差、解像度 $N$  は、ある正方形領域を $N \times N$  個の正方形に分割することを意味する。

以上のように、本モデルでは透水係数の空間分布特性は、相関性を表すパラメータ $\zeta$  と、ばらつきの大きさを表すパラメータ $\lambda$  によって特徴付けられる。

#### (2) 不飽和浸透特性の空間分布

水分特性曲線としてVan Genuchtenの式を用いる場合、パラメータとして $\alpha$ 、 $n$ 、および残留飽和度 $\psi_r$ を決定する必要がある。しかし、これらの不飽和浸透特性の空間分布については不明な点が多く、これらと飽和透水係数との関係についても明確にされていない。このため本研究では、砂質土を用いた谷中ら<sup>18)</sup>、およびガラスピーズを用いた中川ら<sup>19)</sup>によって報告されている室内試験結果（図-1）に基づき、飽和透水係数 $K_{ws}$ と $\alpha$ の関係を式(15)のように決定した。

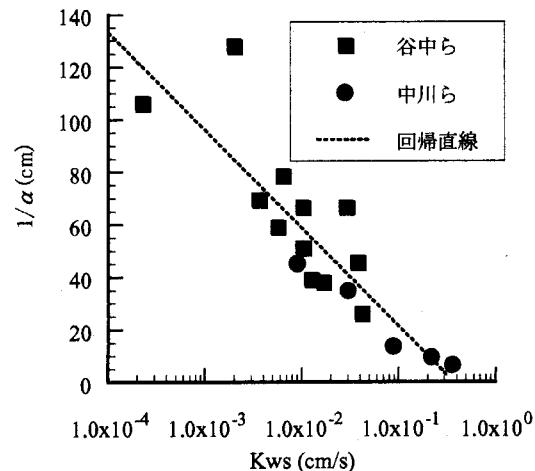


図-1 飽和透水係数と $\alpha$ の関係<sup>18), 19)</sup>

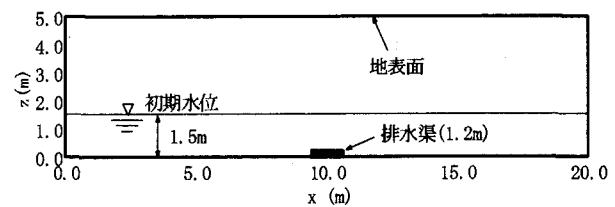


図-2 解析領域と初期水位

$$\alpha^{-1} = -37.35 \times \log_{10} K_{ws} - 16.22 \quad (15)$$

ここに、 $\alpha$  の単位は  $\text{cm}^{-1}$ 、 $K_{ws}$  の単位は  $\text{cm/s}$  である。また、他のパラメータについては、明瞭な相関関係が確認できなかったので一定値と仮定した。

### 4. 解析条件

図-2に解析領域の概要を示す。解析領域は幅20 m × 高さ5 m、または幅40 m × 高さ10 mの鉛直2次元地盤であり、基底部の中央部1.2m、または2.4mに排水渠があるものとした。初期条件は、地下水水面は $z=1.5$  mまたは3.0 mにあり、水圧は静水圧分布、空気圧は全領域において $p_a=0$  m（大気圧）とした。

解析ケースは、境界条件（湛水条件または降雨条件）および解析スケールを変化させて3ケース実施し、それぞれのケースについて均質と不均質による違いについて比較した（表-1）。

境界条件は、Case-1（湛水条件）の場合に地表面において $p_a=p_w=0$  m、Case-2、Case-3（降雨条件）の場合は図-3に示すように、 $t < 1$  日で $R_f=0$  mm/hr、1日  $\leq t \leq 2$  日で $R_f=10$  mm/hr、2日  $< t < 3$  日で $R_f=0$  mm/hr、3日  $\leq t \leq 3.5$  日で $R_f=10$  mm/hr、3.5日  $< t$  で $R_f=0$  mm/hrである。排水渠においては、すべてのケースで $p_a=p_w=0$  mとし、その他の境界は不透水性・不透気性境界 ( $q_a=q_w=0$ ) とした。

表-1 解析ケースの一覧

ケース		均質/ 不均質	境界条件	解析スケール
Case-1	A	均質	湛水条件	20 m × 5 m
	B	不均質		
Case-2	A	均質	降雨条件	40 m × 10 m
	B	不均質		
Case-3	A	均質		
	B	不均質		

