

斜面長分布を考慮したKinematic Waveモデル の確率応答特性

-降雨量が独立な確率変数の場合-

STOCHASTIC RESPONSE CHARACTERISTICS OF A KINEMATIC WAVE MODEL
UNDER THE IMPACT OF SLOPE-LENGTH DISTRIBUTION
-MUTUALLY INDEPENDENT RAINFALL INPUTS-

田中 岳
Gaku TANAKA

正会員 博士(工学) 北海道大学助手 大学院工学研究科 (〒060-8628 札幌市北区北13条西8丁目)

Responses of a runoff system with slope-length distribution have been studied in detail by many researchers. In those studies, rainfall input to the runoff system was considered a deterministic variable. However, rainfall input should be treated as a random process.

In this paper, the Kinematic Wave model is used as a runoff system, and differential equations whose solutions provide the first- to fourth-order moments of discharge outputs from the runoff system under the impact of mutually independent rainfall inputs and slope-length distribution are theoretically derived. The validity of the proposed differential equations is cross-checked by results of simulation. Estimation of the probability density function of discharge outputs is possible by using the first- to fourth-order moments presented in this paper.

Key Words: stochastic response, random process, Kinematic Wave model, slope-length distribution

1. はじめに

流出解析において流域場の特性を集約化させた流出モデルを選定する際、地下水から土壌水の流れにまで拡張されたDarcy則に基づく多次元飽和不飽和浸透流モデルや、流域場を斜面と河道とに分離して流出解析と河道追跡とを組み合わせた数理モデルを用いる場合、更には貯留型流出モデルのような集中定数系モデルの採用など、流出現象の水理特性をより物理的に表現したモデルから概念モデルまでと様々なモデルがある。

広い集水面を有し、流域一環とした流出解析が必要となる場合、流域特性の時間的・空間的变化や降雨量の空間分布特性にも対応したモデルの開発と運用が望ましいと考えられる。然しながら、昨今の汎用計算機の大容量化と高速化、地理情報システム(GIS)やレーダ情報の充実を考慮しても、多数の不確定なモデルパラメータの推定と、計算の長時間化が課題となる。現時点での対応策として、例えば、小・中流域に集中定数系モデル(貯留型流出モデルなど)を採用し、河道追跡とを組み合わせる方法がある。ただし、小・中流域の流出特性を集約化した流出モデルを採用、あるいは開発する上で、流域場の空間的な特性が流出に与える影響を定量化し、これらを考慮する必要がある。

これまで、斜面長の分布特性が流出に与える影響を評価する研究が、多数報告されている。例えば、Kinematic Wave理論に基づき、洪水ハイドログラフのピーク流量や洪水到達時間を検討した石原、高棹¹⁾らや、Kinematic Waveモデルの基本的な流出特性を考察したEagleson²⁾の著述、単一模擬斜面形と流出形態を論じた金丸³⁾、更には、砂田、洪⁴⁾らの斜面特性の分布が直接流出に与える影響について述べたものなどが挙げられる。(以上は砂田により参考文献5の中で詳細にまとめられている。)その後、藤田⁶⁾は、確率論を導入し、斜面長の分布を考慮した集中定数系モデル(貯留方程式)の提案を行っている。

Kinematic Waveモデルを小・中流域の流出システムとして採用する中で、斜面長分布が流出に与える影響を定量化し、その結果に基づき、流出特性を集約化したモデルを開発することが、本研究の目的である。本研究と上記先行研究との大きな相違は、降雨-流出現象が本来持つ確率過程としての性質を考慮するため、流出システムへの入力となる降雨量を確率変数として扱い、システムの確率応答特性を理論的に導く点である。これは、流出システムの特性を集約化したモデルであるかを比較、検討する上で、藤田⁶⁾が採用した手法を一般化しつつ、流出システムの確率応答特性に基づく方法⁷⁾の採用を前提とするためである。

本論文では、小・中流域(単位流域)の流出システムとして、斜面流にKinematic Waveモデルを採用し、入力となる降雨量が互いに独立な確率変数とする条件下で、斜面長の変動を考慮した単位流域からの流出量の確率特性(1~4次モーメント)を与える理論式を誘導し、これを用いて時間変化する確率分布およびその確率密度関数の推定を試みるものである。

2. 流出システム

河道と斜面とで構成された単位流域(山地小流域)を対象とする際、一般に次の仮定を置き流出解析を行っても、十分に流域場の特性を表現することが可能と考えられる場合が多い。

仮定1: 降雨の空間分布は、均一とする。

仮定2: 斜面は均質な土壌特性を有し、その勾配も同一とする。

仮定3: 斜面流出量は、直ちに流域末端へと到達し、河道効果は無視する。

本論文では、上記仮定のもと、斜面流には、下式(1), (2)で表わされたKinematic Waveモデルを採用する。

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = r \quad (1)$$

$$h = \varepsilon q^p \quad (2)$$

h : 水深; q : 単位幅流量; r : 降雨強度; ε, p : 定数

なお、境界条件および初期条件は、

$$q(x, 0) = 0, \quad q(0, t) = 0$$

とする。

単位流域からの流出量 q_o は、仮定3より、以下のよう表わす。

$$q_o = \int_0^\infty q(x_1, t) f(x_1) dx_1 \quad (3)$$

上式に付された重み関数 $f(x)$ は、河道に連結する斜面の長さ x の密度関数 $\varphi(x)$ と次式で関係付けられる。

$$f(x) = l_{ci} \varphi(x) \quad (4)$$

l_{ci} : 河道両岸の長さ

従って、 Δx が十分に小さい場合、 $f(x)\Delta x$ は、斜面長が $x < X \leq x + \Delta x$ を取り得る河道上の長さを意味する。

