

単一斜面における水質ハイドログラフ形成過程 に関する研究

STUDIES ON FORMATION PROCESS OF WATER QUALITY HYDROGRAPH IN A SLOPE

呉修一¹・山田正²

Shuichi KURE and Tadashi YAMADA

¹ 学生員 中央大学大学院 理工学研究科土木工学専攻 (〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27)

² 正会員 工博 中央大学教授 理工学部土木工学科 (〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27)

The purpose of the present study is to clarify formation process of the water quality hydrograph. We obtained a partial differential equation to explain the formation of pollutant hydrograph with overland or subsurface flow in a slope. This equation was numerically calculated with a runoff equation. Further, we obtained two ordinary equations to approximately and conveniently express the hydrographs of discharge and water quality. The characteristics of water quality hydrograph observed in mountainous basins can be explained rationally by the method proposed in this paper.

Key Words: Water quality hydrograph, Rainfall-runoff, Mountainous slope, Lumped model

1. はじめに

降雨流出に伴い様々な汚濁負荷物質が流出し、河川そして湖へ流入する。これにより、河川、湖沼では洪水前後において COD 等の水質指標が変化する。よって、降雨流出量を定量的に評価すると同時に、それに伴う汚濁負荷物質の流出量も算定することは非常に重要である。河川、湖沼等への富栄養物質の流入形態と汚濁負荷の発生源としての流域特性との関係を追及することは流域総合管理における環境要因の点で有益な知見を与えるものと考えられる。さらに、降雨流出と河川における水質変動特性の関連性を明らかにすることは、降雨流出経路の把握に流入水質変動特性の側面からの推定を可能にするものと考えられる。

従来から、降雨流出成分である表面流、中間流、地下水流の成分分離の問題に関しては、トレーサーとして種々の物質を用いた研究が海老瀬ら¹⁾、竹内ら²⁾、Sklash・Farvolden³⁾らによって行われており、山口ら⁴⁾、平田ら⁵⁾、坂本⁶⁾らは降雨時の河川水質の変化についての研究を行っている。山口ら⁴⁾は、出水時の流量と汚濁負荷量の関係は増水時と減水時で異なることを示すとともに、先行する出水があると後の出水時の負荷量は比較的少なく、逆に長期間出水が無い場合の出水では多くの負荷量が流出することを実測から示した。平田ら⁵⁾は、降雨時の溪

流水質変化には二つのタイプがあり、降雨に対する溶存物質の応答特性の違いは、逡減時に現われ、濃度が降雨前のベース値に回復する物質とこれを上回る物質に大別されることを示した。同様に坂本⁶⁾は、実測により NO₃⁻の河川における降雨時の変化には流量ピークよりも NO₃⁻のピークが遅く現れる場合と早く現れる場合、流量ピーク時に減少する場合があることを示している。また、河川への富栄養物質の流入量の算定手法として、水質タンクモデルを用いる方法が多く提案されているが、パラメータの物理的根拠が不明であり、過去の水文資料が無い場合パラメータの不確定性の問題が常に存在する。物理的根拠に基づいた汚濁物質負荷量の算定を行った例は皆無といえる。

本論文は流域の最小単位として単一斜面を考え、斜面における降雨流出現象に伴う土壌内汚濁物質の巻き上げや析出に起因する水質ハイドログラフ形成過程の特性の把握を目的とし、汚濁物質濃度変化の物理的根拠に基づいた負荷量計算手法を提案する。また、著者らは多くの実測から判断し降雨時の河川渓流水質は、1) 流量ピークより物質濃度ピークが早い初期高濃度型(ファーストフラッシュ型)、2) 濃度ピークが遅い後期高濃度型、3) 流量の希釈効果に伴い流量ピーク時に濃度が最小値をとる流量希釈型の3つに大別できると考え、以下本論文では1) 初期高濃度型、2) 後期高濃度型、3) 流量希釈型の用語

を用いる.

$$\frac{f}{h} = f_0 \quad (10)$$

2. 単一斜面における降雨流出に伴う汚濁物質濃度変化の基礎式の導出

(1) 単一斜面における降雨流出の基礎式の導出

単一斜面における降雨流出の直接流出成分は様々な流出形態をとるとして、一般化された運動則を(1)式とする. 連続式は(2)式のように表される. (1)式を(2)式へ代入し単位幅流量 q について整理すると(3)式の表面流に関する kinematic wave 方程式が得られる.