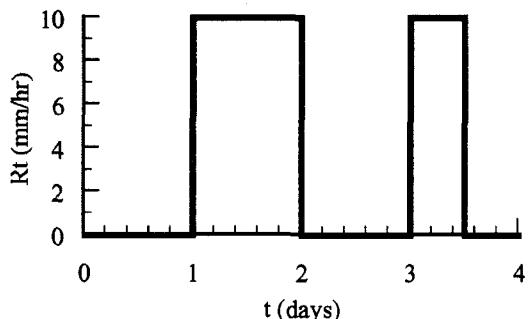


図-3 降雨条件

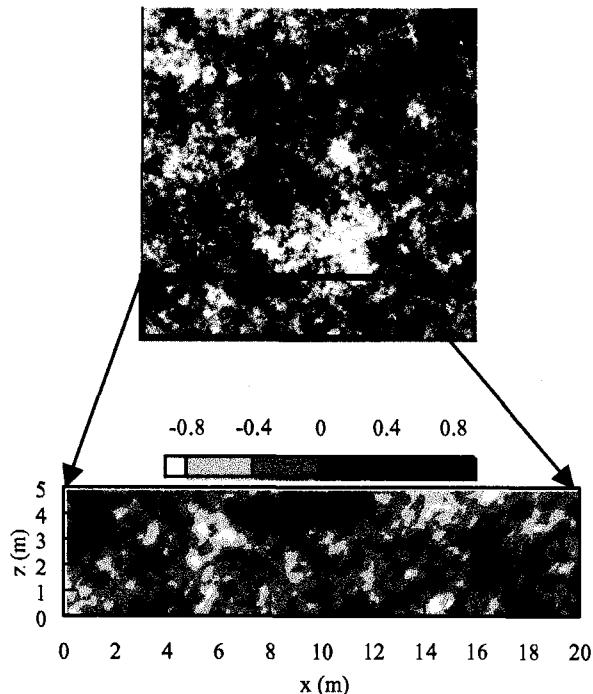


図-4 透水係数(Y)分布の作成例

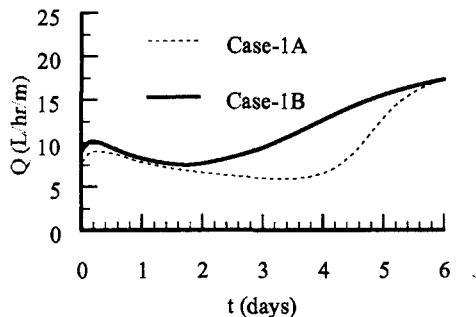


図-5 排水孔からの流出量の時間変化 (Case-1)

不均質モデルにおける飽和透水係数分布は、まず  $25.6 \text{ m} \times 25.6 \text{ m}$  または  $51.2 \text{ m} \times 51.2 \text{ m}$  の正方形領域を  $128 \times 128$  個の正方形に分割し ( $N=128$ )，  $\sigma=0.43$  ( $\lambda=0.088$ )，  $\zeta=2.0$ ， 平均値=0として  $Y$  の分布を発生させる。つぎに、この領域から図-4のように  $100 \times 25$  個の部分領域を切り取って、 $20 \text{ m} \times 5 \text{ m}$  または  $40 \text{ m} \times 10 \text{ m}$  の領域をつくり、 $Y$  の平均値を  $K_{wa}$  に調整する。ここで、 $K_{wa}$  は  $1.0 \times 10^4 \text{ cm/s}$  とする。このような透水係数分布を50回発生させ、さらに  $Y$  の正負を入れ替えたものを加えた100回の分布を用いて平均値等を計算した。

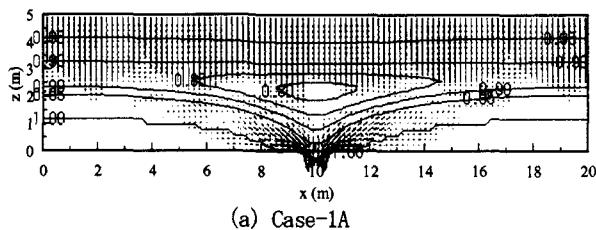
また、解析に用いる水分特性曲線のパラメータはそれぞれ  $n=2.5$ ，  $S_r=25\%$  とし、 $\alpha$  は飽和透水係数分布に応じて式(15)で与えた。水および空気の粘性係数は、温度  $T=15^\circ\text{C}$  として式(11)および式(12)より求め、間隙率は、 $\phi=0.25$  で一定とした。