以後、上記流出システムのもとで検討を行うのだが、前章で述べたように、本研究の目的は、斜面長の分布を考慮して降雨量を確率変数とする場合の流域場の応答特性を定量化し、これと等価な確率特性を有する概念モデルを導出することである。従って、流出システムとしては、降雨量の確率特性と斜面長の分布特性が流出特性に与える影響を解析的に示すことが望ましい。本論文では、上記仮定1~3に加え、次の仮定4を設定し、流出システムの確率応答特性を推定することにする。

仮定4: 斜面流は等流流れを仮定し、斜面長分布に伴う二次元的な流れは無視する。

3. 基礎理論

降雨強度 r が確率的に変動すると、斜面からの単位幅流量 q や単位流域からの流出量 q_o もまた確率変

数とみなされる。これら確率変数を平均値($\bar{\cdot}$)とそれからの偏差($\tilde{\cdot}$)を用いて、

$$r = \bar{r} + \tilde{r}, \quad E(\tilde{r}) = 0 \quad (5)$$

$$q = \bar{q} + \tilde{q}, \quad E(\tilde{q}) = 0 \quad (6)$$

$$q_o = \bar{q}_o + \tilde{q}_o, \quad E(\tilde{q}_o) = 0 \quad (7)$$

E : 期待値演算子

と表わす。式(6), (7)を式(3)に代入すると、

$$\bar{q}_o + \tilde{q}_o = \int_0^\infty \{\bar{q}(x_1, t) + \tilde{q}(x_1, t)\} f(x_1) dx_1 \quad (8)$$

式(8)の期待値を取ることで式(9)が、さらに、式(8)から式(9)を引くことで、式(10)が得られる。

$$\bar{q}_o = \int_0^\infty \bar{q}(x_1, t) f(x_1) dx_1 \quad (9)$$

$$\tilde{q}_o = \int_0^\infty \tilde{q}(x_1, t) f(x_1) dx_1 \quad (10)$$

式(10)を2乗して期待値を取ることで、 q_o の2次モーメント $\sigma_{q_o}^2$ は、次式により求められる。

$$\begin{aligned} \sigma_{q_o}^2 &= E(\tilde{q}_o^2) \\ &= \int_0^\infty \int_0^\infty E\{\tilde{q}_1(x_1) \tilde{q}_2(x_2)\} f(x_1) f(x_2) dx_2 dx_1 \\ &= 2 \int_0^\infty \int_0^{x_1} C_2(x_1, x_2, t) f(x_1) f(x_2) dx_2 dx_1 \end{aligned} \quad (11)$$

ただし、 $\tilde{q}_1(x_1) \equiv \tilde{q}(x_1, t)$, $\tilde{q}_2(x_2) \equiv \tilde{q}(x_2, t)$

なお、同様に、 q_o の3, 4次モーメント($\mu_{q_o,3}$, $\mu_{q_o,4}$)は、

$$\begin{aligned} \mu_{q_o,3} &= 6 \int_0^\infty \int_0^{x_1} \int_0^{x_2} C_3(x_1, x_2, x_3, t) f(x_1) f(x_2) f(x_3) \\ &\quad \times dx_3 dx_2 dx_1 \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \mu_{q_o,4} &= 24 \int_0^\infty \int_0^{x_1} \int_0^{x_2} \int_0^{x_3} C_4(x_1, x_2, x_3, x_4, t) \\ &\quad \times f(x_1) f(x_2) f(x_3) f(x_4) dx_4 dx_3 dx_2 dx_1 \end{aligned} \quad (13)$$

により与えられる。式(11)~(13)中の C_n ($n: 2 \sim 4$)は、 q_o の n 次キュムラント関数を意味し、これらを推定することで、単位流域からの流出量 q_o の2~4次モーメントが求められる。以下で、 C_2 の誘導過程を中心に議論を進める。

式(1), (2)より h を消去することで、次式を得る。

$$\frac{\partial(\varepsilon q^p)}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = r \quad (14)$$

式(14)中の指数型の確率変数 q^p に対して次の近似式を採用する。

$$q^p \approx \alpha \bar{q} + \beta \tilde{q} \quad (15)$$

Bras and Georgakakos⁸⁾らは、パラメータ(α , β)として、次式を与えている。

$$\begin{aligned} \alpha &= \bar{q}^{p-1} \left\{ 1 + \frac{1}{2} p(p-1) \frac{E(\tilde{q}^2)}{\bar{q}^2} \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{6} p(p-1)(p-2) \frac{E(\tilde{q}^3)}{\bar{q}^3} + \dots \right\} \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \beta &= \frac{\bar{q}^{p+1}}{E(\tilde{q}^2)} \left\{ p \frac{E(\tilde{q}^2)}{\bar{q}^2} + \frac{1}{2} p(p-1) \frac{E(\tilde{q}^3)}{\bar{q}^3} \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{6} p(p-1)(p-2) \frac{E(\tilde{q}^4)}{\bar{q}^4} + \dots \right\} \end{aligned} \quad (17)$$

