

地下水流動解析を含む ウトナイ湖水拡散モデルについて

LAKE UTONAI WATER DISPERSION MODEL, INCLUDING GROUNDWATER FLOW ANALYSIS

長谷川 寛也¹・長谷川 裕史²・藤間 聡³
Kakuya HASEGAWA, Hiroshi HASEGAWA and Satoshi TOMA

¹正会員 工修 株式会社ドーコン 河川部 (〒004-8585 札幌市厚別区厚別中央1条5丁目4番1号)

²正会員 株式会社ドーコン 河川部 (〒004-8585 札幌市厚別区厚別中央1条5丁目4番1号)

³フェロー会員 工博 室蘭工業大学工学部 建設システム工学科 (〒050-8585 室蘭市水元町27番1号)

In recent years, the wetland area, including Lake Utonai has been experiencing eutrophication, which is damaging its ecosystem. The cause of eutrophication is an influx of water from rivers that have been contaminated by large amounts of nutrient salt and fine sandy soil transported by an influx of water. This report will propose a water dispersion model, considering the effects of groundwater and water flow-driven by wind. The model is designed to help ascertain the exact cause of eutrophication as well as to carry out an impact assessment on these ecological problems. The proposed model is a Water Quality Dispersion Model that has been applied to a Lake Flow Model, which is made up of a Groundwater Flow Model and a Boussinesq Model, combined with Kriging. As well, it is revealed that both the inflow and outflow of groundwater have a great impact on the flow of Lake Utonai regarding the accuracy analysis of the water-quality analysis model. This result implies that it is essential to consider the inflow and outflow of groundwater as a calculation condition to ensure greater accuracy when analyzing the water flow of shallow lakes, which are connected to ground water.

Key Words : Lake Utonai, kriging, groundwater flow, boussinesq model

1. はじめに

ウトナイ湖を含む湿原地域は、図-1に示す北海道苫小牧市東部に位置する。この湿原は、ラムサール条約に登録された世界的にも重要な自然保護区域であるが、近年栄養塩や微細土砂の流入による生態系への影響が懸念されている。この問題に対する原因究明および影響評価にあたっては、数値解析が有効な手段の一つと考えられるが、ウトナイ湖を解析する場合には、湖を取り囲む湿原域における地下水の影響をどのように取り扱うかという点が課題となる。

ウトナイ湖は、湖自体が湿原の一部であり、図-2のように湖内の流れが湿原域における地下水の影響を強く受ける浅水湖である。このため、従来の湖のみを扱うモデルによる湖流解析は、湖岸境界部における地下水流の影響を含まない点が問題であった。

本論文は、地下水流と湖流の流れを一連で解くモデルを開発し、このモデルに水質拡散モデルを適用した新しい湖水拡散モデルを提案するものである。さらに、同湖

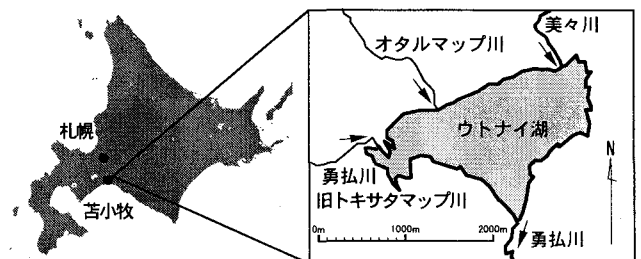


図-1 ウトナイ湖の位置



図-2 ウトナイ湖の湖岸域

流モデルを用いた感度分析により湖流支配要因を特定し、今後予定する水質解析に有用な基礎的知見を得た。

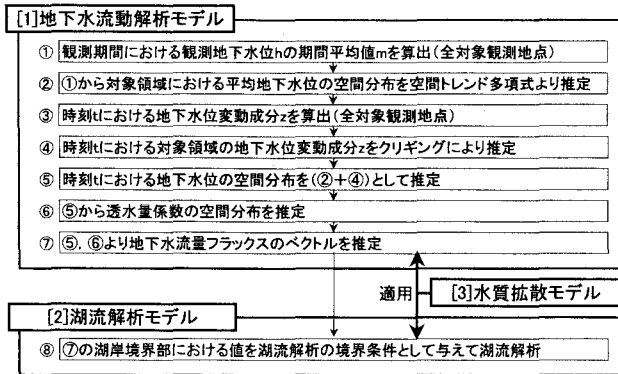


図-3 モデルの概念

2. 解析モデル

(1) モデルの概要

本論文で提案する新しい湖水拡散モデルは、[1]地下水流動解析モデル、[2]湖流解析モデル、[3]水質拡散モデルの3モデルで構成される。モデル概念図を図-3に示す。