## 5. 解析結果と考察

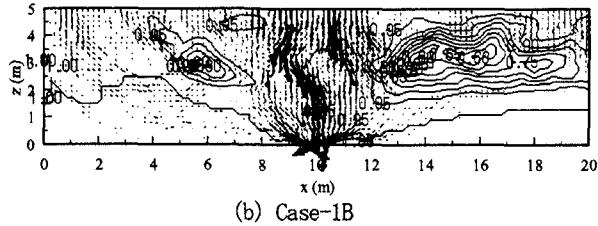
### (1) 湛水条件下での排水渠からの流出水量の時間変化

図-5は、Case-1における排水渠からの単位時間当たり流出水量の時間変化を示している。ここで、Case-1Bについては、先に述べた100種類の不均質地盤の生成結果を用いた計算の平均値である。

いずれのケースにおいても不均質性を考慮した場合に、比較的早い時間から流出量の増加が始まっており、地表面から流入した水が地下水に達するまでの時間が短いことがわかる。一方、十分時間が経過した後には、両者の差は顕著には表れていない。また、図-6は、Case-1において  $t=3.0$  日の流速分布と飽和度分布の計算結果を示している。ここで、Case-1Bは図-4で示した飽和透水係数分布を用いた場合の計算例である。Case-1Aでは、地表面から均等に流入し、この時点で地下水に到達していないが、Case-1Bでは流速分布のばらつきが大きく、とくに中央部の流速が大きいことがわかる。また、領域の左側はすでに飽和状態に達しているが、局的に飽和度の小さい部分も残されている。これらの結果より、地盤を均質と仮定した場合、最終的な流出量は概ね平均値と一致するが、流入水が地下水に達するまでの時間を過大に評価することがわかる。



(a) Case-1A



(b) Case-1B

図-6 流速分布と飽和度分布 ( $t=3.0$ 日 : Case-1A, Case-1B)

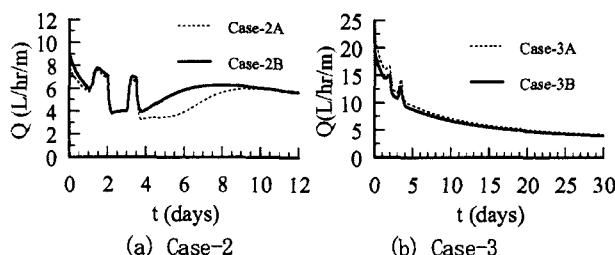
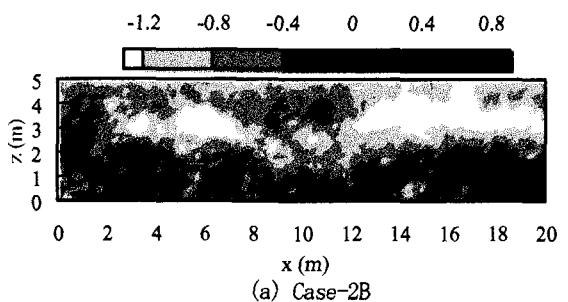
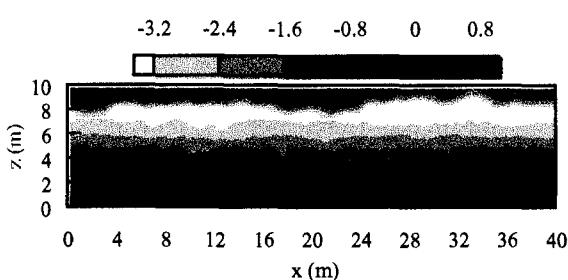


図-7 排水孔からの流出量の時間変化 (Case-2, Case-3)



(a) Case-2B



(b) Case-3B

図-8 不飽和透水係数 ( $\log(k_{rw} \times K_{ws}/K_{wa})$ ) の分布 ( $t=3.0$ 日 : Case-2B, Case-3B)