式(5), (6)および式(15)を式(14)に代入すると,

$$\frac{\partial\{\epsilon(\alpha\bar{q}+\beta\tilde{q})\}}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{q}+\tilde{q})}{\partial x} = \bar{r} + \tilde{r} \quad (18)$$

が得られる. 式(18)の期待値を取ることで式(19)が, さらに, 式(18)から式(19)を引くことで, 式(20)が得られる. なお, 式(9), (19)を連立することで, q_o の平均値 $\bar{q}_o$ を求めることができること付記して置く.

$$\frac{\partial(\epsilon\alpha\bar{q})}{\partial t} + \frac{\partial\bar{q}}{\partial x} = \bar{r} \quad (19)$$

$$\frac{\partial(\epsilon\beta\tilde{q})}{\partial t} + \frac{\partial\tilde{q}}{\partial x} = \tilde{r} \quad (20)$$

C_2 を求めるにあたり, 斜面長の相違(x_1 , x_2)を区別することで, 式(20)より, 次式を得る.

$$\frac{\partial(\epsilon\beta_1\tilde{q}_1)}{\partial t} + \frac{\partial\tilde{q}_1}{\partial x_1} = \tilde{r} \quad (21)$$

$$\frac{\partial(\epsilon\beta_2\tilde{q}_2)}{\partial t} + \frac{\partial\tilde{q}_2}{\partial x_2} = \tilde{r} \quad (22)$$

なお, 上式中のパラメータ(β_1 , β_2)は, 式(17)と同様に定義される. ここで, 式(21), (22)の両辺に, $\beta_2\tilde{q}_2$, $\beta_1\tilde{q}_1$ をそれぞれ掛けて加えた後, 両辺の期待値を取ることで, C_2 に関する方程式が次式のように求められる.

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\beta_1\beta_2C_2)}{\partial t} + \frac{\beta_2}{\epsilon} \frac{\partial C_2}{\partial x_1} + \frac{\beta_1}{\epsilon} \frac{\partial C_2}{\partial x_2} \\ = \frac{1}{\epsilon} (\beta_1 E(\tilde{q}_1\tilde{r}) + \beta_2 E(\tilde{q}_2\tilde{r})) \end{aligned} \quad (23)$$

式(23)を解く上で, 右辺にある斜面からの単位幅流量 q と降雨強度 r との相関関数 $E(\tilde{q}_1\tilde{r})$ および $E(\tilde{q}_2\tilde{r})$ を求める必要がある. そこで, $E(\tilde{q}_1\tilde{r})$ の誘導過程を以下に示す.

式(21)より, 以下の特性方程式が得られる.

$$\frac{d\tilde{q}_1}{dt} + \frac{1}{\beta_1} \frac{\partial\beta_1}{\partial t} \tilde{q}_1 = \frac{\tilde{r}}{\epsilon\beta_1} \quad (24)$$

$$\frac{dx_1}{dt} = \frac{1}{\epsilon\beta_1}, \quad x_1 \geq x_0, \quad t \geq t_0 \quad (25)$$

(x_0 , t_0)は, 特性曲線の起点を表す. 式(24)を解くと, 次式が導かれる.

$$\tilde{q}_1 = e^{-\int_{t_0}^t D_1(\tau) d\tau} \int_{t_0}^t \frac{\tilde{r}(\tau_1)}{\epsilon\beta_1} e^{\int_{t_0}^{\tau_1} D_1(\tau_2) d\tau_2} d\tau_1 \quad (26)$$

ただし,

$$D_1 = \frac{1}{\beta_1} \frac{\partial\beta_1}{\partial t}$$

従って, $E(\tilde{q}_1\tilde{r})$ は,

$$E(\tilde{q}_1\tilde{r}) = e^{-\int_{t_0}^t D_1(\tau) d\tau} \int_{t_0}^t \frac{E(\tilde{r}(\tau_1)\tilde{r}(\tau_2))}{\epsilon\beta_1} e^{\int_{t_0}^{\tau_1} D_1(\tau_2) d\tau_2} d\tau_1 \quad (27)$$

となる. 式(27)を求めるためには, 降雨強度 r の自己相関関数(2次のキュムラント関数) $E(\tilde{r}(\tau_1)\tilde{r}(\tau_2))$ が必要となる. 本論文では, 降雨量が互いに独立な確率変数であると仮定し, 自己相関関数としては式(28)を採用する⁹⁾. なお, C_n ($n: 3, 4$)に関する方程式の誘導する過程において, $E(\tilde{q}_1\tilde{q}_2\tilde{r})$ や $E(\tilde{q}_1\tilde{q}_2\tilde{q}_3\tilde{r})$ など