[1]地下水流動解析モデルは、クリギング¹⁾と呼ばれる統計的手法とトレンド多項式により複数地点の観測地下水位から地下水位 h の空間分布を推定し、これより透水量係数および地下水流量フラックスの空間分布を推定する。

[2]湖流解析モデルは、Boussinesq方程式²⁾を基礎式とし、[1]地下水流動解析モデルから推定される地下水流量フラックスを湖流境界条件として湖岸に与える。

上記[1]、[2]の両モデルに[3]水質拡散モデルを適用し、地下水域および湖域を対象とした汚染物質の総合輸送モデルを構築する。

(2) 地下水流動解析モデル

a) モデルの考え方

一般の地下水流動モデルは、最適なパラメータを推定するため帯水層の地質構成、成層構造、かん養量および揚水量等多数の地質学的、水文学的情報を必要とする。しかし、実際にはさまざまな理由により観測域は一部に限られ、また観測は地下水位のみの場合が多く、現実的には広域分布構造の把握が困難である。

一方で、透水量係数などの帯水層定数は自然状態において空間分布を呈することが知られている。

本モデルでは、観測地下水位のみを用いて地下水位の空間分布構造を推定し、透水量係数や地下水流量ベクトルを求める。

b) 平均地下水位 m の空間分布推定

地下水位 h は、観測期間における平均値 m と変動成分 z の和で表されるものとして次式で示す。

$$h(x, y, t) = m(x, y) + z(x, y, t) \quad (1)$$

ここに、 x 、 y は平面位置座標、 t は時間を示す。

観測地下水位の平均値 $m(x, y)$ は、領域内で空間分布を有する。この空間分布を空間トレンドとして平面位置座標 x 、 y の多項式により次式で近似する。

$$m(x, y) = a_0 + a_1x + a_2y + a_3x^2 + a_4xy + a_5y^2 + \dots + a_{k-2}x^2y^{n-2} + a_{k-1}xy^{n-1} + a_ky^n \quad (2)$$

ここに、 a はトレンド多項式の係数、 k はトレンド項数、 n は多項式の次数を示す。(2)式で示すトレンド多項式の係数 a は非線形最小二乗法³⁾により決定する。

(2)式の次数については、次式に示す AIC ⁴⁾(赤池情報量基準)を用いて最適次数を決定する。

$$AIC = N \log Q + (n+1)(n+2) \quad (3)$$

ここで、 N は観測点総数、 Q は残差平方和を示す。一般的に、(2)式の次数は、過大に設定するとトレンド多項式が観測値に必要以上に適合し、空間分布構造が不適切となる問題が発生する。 AIC が最小となる次数を採用することによりこの問題の解決を図った。

以上により決定した多項式を用いて、対象領域における任意地点の平均地下水位 m を推定する。

c) 地下水位変動成分 z の空間分布推定

本解析では、地下水位の変動成分の分散を一定とする代わりに、弱定常過程の成立条件を緩和し、変動成分の統計的空間分布をより正確に表現できると考えられるバリオグラムを導入する。バリオグラムは二点間における状態変数の差の分散を定義するもので、不特定の場所においても一定距離 d 離れた二点間の地下水位差の分散が移動に際して不変とするもので、次式で与えられる。

$$\gamma(d) = \frac{1}{2N(d)} \sum_{i=1}^N [Z(X_i + d) - Z(X_i)]^2 \quad (4)$$

ここに、 $\gamma(d)$ はバリオグラム、 $Z(X_i)$ は観測地点 X_i における地下水位、 d は二点間の距離、 $N(d)$ は観測点数を示す。

任意の非観測地点における地下水位は次式で示す線形回帰式より推定する。

$$Z^*(X_0) = \sum_{i=1}^N \lambda_0^i Z(X_i) \quad (5)$$

(5)式の方程式はクリギングと呼ばれる。ここに、 $Z^*(X_0)$ は非観測地点 X_0 における地下水位推定値、 $Z(X_i)$ は観測地点 X_i における地下水位観測値、 λ_0^i は $Z(X_i)$ の重み係数である。(5)式が最良不偏推定式となるために、推定誤差の平均が零の普遍性を有すること、推定誤差の分散が最小となることの二つの条件を満足しなければならない。

$$\sum_{i=1}^N \lambda_0^i \gamma(X_i - X_j) + \mu = \gamma(X_i - X_0) \quad (6)$$

$$\sum_{i=1}^N \lambda_0^i = 1 \quad (j = 1, \dots, N)$$

上記(6)式を解くことにより最良近似式の係数 λ_0^i が決定される。一方、この最良近似式による推定誤差の分散は次式で与えられる。

$$\text{Var}[(Z_0^* - Z_0)] = \sum_{i=1}^N \lambda_0 \gamma (X_i - X_0) + \mu \quad (7)$$