## (2) 降雨条件下での排水渠からの流出水量の時間変化

図-7はCase-2およびCase-3における排水渠からの単位時間当たり流出水量の時間変化を示している。解析スケールが小さいCase-2では、Case-1と同様に不均質の場合に流出量の増加が早くなっているのに対し、Case-3ではこのような差はほとんど生じていない。図-8は、Case-2BおよびCase-3Bのt=3.0日における不飽和透水係数の対数値 ( $\log(k_{rw} \times K_{ws}/K_{wa})$ ) の分布である。

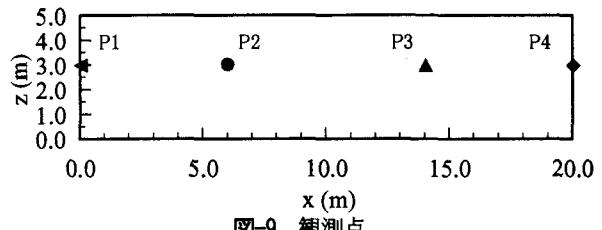


図-9 観測点

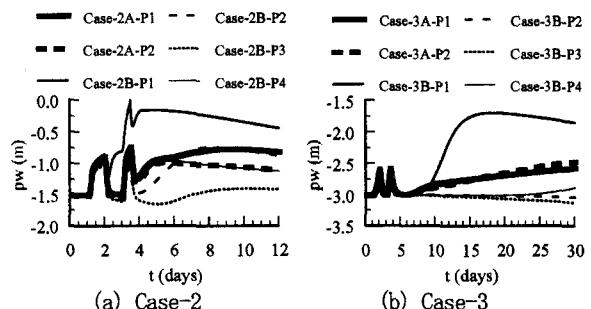


図-10 間隙水圧の時間変化 (Case-2B, Case-3B)

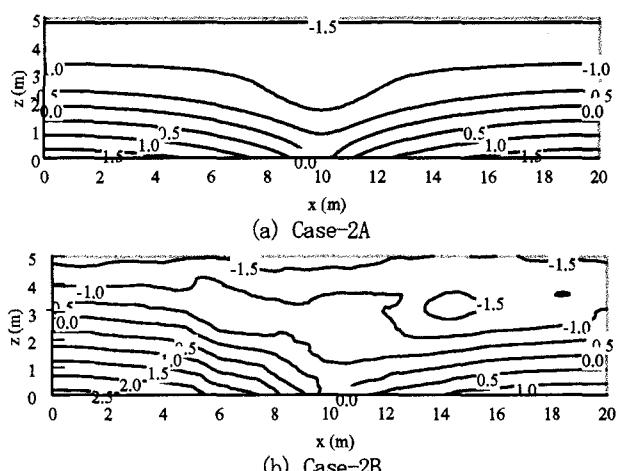


図-11 間隙水圧分布 ( $t=6$ 日 : Case-2A, Case-2B)

Case-2Bでは領域上部においてばらつきが大きいが、Case-3Bでは水平方向のばらつきが比較的小ない。これは、解析スケールが大きい場合は降雨の影響が地下水まで到達しておらず、飽和度が小さい領域では、不飽和透水係数に支配されるため、飽和透水係数のばらつきの影響を受けにくくなる為と考えられる。

## (3) 間隙水圧に対する不均質性の影響

排水渠からの流出量は、主に解析領域の平均的性質を反映するものであるが、領域内の間隙水圧分布は地盤物性値のばらつきを直接的に反映する。以下では、100回の平均値ではなく、図-4に示した不均質地盤において、図-3に示したような降雨条件を与えた場合に、図-9に示すP1～P4の各観測点における間隙水圧について均質地盤の解析結果と比較する。

図-10は、Case-2およびCase-3のP1～P4における間隙水圧の時間変化、また、図-11は、Case-2AとCase-2Bのt=6日における水圧分布を示している。これらより、領

域の左側 (P1, P2) では、間隙水圧は均質のケースより大きく、右側 (P3, P4) は小さくなっている。顕著な非対称性が表れている。

このような非対称性は、当然のことながら飽和透水係数分布 (図-4) の偏りに由来するが、透水係数の対数変換値  $Y$  ( $=\log_{10}(K_w/K_{wa})$ ) の平均値について領域の左半分と右半分を比較すると、それぞれおよそ 0.002, -0.002 となり、ほとんど差はない。しかし、領域の上部 60cm(Case-3 は 120cm) の範囲に限れば、 $Y$  の平均値はそれぞれ 0.12, -0.20 となり、左側が大きくなっている。このことから、水圧分布は地表面付近の透水性の影響を特に強く受けるものと考えられる。