$$v = \alpha h^m, \quad q = vh = \alpha h^{m+1} \quad (1)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = r(t) \quad (2)$$

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \alpha q^\beta \frac{\partial q}{\partial x} = \alpha q^\beta r(t) \quad (3)$$

$$\text{ただし, } a = (m+1)\alpha^{\frac{1}{m+1}} \quad (4), \quad \beta = \frac{m}{m+1} \quad (5)$$

ここに, v : 断面平均流速[mm/h], h : 水深[mm], $q(t)$: 単位幅流量[mm²/h], $r(t)$: 有効降雨強度[mm/h], α , m は流域の流出特性を表すパラメータである.

(3)式は本論文における単一斜面からの降雨流出を表す基礎式となる.

(2) 降雨流出過程における汚濁物質析出に伴う物質濃度変化の基礎式の導出

単一斜面における物質濃度変化における諸関係のうち, 唯一確実といえる質量保存則として(6)式が成立する.

$$\frac{\partial(c \cdot h)}{\partial t} + \frac{\partial q_c}{\partial x} = f(t) \quad (6)$$

また, 負荷量として濃度フラックス(7)式を用いる.

$$q_c = c \cdot q - \kappa \frac{\partial q}{\partial x} \quad (7)$$

ここに, c : 濃度[mm²/mm²], [個/mm²], [g/mm²], $f(t)$: 析出量[mm/s], [個/mm²・s], [g/mm²・s]のように対象物質により濃度及び析出量の次元は異なるが, 今回は c : 濃度[g/mm²], $f(t)$: 析出量[g/mm²・s]を考え, q_c : 負荷量[g/s], κ : 拡散係数[g/mm]とする. また, ここでの濃度は断面平均濃度である.

今回は負荷量中の拡散項は研究の簡易化のため考慮せず, (6)式, (7)式を整理することにより(8)式を得る.

$$h \frac{\partial c}{\partial t} + q \frac{\partial c}{\partial x} + c \left(\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} \right) = f(t) \quad (8)$$

ここで, 表面流に関する連続式(2)式より(7)式は(8)式となり, 析出量と水深の関係に対して(10)式のように析出量は一定とすると(11)式を得る.

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{q}{h} \frac{\partial c}{\partial x} = \frac{f}{h} - \frac{c \cdot r}{h} \quad (9)$$

$$\frac{\partial c}{\partial t} + v \frac{\partial c}{\partial x} = f_0 - \frac{c \cdot r}{h} \quad (11)$$

この(11)式が単一斜面における降雨流出に伴う汚濁物質濃度変化の基礎式となる. (11)式を見ると, 濃度変化は発生項である析出量と希釈効果である濃度と降雨の積の関数との差によって生じるという式が質量保存式からはじめて理論的に導かれた.

(3) 析出の発生条件

析出の物理的概念は降雨流出に伴い斜面において発生する水分移動による溶解, 巻き上げ, つまりは, 汚濁物質の洗い出し作用である. 例えば河川において, 濁度の巻き上げは流速によって変化することは周知の事実である. 河床における乱流現象に伴い発生した河床波は洪水のフラッシュ効果によって, 洗い流され洪水後には消滅し, その後再度発生する. よって, 今回の析出の発生条件としては, ある流出高の値を超えると一定量発生し, その流出高を下回ると析出は止まるものとする.

(4) 不飽和浸透理論と kinematic wave 方程式の関係

山田⁷⁾は流域特性を示すパラメータ α と m の値を鈴木^{8), 9)}, 窪田¹⁰⁾らの不飽和浸透理論と比較することにより決定している. 以下その理論概要を簡単に説明する. 鈴木, 窪田らは不飽和浸透方程式(12)式を物理性を全く損なわない範囲で簡易化し, 鉛直垂直方向に積分することによって断面水分量を平均化し, ダルシー則を不飽和領域へ拡張することによって, 水分量に関する1次元の式(13)を導出している. この(13)式と単一斜面での降雨流出の基礎式である Kinematic Wave 方程式(3)式を変形した(14)式は, 同一の現象を異なる2つの観点から見た全く等価な式であり, この2式を比較することにより, 流出パラメータ α と, β の値を(15), (16)式のように土壌, 地形特性から評価できることを山田⁷⁾は示した.