が未知関数として現れる. これらも, 降雨強度 r の3, 4次のキュムラント関数を定義することで容易に求められるので, r の3, 4次のキュムラント関数(式(29), (30))についても, ここに併記して置く⁹⁾.

$$E(\tilde{r}(\tau_1)\tilde{r}(\tau_2)) = \sigma_r^2 \delta(\tau_1 - \tau_2) \quad (28)$$

$$E(\tilde{r}(\tau_1)\tilde{r}(\tau_2)\tilde{r}(\tau_3)) = \mu_{r3} \delta(\tau_1 - \tau_2) \delta(\tau_2 - \tau_3) \quad (29)$$

$$\begin{aligned} E(\tilde{r}(\tau_1)\tilde{r}(\tau_2)\tilde{r}(\tau_3)\tilde{r}(\tau_4)) \\ = (\mu_{r4} - 3\sigma_r^4) \delta(\tau_1 - \tau_2) \delta(\tau_2 - \tau_3) \delta(\tau_3 - \tau_4) \\ + \sigma_r^4 (\delta(\tau_1 - \tau_2) \delta(\tau_3 - \tau_4) \\ + \delta(\tau_1 - \tau_3) \delta(\tau_2 - \tau_4) + \delta(\tau_1 - \tau_4) \delta(\tau_2 - \tau_3)) \end{aligned} \quad (30)$$

δ : Diracのデルタ関数

σ_r^2 , μ_{r3} , μ_{r4} : 降雨強度 r の2~4次モーメント
式(27), (28)より, $E(\tilde{q}_1\tilde{r})$ は

$$E(\tilde{q}_1\tilde{r}) = \frac{1}{2} \frac{c\sigma_r^2}{\epsilon\beta_1} \quad (31)$$

c : 大きさ1の時間の次元を持つ定数
で表わされる. $E(\tilde{q}_2\tilde{r})$ も同様である. 上式より, 式(23)は次式のように書き改められる.

$$\frac{\partial(\beta_1\beta_2C_2)}{\partial t} + \frac{\beta_2}{\epsilon} \frac{\partial C_2}{\partial x_1} + \frac{\beta_1}{\epsilon} \frac{\partial C_2}{\partial x_2} = \frac{1}{\epsilon^2} c\sigma_r^2 \quad (32)$$

同様な方法を用いることで, 式(29), (30)より, C_n ($n: 3, 4$)に関する方程式として次式が導かれる.

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\beta_1\beta_2\beta_3C_3)}{\partial t} + \frac{\beta_2\beta_3}{\epsilon} \frac{\partial C_3}{\partial x_1} \\ + \frac{\beta_1\beta_3}{\epsilon} \frac{\partial C_3}{\partial x_2} + \frac{\beta_1\beta_2}{\epsilon} \frac{\partial C_3}{\partial x_3} = \frac{1}{\epsilon^3} c^2 \mu_{r3} \end{aligned} \quad (33)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\beta_1\beta_2\beta_3\beta_4C_4)}{\partial t} + \frac{\beta_2\beta_3\beta_4}{\epsilon} \frac{\partial C_4}{\partial x_1} \\ + \frac{\beta_1\beta_3\beta_4}{\epsilon} \frac{\partial C_4}{\partial x_2} + \frac{\beta_1\beta_2\beta_4}{\epsilon} \frac{\partial C_4}{\partial x_3} + \frac{\beta_1\beta_2\beta_3}{\epsilon} \frac{\partial C_4}{\partial x_4} \\ = \frac{1}{\epsilon^4} c^3 (\mu_{r4} - 3\sigma_r^4) + \frac{1}{\epsilon^2} c\sigma_r^2 (\beta_1\beta_2C_2(x_1, x_2) \\ + \beta_1\beta_3C_2(x_1, x_3) + \beta_1\beta_4C_2(x_1, x_4) \\ + \beta_2\beta_3C_2(x_2, x_3) + \beta_2\beta_4C_2(x_2, x_4) + \beta_3\beta_4C_2(x_3, x_4)) \end{aligned} \quad (34)$$

以上より, 式(9), 式(11)~(13), 式(19)および式(32)~(34)から単位流域からの流出量 q_o の1~4次モーメントを推定することが可能となる.

4. 理論解の検証

前章より理論的に推定された単位流域からの流出量 q_o の確率特性(1~4次モーメント)は, 指数型の確率変数に対して式(15)のような近似を施すことにより導かれている. ここでは, 導出された理論解(式(9), 式(11)~(13), 式(19)および式(32)~(34))の妥当性をシミュレーションに基づいて検討する. なお, 示される計算は, パラメータの集約化を目的に, 次の無次元化基準量(添え字, *)

$$h_* = t_* r_*, \quad q_* = x_* r_*, \quad t_* = \epsilon x_*^p r_*^{p-1},$$

$$q_{o*} = q_* f_* x_*, \quad f_* = l_{cl}/x_*$$

を用いて、無次元化された次式を基本式としている。

$$\frac{\partial H}{\partial T} + \frac{\partial Q}{\partial X} = R \quad (35)$$

$$H = Q^p \quad (36)$$

$$Q_o = \int_0^\infty Q(X_i, T) F(X_i) dX_i \quad (37)$$

無次元変量(H, Q, R, T, X, Q_o, F)と次元を有する変数(h, q, r, t, x, q_o, f)とは、以下の関係で各々結ばれている。ただし、 f は無次元であるため、無次元の基準量で変数変換を施したことを意味する。

$$h = h_* H, \quad q = q_* Q, \quad r = r_* R, \quad t = t_* T,$$

$$x = x_* X, \quad q_o = q_{o*} Q_o, \quad f = f_* F$$

なお、紙面の都合上、無次元化された単位流域からの流出量の1~4次モーメントの誘導過程については省略し、各モーメントが $\bar{Q}_o, \sigma_{Q_o}^2, \mu_{Q_o3}, \mu_{Q_o4}$ と表わされることを付記するに留める。