ここに μ は未定係数である。以上の方法で定式化した最良近似式が正しく任意地点の地下水位を推定するには、推定値に偏りがなく誤差の分散が最小でなくてはならない。これを検証するため、各観測地点の地下水位を当該点を除いた他の観測地点の値を用いて推定する。この近似式が適切に選定されているならば、誤差の平均は0となり、観測値との分散と(7)式の分散の相対比は1となる。

$$BI = E[(Z_i^* - Z_i)] = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [Z_i^*(X_i) - Z_i(X_i)] = 0 \quad (8)$$

$$RV = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [(Z_i^*(X_i) - Z_i(X_i)) / \sigma]^2 = 1 \quad (9)$$

$$\sigma^2 = \text{Var}[(Z_0^* - Z_0)] \quad (10)$$

ここに、 N は観測点総数を示す。(8)、(9)式の二条件が(5)式の妥当性を判定する。

時刻 t における任意地点の地下水位変動成分 $z(x, y, t)$ は、時刻 t の観測地下水位変動成分と(5)式から推定する。さらに、時刻 t における任意地点の地下水位 h は、(1)式に(2)、(5)式を代入することで得られる。

d) 透水量係数の空間分布推定

透水量係数の空間分布は、次式で示す平面二次元定常地下水流動方程式から、非線形最小二乗法による最適化手法を用いて、(1)式で得られた地下水位 h より推定する。

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(T \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(T \frac{\partial h}{\partial y} \right) + Q = 0 \quad (11)$$

ここに、 h は地下水位、 T は透水量係数、 Q はかん養量または揚水量を示す。観測地点における透水量係数は、次式で示す $I(T)$ を最小とする値として推定する。

$$I(T) = \sum_{i=1}^N w_i [h_i - \bar{h}_i(T)]^2 \quad (12)$$

ここに、 h_i は観測地下水位、 $\bar{h}_i(T)$ は計算地下水位、 w_i は重みでここでは $w_i=1$ とする。(12)式を透水量係数 T に関して微分すると次式を得る。

$$\frac{\partial I(T)}{\partial T_m} = \sum_{i=1}^N J_T^T [h_i - \bar{h}_i(T)] = 0 \quad (m=1, \dots, M) \quad (13)$$

ここに、 J_T^T はヤコビアン行列と称する地下水位 h の透水量係数 T に関する偏微分係数で、上付添字 T は転置を示す。 N は観測点総数、 M は同定する透水量係数の総数である。

地下水位は透水量係数の関数形であるため、(13)式は非線形となり直接解を求めることができない。そこで、テイラー展開を行い、一次項のみを考慮した線形近似式を考え、次式で示す反復改良法により残差平方和を最小とする透水量係数を求めることにする。

$$T(n+1) = T(n) + (J_T^T J_T)^{-1} J_T^T [h_i - \bar{h}_i(T)] \quad (14)$$

ここに、 n は反復回数を示す。上記の同定過程において、

透水量係数 T が修正されるごとに評価基準 $I(T)$ の計算を行い、それが極小値になるときの T 値を最適同定値とする。

以上により、流量フラックスの算定に必要とする透水量係数 T および地下水位 h の値が得られる。流量フラックスのスカラ量は、次元の等しい透水量係数 T に一致する。任意地点における流量フラックスの流向は、地下水位 h の空間分布から決定する。

(3) 湖流モデル

a) 湖流の基本方程式

ウトナイ湖は浅水湖であるため、水平方向の水粒子運動はほぼ一様、鉛直方向の運動は微小と考えられる。また、湖面は河川の流入流出および風により変動を生じるため、圧力差を考慮する必要がある。湖流解析では、流速成分を平面的にとらえ、水面変動による圧力差を考慮した解析が可能なBoussinesq方程式を基本方程式とする。運動量方程式：

$$\frac{\partial M}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{M^2}{D} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{MN}{D} \right) + gD \frac{\partial \eta}{\partial x} = -\frac{\tau_x}{\rho_0} + fN \quad (16)$$