$$c \frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ k \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} - \sin \omega \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ k \left(\frac{\partial \psi}{\partial z} + \cos \omega \right) \right\} \quad (12)$$

$$D^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} w k_s^{\frac{1}{\gamma}} \sin \omega^{-\frac{1}{\gamma}} \frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = r(t) \quad (13)$$

$$\left(\frac{1}{\alpha} \right)^{\frac{1}{m+1}} \frac{\partial q^{m+1}}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = r(t) \quad (14)$$

$$\alpha = \frac{k_s \sin \omega}{D^{\gamma-1} w^{\gamma}} \quad (15), \quad \beta = \frac{m}{m+1} = \frac{\gamma-1}{\gamma} \quad (16)$$

ここに, Ψ : 圧力水頭, ω : 斜面勾配, c : 比水分容量,

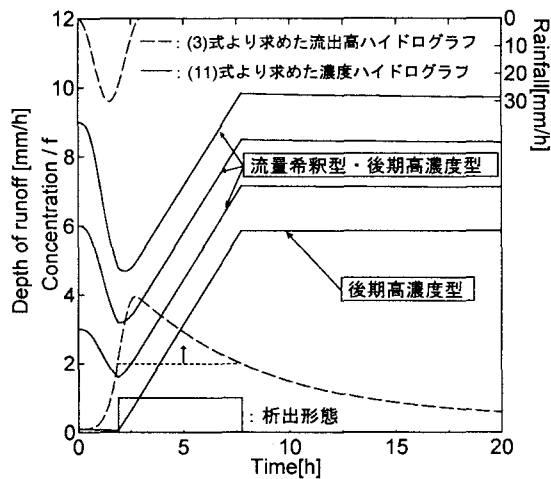


図-1 降雨流出に伴う水質ハイドログラフの変化 (Case1-1)
(析出条件：流出高が2[mm]/h以上で発生)

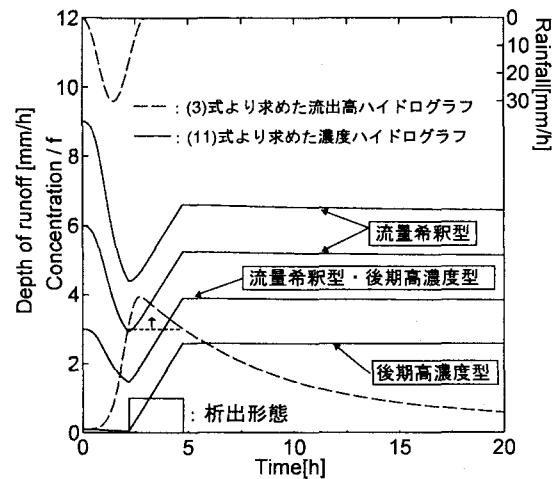


図-2 降雨流出に伴う水質ハイドログラフの変化 (Case1-2)
(析出条件：流出高が3[mm]/h以上で発生)

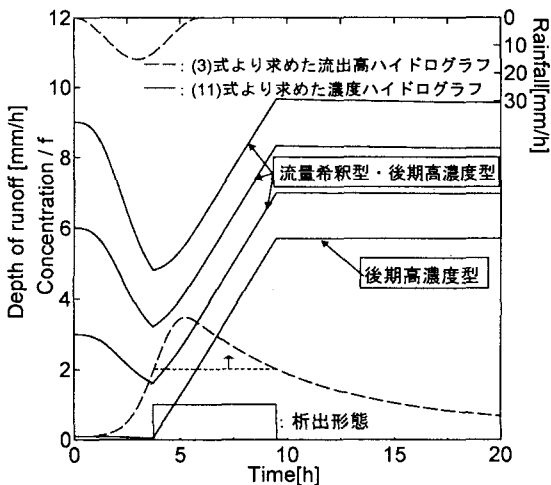


図-3 降雨流出に伴う水質ハイドログラフの変化 (Case2-1)
(析出条件：流出高が2[mm]/h以上で発生)