シミュレーションによる計算結果は、離散的に発生された系列

$$R_{d_i} = \bar{R}_{d_i} + \tilde{R}_{d_i}, \quad E(\tilde{R}_{d_i}) = 0 \quad (38)$$

i : 整数

より生成された間隔 $\Delta T (= \Delta t/t_*)$ を有する模擬降雨時系列

$$R_d(T) = \sum_{i=1}^{\infty} R_{d_i} (U(t - (i-1)\Delta T) - U(t - i\Delta T)) \quad (39)$$

$U(T)$: ステップ関数

を式(35)に直接入力することで得られる。これは、通常、観測により得られる降雨量に相当する。一方、理論解は、 R_{d_i} と次の積分方程式で関係付けられた(連続的な)降雨強度 R の1~4次モーメントを与えることで求められる。

$$R_{d_i} = \frac{1}{\Delta T} \int_{(i-1)\Delta T}^{i\Delta T} R(\tau) d\tau \quad (40)$$

R_{d_i} が互いに独立な確率変数の場合、式(40)から、 R_{d_i} の1~4次モーメント($\bar{R}_{d_i}, \sigma_{R_{d_i}}^2, \mu_{R_{d_i}3}, \mu_{R_{d_i}4}$)と R のそれら($\bar{R}, \sigma_R^2, \mu_{R3}, \mu_{R4}$)との関係は、以下のように表わされる⁹⁾。

$$\bar{R}_{d_i} = \frac{1}{\Delta T} \int_{(i-1)\Delta T}^{i\Delta T} \bar{R}(\tau) d\tau \quad (41)$$

$$\sigma_{R_{d_i}}^2 = \frac{C \sigma_R^2}{\Delta T} \quad (42) \quad \mu_{R_{d_i}3} = \frac{C^2 \mu_{R3}}{\Delta T^2} \quad (43)$$

$$\mu_{R_{d_i}4} = \frac{C^3 (\mu_{R4} - 3\sigma_R^4)}{\Delta T^3} + \frac{3C^2 \sigma_R^4}{\Delta T^2} \quad (44)$$

ただし、 $c = c_* C, \quad c_* = t_*$

シミュレーションの詳細については、参考文献10を参照されたい。

図-1に、シミュレーション結果(実線)と理論解(破線)との比較を示す。図-1にも示されているように、計算に用いた離散的な降雨量 R_{d_i} の確率特性については、平均値に矩形降雨波形を設定し、2~4次モーメントに指数分布($\lambda=2$)に従う式(45)を仮定してい

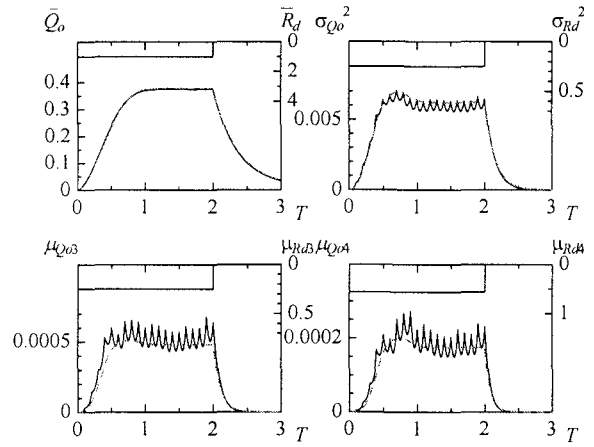


図-1 シミュレーションと理論解の比較

る。

$$\sigma_{R_d}^2 = \frac{1}{\lambda^2}, \quad \mu_{R_d3} = \frac{2}{\lambda^3}, \quad \mu_{R_d4} = \frac{9}{\lambda^4} \quad (45)$$

なお、他の条件は以下の通りである。

$\Delta T = 0.1, T_r = 2.0$: 降雨継続時間

斜面流出については、Manning則($p=0.6$)に従うとし、斜面長の分布特性で決定される $F(X)$ については、一般に対数正規分布¹¹⁾やガンマ分布¹²⁾が考えられるが、理論解の妥当性を検討する観点から、単純な両側有界分布(最大斜面長: 1)として次式を採用する。

$$F(X) = \begin{cases} \frac{3}{2}, & 0 \leq X \leq \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2}, & \frac{1}{2} < X \leq 1 \end{cases} \quad (46)$$