## 6. 結論

本研究では、降雨浸透過程における地盤物性値の不均質性の影響について検討するため、気液2相流の基礎式に基づく数値シミュレーションを行った。ここで、透水係数の空間分布モデルとして、確率的フラクタルモデルを用い、排水量の時間変化の平均的挙動、ならびに不均質性が間隙水圧分布に与える影響について調べた。これらによってえられた結果を以下にまとめる。

- 1) 地盤を均質と仮定した場合、最終的な流出量は概ね平均値と一致するが、流入水が地下水面上に達するまでの時間を過大に評価する場合がある。
- 2) 解析スケールが大きくなると、降雨の影響範囲が相対的に小さくなり、不飽和領域が広く残る。このため不飽和透水係数が支配的となり、流出量の平均的挙動は飽和透水係数のばらつきの影響を受けにくくなる。
- 3) 間隙水圧分布は地表面付近の透水性の影響を特に強く受ける。

## 参考文献

- 1) Neuman, S. P.: Saturated unsaturated seepage by finite elements, *Proc. ASCE HY*, Vol.99, No.12, pp.2233-2250, 1973.
- 2) Neuman, S. P.: Galerkin method of analyzing non-steady flow in saturated-unsaturated porous media, *Finite element Method in flow problem*, edited by C. Taylor, O.C. Zienkiewicz, R.H. Gallagher, John Wiley & Sons, Chap.19, 1974.
- 3) 赤井浩一, 大西有三, 西垣 誠: 有限要素法による飽

和-不飽和浸透流の解析, 土木学会論文集, 第264号, pp.87-96, 1977.

- 4) 田中茂: 土壌間隙空気の圧縮を考慮した地中への鉛直浸透, 第13回水理講演会講演集, pp.61-66, 1969.
- 5) 佐藤邦明: 間隙空気の圧縮を伴う鉛直浸透に関する一考察, 土木学会論文報告集, 第216号, pp.21-28, 1973.
- 6) 高木不折, 森下忠司: 2相流としての不飽和鉛直浸透解析, 土木学会論文報告集, 第271号, pp.37-44, 1978.
- 7) 斎藤雅彦, 川谷健: 間隙内空気の運動を考慮した数値シミュレーションによる雨水浸透・浸出過程に関する研究, 応用力学論文集, Vol.6, pp.865-872, 2003.
- 8) Pinder, G. F. and Gray, W. G.: Finite element simulation in surface and subsurface hydrology, Academic Press, pp.184-190, 1977.
- 9) Meiri, D.: Two-phase flow simulation of air storage in an aquifer, *Water Resources Research*, Vol.17, No.5, pp.1360-1366, 1981.
- 10) 斎藤雅彦, 川谷健: 透水係数の空間分布に関する理論的考察, 土木学会論文集, No.645/III-50, pp.103-114, 2000.
- 11) 斎藤雅彦, 川谷健: 透水係数の空間分布モデルの適用性に関する一考察, 土木学会論文集, No.694/ III-57, pp.245-258, 2001.
- 12) 斎藤雅彦, 川谷健: 確率的フラクタルモデルを用いた1次元不均質浸透場における透水係数分布の統計的性質について, 応用力学論文集, Vol.5, pp.491-498, 2002.
- 13) Richards, L. A.: Capillary Conduction of Liquids through Porous Mediums, *Physics*, 1, pp.318-333, 1931.
- 14) Van Genuchten, M. T.: A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils, *Soil Science Society American Journal*, Vol.44, pp.892-898, 1980.
- 15) Maulem, Y.: A new model for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated porous media, *Water Resources Research*, Vol.12, pp.513-522, 1976.
- 16) 日本機械学会編: 技術資料, 流体の熱物性値集, 1983.
- 17) de Marsily, G.: *Quantitative Hydrogeology*, Academic Press Inc., 1986.
- 18) 谷中仁志, 石田哲朗: 砂質土における比透水係数曲線 ( $\theta-k_r$ ) の検討, 第33回地盤工学研究発表会, pp.1817-1818, 1998.
- 19) 中川啓, 岩田将英, 筑紫二郎, 粕井和朗: 不飽和-不均一多孔媒体における物質輸送特性について, 水工学論文集, 第47巻, pp.337-342, 2003.

(2003. 9. 30受付)