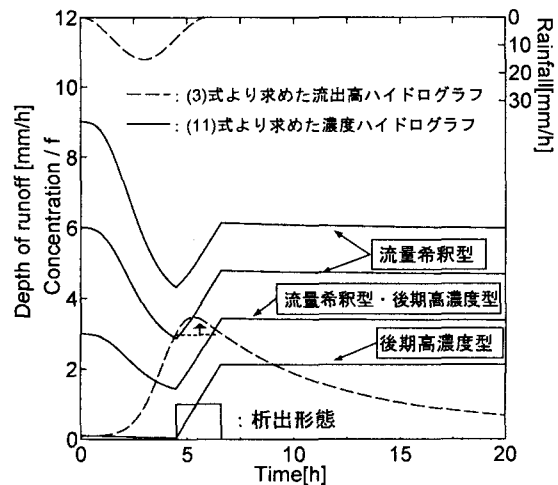


図-4 降雨流出に伴う水質ハイドログラフの変化 (Case2-2)
(析出条件：流出高が3[mm]/h以上で発生)

k : 透水係数, D : 表層土層厚, γ : 土壌の透水性を表す無次元パラメータ, k_s : 飽和透水係数, w : 有効空隙率であり, $w = \theta_s - \theta_r$ (θ_s : 飽和含水率, θ_r : 残留含水率)で定義される。以上により, 降雨流出を表す基礎式中のパラメータを土壌および地形の特性から決定できることが示された。

3. 水質ハイドログラフの特性

ここでは, 降雨流出に伴い変化する水質ハイドログラフの特性を見るため一つの斜面を仮定し, 降雨を与え Kinematic Wave 方程式(3)式と汚濁物質濃度変化の(11)式を連立差分法で解き, 流出高, 濃度および負荷量を求める。土壌, 地形特性としては表層土層厚 $D=15$ [cm], 斜面長 $L=10$ [m], 飽和透水係数 $k_s=0.0035$ [cm/s], 有効空隙率 $w=0.42$, 飽和含水率 $\theta_s=0.42$, 残留含水率 $\theta_r=0.01$, 勾配 $i=20^\circ$, 透水性の減少の程度をあらわす無次元パラメータ $\gamma=5$ を基本斜面とした。計算条件としては, $\Delta t=4$ [s], $\Delta x=40$ [cm]の条件で差分法で解き, 上端境界濃度は初期濃度と等しい一定値を与え, 上端境界流出高

は一定値 0.1 [mm/h]とし, 初期水分量は斜面末端ほど大きくなりその大きさは斜面長に比例するものとし, 斜面末端初期流出高として 0.1 [mm/h]の値をとるようにした。求めた水質ハイドログラフが従来から言われている, 流量希釈型, 後期高濃度型および初期高濃度型(ファーストフラッシュ型)を表現可能であることを以下に示す。

(1) 流量希釈型および後期高濃度型の水質ハイドログラフの特性

降雨流出過程における斜面からの析出発生条件として一般的な場合を考え, 流出高ハイドログラフ形状から流出高が 2 [mm/h]以上のとき発生する場合 (Case1-1, 2-1) と, 3 [mm/h]以上のとき発生する場合 (Case1-2, 2-2)で行った。また, 降雨パターンも総降雨量一定の条件のもとでピーク降雨強度が 15 [mm/h] (Case-2), 30 [mm/h] (Case-1)の2ケースで行った。それぞれのケースで初期濃度を $c_0=0.1, 3, 6, 9$ と変化させて, 析出量を1としたが, これらの絶対値に意味は無く, (11)式に示されるように析出量と濃度の関係は線形関係にあり, 析出量1に対する濃

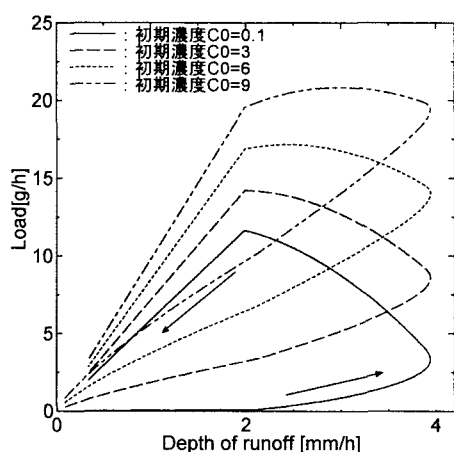


図-5 負荷量と流出高の関係 (Case1-1)