式(19)および式(32)~(34)中のパラメータ($\alpha, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$)については、式(16), (17)の第一項のみを採用する。図-1より、高次モーメントの比較結果に若干の差異が確認されるが、シミュレーション結果と理論解、両者の適合度は良好と言える。

従って、本論文で提案する斜面長分布を考慮した単位流域からの流出量の確率特性(1~4次モーメント)を与える理論式が、妥当であると考えられる。

5. 斜面長分布を考慮した確率応答特性

計算に用いた離散的な R_{d_i} の確率特性については、前章と同様の矩形降雨波形に加え、(連続的な)降雨強度 $\bar{R}$ のピーク時刻 T_p と T_r との比が、0.2(0.3)0.8と異なる三つのタイプの三角形降雨波形となるように式(41)を介して $\bar{R}_{d_i}$ を定義し、2~4次モーメントについては、前章と同様、式(45)を用いる。

斜面流出は、Manning則($p=0.6$)に従い、式(9), 式(11)~(13)中の $F(X)$ には、次式で表わされる対数正規分布(二母数: μ, σ)

$$F(X) = \frac{1}{\sigma X \sqrt{2\pi}} \exp \left(-\frac{(\ln X - \mu)^2}{2\sigma^2} \right) \quad (47)$$

を採用する。なお、式(9), 式(11)~(13)の積分は、 X の分布関数が1に近づく値を上限値として数値積

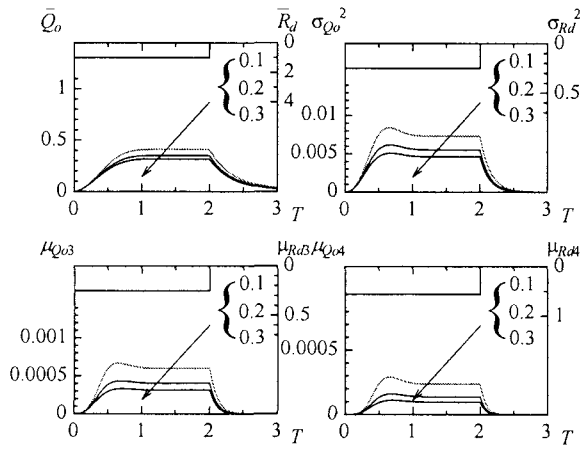


図-2 矩形降雨波形

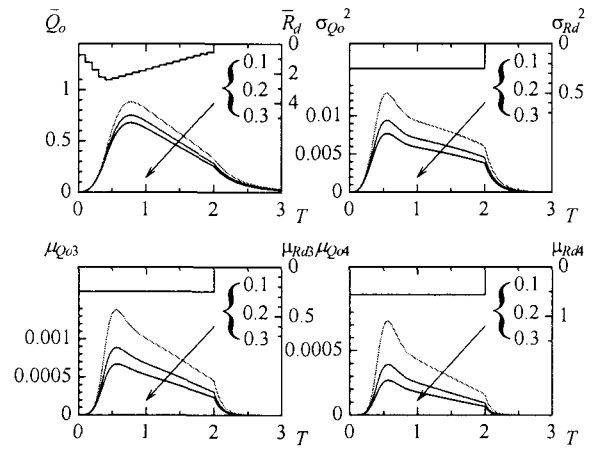


図-3 三角形降雨波形($T_p/T_r=0.2$)

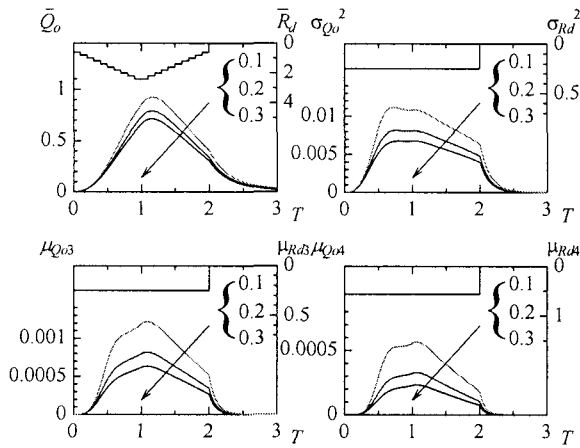


図-4 三角形降雨波形($T_p/T_r=0.5$)

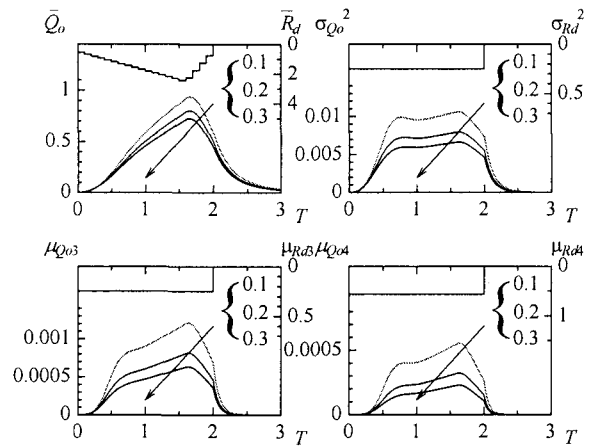


図-5 三角形降雨波形($T_p/T_r=0.8$)