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{MN}{D} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{N^2}{D} \right) + gD \frac{\partial \eta}{\partial y} = -\frac{\tau_y}{\rho_0} - fM \quad (17)$$

連続式：

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial M}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial y} = 0 \quad (18)$$

ここに、 M 、 N は x 、 y 軸方向の流量フラックス、 τ_x 、 τ_y は x 、 y 軸方向のせん断力、 η は水面変動量、 ρ_0 は流体の平均密度、 f はコリオリ係数、 h は静止水深、 $D(=\eta+h)$ は全水深である。

上式(16)、(17)式において、左辺第2、3項は移流項であり、左辺第4項は圧力項、右辺第1項はせん断応力項、第2項はコリオリ力を表す。

コリオリ係数は次式により与える。

$$f = 2\Omega \sin \phi \quad (19)$$

ここに、 Ω は地球の自転角速度、 ϕ は緯度である。 f は水域内での変化は小さいとして平均緯度を用いて表す。

x 軸方向のせん断応力 τ_x は、水深が浅い場合、底面に働くせん断応力 τ_{bx} と水面に作用する風によるせん断応力 τ_{0x} によって支配されるため次式で表す。

$$\tau_x = \tau_{bx} - \tau_{0x} \quad (20)$$

x 軸方向の底面せん断応力 τ_{bx} は次式で与える。

$$\tau_{bx} = \rho_0 \gamma_b^2 U W \quad (21)$$

ここに、 γ_b は底面摩擦係数、 W は合速度 $(=U^2+V^2)^{1/2}$ 、 U 、 V は、それぞれ x 、 y 軸方向の流速、 ρ_0 は流体の密度である。上式を流量フラックスで表すと、

$$\tau_{bx} = \rho_0 \gamma_b^2 \frac{M}{D_2} \sqrt{M^2 + N^2} \quad (22)$$

となる。上式中の γ_b はマンニングの平均流速公式($\gamma_b^2 = gn^2/D^{1/3}$)を用いて、

$$\tau_{bx} = \rho_0 \gamma_b^2 U W = \rho_0 gn^2 \frac{M}{D^{7/3}} \sqrt{M^2 + N^2} \quad (23)$$

となる。ここに、 n はマンニング係数である。底面せん断応力 τ_{bx} を求める際、本研究では $\gamma_b^2 = 0.0026$ を用いる。

風による x 軸方向の水面に作用するせん断応力 τ_{0x} は次式により与える。

$$\tau_{0x} = \rho_a C_{fx} \text{sign}(U_{x10}) U_{x10}^2 \quad (24)$$

ここに、 ρ_a は空気密度、 U_{x10} は水面上10mの高さの x 軸方向風速、 C_{fx} は風の水面摩擦係数が次式によって与える。

$$C_{fx} = (1.0 + 0.07 U_{x10}) \times 10^{-3} \quad (25)$$

y 軸方向のせん断応力 τ_{0y} は(20)式から(25)式と同様に計算される。

(16)、(17)、(18)式の数値解法についてはA.D.I法を用い、流量フラックス M 、 N 、水面変動量 η を求める。

(4) 水質拡散モデル

a) 水質拡散モデルの基本方程式

水質拡散モデルは次式に示す移流拡散方程式を基本方程式とする。

移流拡散方程式：

$$\frac{\partial C}{\partial t} = K_x \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + K_y \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} - u \frac{\partial C}{\partial x} - v \frac{\partial C}{\partial y} \quad (26)$$

物質移動式：

$$Q_x = -K_x \frac{\partial C}{\partial x}, Q_y = -K_y \frac{\partial C}{\partial y} \quad (27)$$

ここに、 C は物質濃度、 K_x 、 K_y は x 、 y 軸方向の拡散係数、 u 、 v は x 、 y 軸方向の平均流速成分、 Q_x 、 Q_y は単位時間に物質が単位面積を通過して移動する量である。