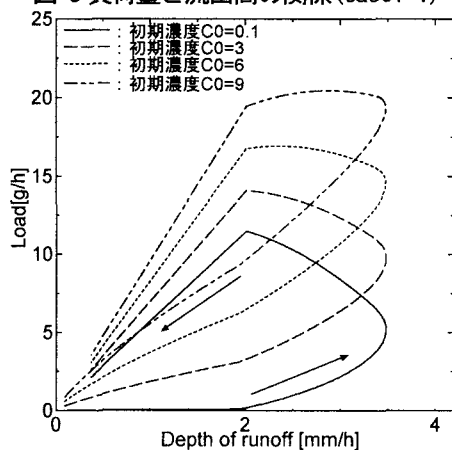


図-7 負荷量と流出高の関係 (Case2-1)

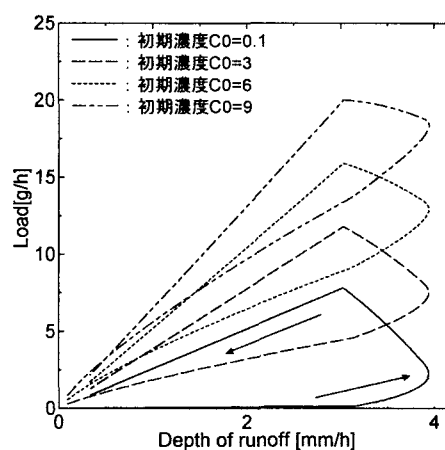


図-6 負荷量と流出高の関係 (Case1-2)

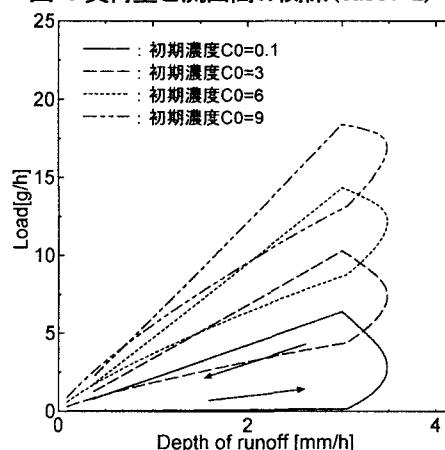


図-8 負荷量と流出高の関係 (Case2-2)

度変化を相対関係として考えた。求めた流出高、水質ハイドログラフを図-1~4に示し、それぞれの流出高-負荷量の関係を図-5~8に示す。図-1, 2は同一降雨、流出高に対して析出発生条件を2[mm/h]の場合と、3[mm/h]とした場合であり、図-3, 4は降雨形態が異なる場合である。全ての条件において、初期濃度が低ければ従来から言われている後期高濃度型が表現されており、初期濃度が高ければ、流出高に伴う希釈効果に起因する流量希釈型が顕著に表現されている。また、負荷量-流出高の関係では負荷量ピークが流出高ピークの後に現れ、反時計回りの2価性が強く現れることが確認でき、初期濃度の増加に伴いその差が小さくなっていくことがわかる。

(2) 初期高濃度型(ファーストフラッシュタイプ)の水質ハイドログラフの特性

次に、初期高濃度型(ファーストフラッシュタイプ)の水質ハイドログラフの表現を試みる。初期高濃度型の水質ハイドログラフは都市域において多く見られる現象であり、下水管路網の影響であると考えられる。下水管路内に付着した汚泥のようなものが洪水時のフラッシュ効果によって、一気に洗いだされることが主要因である。よって、前述の後期高濃度型および流量希釈型とは析出形態

が異なることが予想される。このような観点から、初期高濃度型(ファーストフラッシュタイプ)の析出形態としては流出高が1[mm/h]を超えたとき大きな析出($f_c=10$)を伴い短時間(1時間)で析出は終了するものとする。求めた結果を図-9, 10(Case3-1, 2)に示す。Case3-1, 2の違いはピーク降雨強度および降雨継続時間であり総降雨量は一定(90[mm])である。求めた結果より、流出高ピークよりも濃度のピークが早く現れていることが確認できる。また、図-11, 12に示すよう流出高-負荷量の関係では、前述の後期高濃度型、流量希釈型とは異なり時計回りの2価性を示すことが確認できる。

このように、従来から言われている、水質ハイドログラフの後期高濃度型、初期高濃度型(ファーストフラッシュタイプ)および流量希釈型を本論文で提案する汚濁物質濃度変化の(11)式は、析出量及び、初期濃度の関係のみから表現することができた。また、流出高-負荷量の関係では後期高濃度型および流量希釈型が反時計回りの2価性を示し、初期高濃度型が時計回りの2価性を示すことが確認できた。以上より、水質ハイドログラフに大きく影響する要因としては、初期濃度と析出量の相対関係、析出継続時間および流出高ピークまでの立ち上がり時間があり、これらが水質ハイドログラフの形成特性におい