分を行っている。

図-2~5は、式(47)の平均値 $\bar{X}$ を0.5、分散 σ_x^2 を0.1(0.1)0.3で変化させ、式(9)、式(11)~(13)、式(19)および式(32)~(34)を数値計算し、単位流域からの流出量の1~4次モーメントを推定した結果を示している。図-2~5より、藤田⁶⁾が示しているように、 σ_x^2 の増加に伴い平均値 $\bar{Q}_o$ が減少する傾向は、2~4次モーメントにも同様に現れている。また、平均斜面長 $\bar{X}$ に対する到達時間近傍において、どの計算条件下でも、2~4次モーメントにピーク値が存在する。田中、藤田⁷⁾は、これら高次モーメントにピーク値が存在する原因を、非線形系の斜面流出を例に、降雨量を確率変数とすることによる到達時間の変動として説明付けている。図-3~5から、離散的な降雨量 R_d の2~4次モーメントが一定であるにも関わらず、単位流域からの流出量 Q_o の2~4次モーメントは変動し、 R_d の平均値の影響を強く受けていることがわかる。単位流域からの流出量 Q_o の1~4次モーメントより、次式を介して、時間変化する Q_o の確率分布と密度関数の推定が可能である。

$$(\beta_{1x}, \beta_{2x}) = \left(\frac{\mu_{Q_o,3}}{\sigma_{Q_o}^6}, \frac{\mu_{Q_o,4}}{\sigma_{Q_o}^4} \right) \quad (48)$$

図-6~9は、各計算条件下での β_{x1} - β_{x2} 平面による確率分布の推定結果と、平均値 $\bar{Q}_o$ が最大値 Q_p となる時刻での確率密度関数 $G(Q_p)$ の推定結果を示している。 β_{x1} - β_{x2} 平面上の破線、一点鎖線は、それぞれガンマ

分布と対数正規分布を意味している。実線が、式(48)により計算された時間変化する β_{x1} , β_{x2} を、記号●は、平均値 $\bar{Q}_o$ が最大となった時刻の β_{x1} , β_{x2} を示している。どの計算条件下も、式(48)は破線線移動し、 Q_o の確率分布がガンマ分布であることがわかる。図中の $G(Q_p)$ は、 Q_p がガンマ分布で近似できるとし、流出量 Q_o の1~4次モーメントより確率密度関数のパラメータを決定し図示したものである。これは、計画流量の確率分布が、経験的にガンマ分布や対数正規分布と考えられることと一致し、それを理論的に裏付けているものと考えられる。

6. まとめ

本論文では、斜面流にKinematic Waveモデルを採用した流出システムにより、降雨量の確率特性(互いに独立な確率変数)が既知の条件下で、斜面長分布を考慮した流出量の確率特性(1~4次モーメント)を与える理論式を誘導し、シミュレーションに基づき、その妥当性を示した。その結果、

- ① 降雨量の確率特性および斜面長分布の特性が流出特性に与える影響を定量的に評価することが可能となった。
- ② 推定された流出量の確率特性(1~4次モーメント)を用いることで、時間変化する流出量の確率分布とその確率密度関数の推定が可能となった。

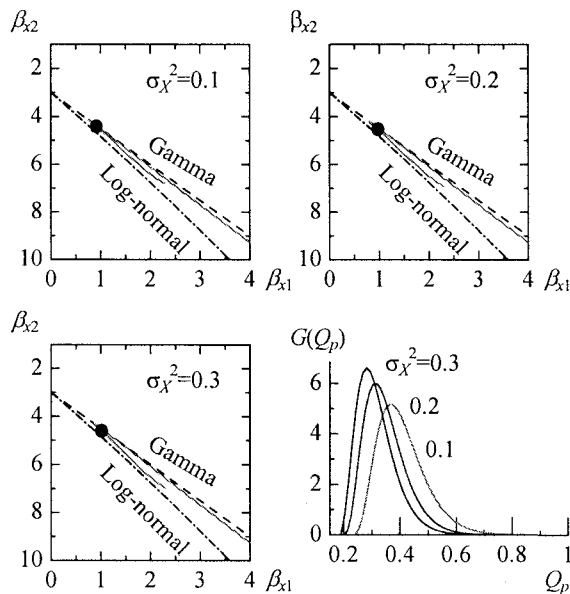


図-6 確率分布と確率密度関数の推定(矩形降雨波形)

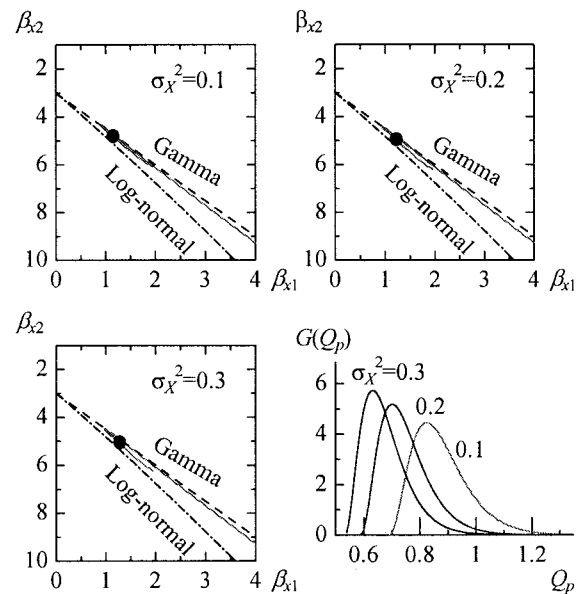


図-7 確率分布と確率密度関数の推定($T_p/T_r=0.2$)