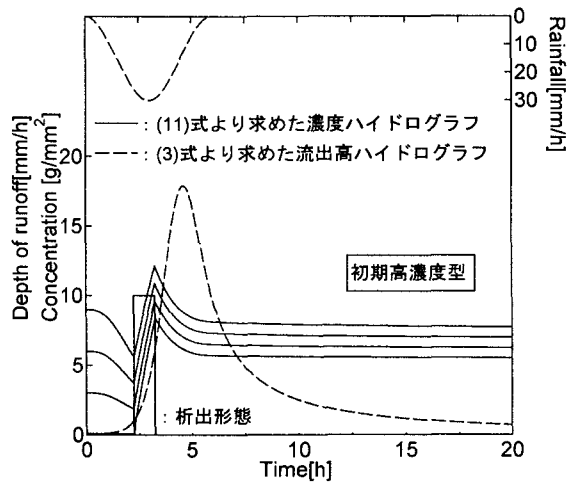


図-9 降雨流出に伴う水質ハイドログラフの変化 (Case3-1) (析出条件：流出高が1[mm]/h以上で1時間発生)

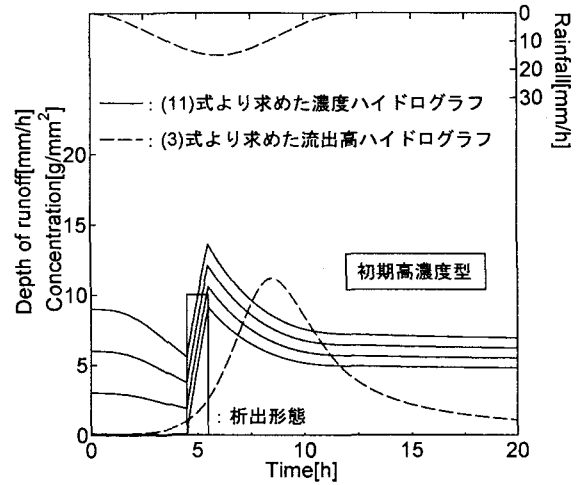


図-10 降雨流出に伴う水質ハイドログラフの変化 (Case3-2) (析出条件：流出高が1[mm]/h以上で1時間発生)

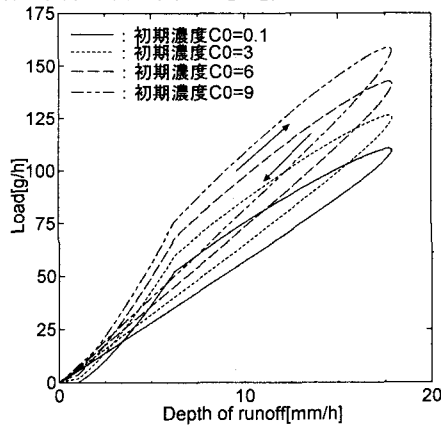


図-11 負荷量と流出高の関係 (Case3-1)

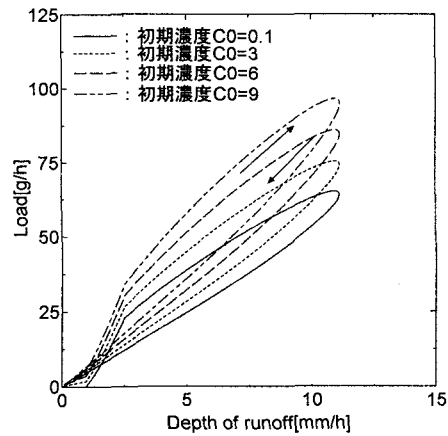


図-12 負荷量と流出高の関係 (Case3-2)

て重要であることがわかった。

4. 降雨流出過程および濃度変化過程の集中化

本論文で提案する単一斜面における降雨流出および濃度変化を表現する(3), (11)式は偏微分方程式である。偏微分方程式を差分化して解くことは、流域全体を流量、濃度ともに解く場合、計算時間の関係から実用的ではない。この点に関して山田⁷⁾は、単一斜面における降雨流出過程を集中化することにより、偏微分方程式を常微分方程式で解く簡便な式を提案し、その合理性を示している。よって、降雨流出に伴う汚濁物質濃度変化の過程に関して同様に集中化を試みる。

斜面における単位幅流量 q はHewlett¹¹⁾, Betson¹²⁾の流出寄与域の考えに基づくと、流出は0次谷流域、1次谷流域の河道及び河道近傍の湿潤領域からの斜面流出と考えることができる。よって、斜面長は実地形上の斜面長にくらべ十分に短いと考えられる。あるいは時々刻々定常解を仮定すると(17)式の変数分離形が成立する。

$$q(x, t) = xq_*(t) \quad (17)$$

ここに、 q_* ：流出高[mm/h]である。斜面長 L の末端で考え

$x=L$ とするとKinematic Wave方程式(3)式は(18)式の流出高に関する常微分方程式に変形できる。

$$\frac{dq_*}{dt} = a_0 q_*^\beta (r(t) - q_*) \quad (18)$$

$$\text{ここに、} a_0 = \alpha L^{\beta-1} = (m+1)\alpha^{\frac{1}{m+1}} L^{\frac{-1}{m+1}} \quad (19)$$

以上の観点同様に、斜面における物質濃度の近似式(20)式が仮定できる。

$$c(x, t) = xc_*(t) + c_0 \quad (20)$$

ここで、(17), (20)式を用い(11)式を整理すると(21)式のように常微分方程式で濃度変化を表現できる。

$$\frac{dc_*}{dt} = \frac{f_0}{L} - a_* q_*^\beta c_* \left(1 + \frac{r}{q_*} + \frac{c_0 r}{c_* q_* L} \right) \quad (21)$$

$$\text{ここに、} a_* = \alpha^{\frac{1}{m+1}} L^{\frac{-1}{m+1}} \quad (22)$$

ここで、 c_* は物理的意味よりは、計算上の簡易性から用いるものであり、求めるべきものは濃度 c である。 c_0 は上端境界濃度であり、斜面上端から濃度流入があるものとして集中化の際に考慮する。

集中化の合理性を示すため、厳密に(3), (11)式を差分

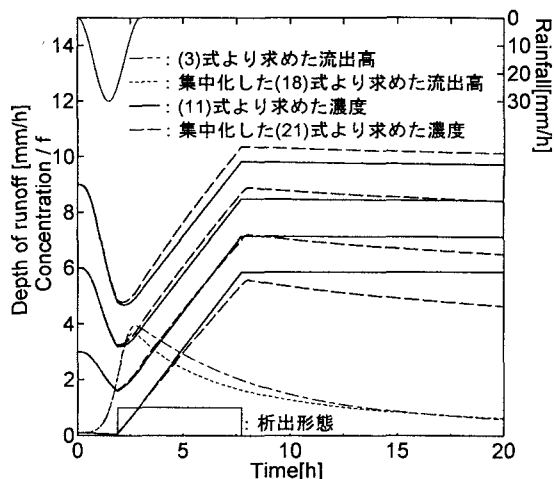


図-13 流出高及び濃度における集中化の影響 (Case1-1)

を用いた場合と集中化した(18),(21)式を解いた場合とを流出高、濃度の両面で比較する。計算条件は上記3.水質ハイドログラフの特性の章で用いた条件と同様で、析出発生条件 2[mm/h]以上の場合で比較する。結果を図-13,14に示す。流出高に関しては全体的に非常によく一致しているといえるだろう。濃度に関しては全体の形態及びピーク値は非常によく一致しているが、濃度逓減部で差が生じている。これは、土壌内水分移動流速が非常に遅いため、斜面を厳密に考えて解く場合より、斜面を集中化して計算したほうが、斜面上端境界濃度の影響が早く現れることに起因する。しかし、偏微分方程式を解く場合と、常微分方程式を解く場合では計算時間の観点からも常微分方程式のほうが利用しやすいといえるだろう。今回のケースで考えると Mathematica, ver. 4.1 を使用し、CPU が Pentium 4 Processor, 1.6GHz, メモリ 512MB のパソコンを用いたが偏微分方程式(3),(11)式を連立して解くのに $\Delta t=4s$ の条件で 30 時間計算するのに約 440 秒かかるのに対して、常微分方程式(18),(21)式を 30 時間計算するのは約 0.8 秒しか要しなかった。これは、今後河道追跡も考慮し、流域全体で考える場合、集中化を用いれば一瞬にして流域全体を流量、濃度ともに解けることを示しているものと考えられる。