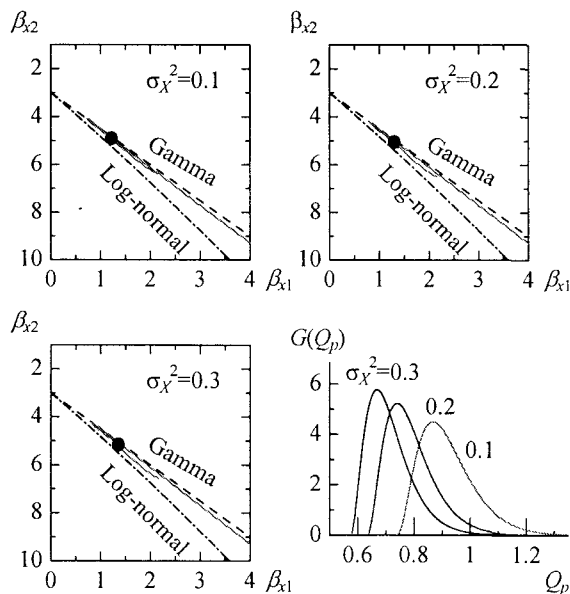


図-8 確率分布と確率密度関数の推定($T_p/T_r=0.5$)

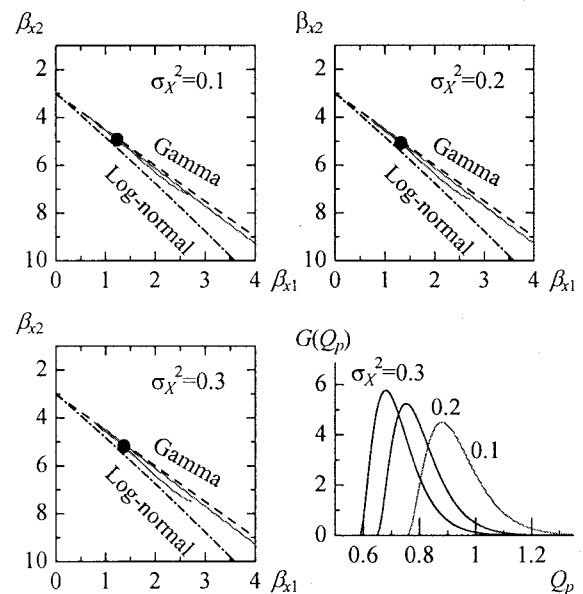


図-9 確率分布と確率密度関数の推定($T_p/T_r=0.8$)

謝辞: 本論文の一部は, (財)北海道河川防災研究センターの助成を受けて行われた。記して謝意を表す。

参考文献

- 1) 石原藤次郎, 高棹琢馬: 単位図法とその運用に関する基礎的研究, 土木学会論文報告集, 第262号, pp. 1-34, 1959.
- 2) Eagleson, P. S.: Dynamic Hydrology, McGraw-Hill Book Company, 1970.
- 3) 金丸昭治: 流出を計算する場合の山腹斜面形の単純化について, 土木学会論文集, 第73号, pp. 7-12, 1961.
- 4) 砂田憲吾, 洪廷芳: 流域斜面特性の分布が直接流出に及ぼす影響, 第30回水理講演会論文集, pp. 55-60, 1986.
- 5) 日野幹雄ら他三名: 洪水の数値予報<その第一歩>, 森北出版, 1989.
- 6) 藤田睦博: 斜面長の変動を考慮した貯留関数法に関する研究, 土木学会論文集, 第314号, pp. 75-86, 1980.
- 7) 田中岳, 藤田睦博, 工藤睦信, 内島邦秀: Kinematic Waveモデルと貯留型流出モデルの比較 -周波数特性

と確率特性-, 土木学会論文集, No. 614/II-46, pp. 21-36, 1999.

- 8) Bras, R. L. and Georgakakos, K. P.: Real Time Nonlinear Filtering Techniques in Streamflow Forecasting -A Statistical Linearization Approach-, Third International Symposium on Stochastic Hydraulics, pp. 95-105, 1980.
- 9) 工藤睦信: 貯留型流出モデルの確率応答に関する研究, 北海道大学学位論文, 1999.
- 10) 田中岳: Kinematic Waveモデルの確率応答特性に関する基礎的研究, 水工学論文集, 第47巻, pp. 229-234, 2003.
- 11) 平野宗夫, 伊藤尚規: 到達時間の分布を考慮した流出解析, 第22回水理講演会論文集, pp. 197-202, 1978.
- 12) 山田正: 山地小流域の瞬間単位図と斜面長分布の関係, 土木学会論文集, 第306号, pp.11-21, 1981.

(2003. 9. 30受付)