5. まとめ

本論文は降雨流出に伴う単一斜面での汚濁物質濃度変化の算定手法を提案し、水質ハイドログラフの特性を示したものである。ここで得られた知見を以下に述べる。

- 1) 単一斜面での降雨流出に伴う汚濁物質濃度変化の基礎式を質量保存式から理論的に導出した。
- 2) 提案した汚濁物質濃度変化の基礎式を用いることにより従来から言われている水質ハイドログラフの初期高濃度型、後期高濃度型および流量希釈型のすべてを表現することができた。
- 3) 水質ハイドログラフ形成に影響する要因として、初期

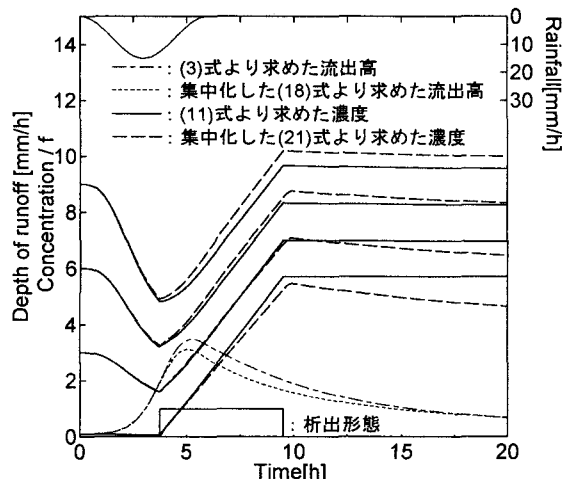


図-14 流出高及び濃度における集中化の影響 (Case2-2)

濃度と析出量の相対関係、析出継続時間、流出高ピークまでの立ち上がり時間があり、これらが水質ハイドログラフの形成特性において重要であることを示した。

- 4) 降雨流出過程を集中化するとともに汚濁物質濃度変化過程も集中化し、流量と水質に関する 2 元連立偏微分方程式を 2 元連立常微分方程式として解けることを示し、その合理性・妥当性を示した。

参考文献

- 1) 海老瀬啓一, 宗宮功, 平野良雄: タンク流出モデルを用いた降雨時流出負荷量解析, 用水と廃水, Vol. 12, pp. 1422~1432, 1979.
- 2) 竹内邦良, 坂本康, 本郷善彦: NO_3^- をトレーサーに用いた流出成分分離の可能性について, 土木学会水理講演会論文集, Vol. 27, pp. 405-413, 1983.
- 3) Sklash, M.G and Farvolden, R.N.: The role of the groundwater in storm runoff, J.Hydrol, Vol.43, pp.45~65, 1979.
- 4) 山口高志, 吉川勝秀, 奥石洋: 河川の水質・負荷量に関する水文学的研究, 土木学会論文報告集, 第 293 号, pp. 49-63, 1980
- 5) 平田健正, 村岡浩爾: 山地小流域における溶存物質の降雨流出特性について (2), 土木学会水理講演会論文集, Vol. 31, pp. 59~64, 1987.
- 6) 坂本康: 河川水質変化に基づく流出過程の解析, 東京大学学位論文, 1989.
- 7) 山田正: 山地流出の非線形性に関する研究, 土木学会水理講演会論文集, Vol. 47, pp. 259-264, 2003.
- 8) 鈴木雅一: 山地流域の基底流出逓減特性 (I), 日林誌, 66, pp. 174-182, 1984.
- 9) 鈴木雅一: 山地流域の基底流出逓減特性 (II), 日林誌, 66, pp. 211-218, 1984.
- 10) 窪田順平, 福嶋義宏, 鈴木雅一: 山腹斜面における土壌水分変動の観測とモデル化 (II) - 水収支および地下水発生域の検討 -, 日林誌, 70(9), pp. 381-389, 1988.
- 11) Hewlett, J.D.: Soil moisture as a source of base flow from steep mountain watersheds, US Dept. Agric., Forest Service, Southeastern Forest Experiment Station, Asheville, North Carolina, Station Paper No.132, 1961.
- 12) Betson, R.P.: What is watershed runoff, J. Geophy. Res., vol.69, No.8, 1541-1552, 1964.

(2003. 9. 30 受付)