上式の数値解析を行うにあたり、(26)式ではA.D.I法を、(27)式では中央差分を用いる。

3. 解析領域

湖流形成要因の感度分析を目的とする地下水流動解析および湖流解析の解析領域は、図-4に示すとおり観測井の平面分布を包括する12km×16kmの範囲とした。

領域には19地点の自記水位計が不規則に配置され、1時間毎に定時観測を行っている。本解析では平成8年7月1日～7月31日の地下水観測データを用いる。

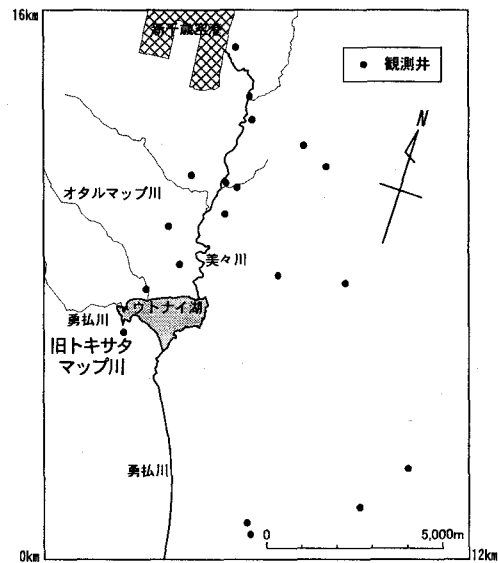


図-4 解析領域

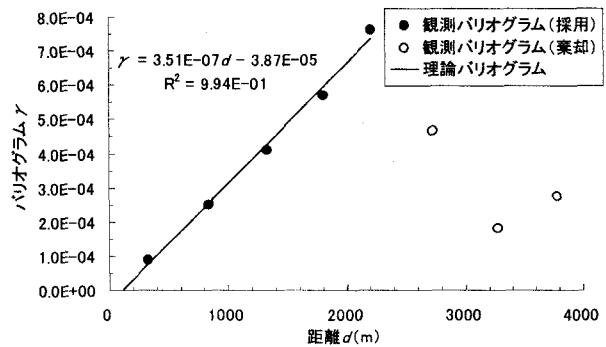


図-5 地下水位変動のバリオグラム

4. 解析結果

(1) 対象全領域の地下水位 η の推定

平均地下水位 m はAICの最小値が4次の多項式で最適同定されたため、トレンド多項式の次数を4次と決定する。

地下水位変動量 η は、観測バリオグラムを求めるため観測点間の距離を500m刻みで階級分けを行う。刻み500mは各階級に入る度数がほぼ等しくなるように決定した。推定には、平成8年7月15日の地下水位データを用い、得られたバリオグラムの結果を図-5に示す。

同図から距離約2200mまで線形を有していることが認められる。したがって、(5)式を用いて非観測地点の地下水位の変動量を推定する際、すべての観測値を用いる必要はなく、推定する地点から半径1100mの円に内在する観測点の値のみ(5)式に適用すれば良いことになる。この方法により(6)式の項数が減少し、不確実性が低減される。図-5から回帰式を求めると、地下水位変動量の理論バリオグラムは次式となる。

$$\gamma(d) = 3.51 \times 10^{-7} d + 3.87 \times 10^{-5} \quad (d \leq 2200 \text{ m}) \quad (28)$$

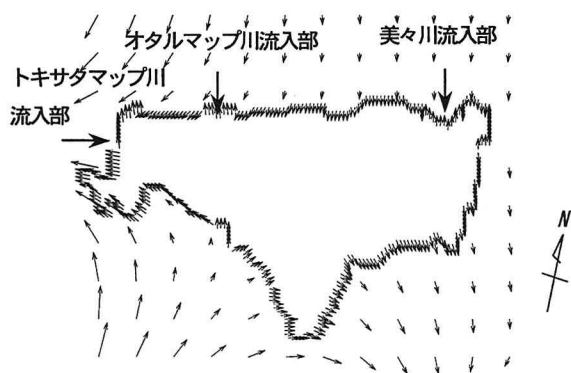


図-6 ウトナイ湖岸及び周辺域の流量フラックス

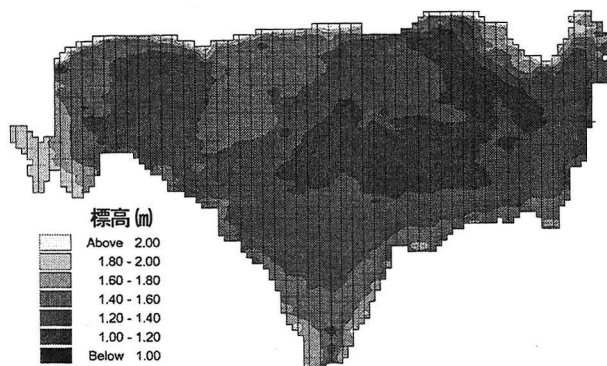


図-7 ウトナイ湖の地盤高

表-1 各ケースの計算条件

Case	移流	コリオリ	風	地下水
Case-1	あり	なし	なし	なし
Case-2	あり	あり	なし	なし
Case-3	あり	あり	南東6.4m/s	なし
Case-4	あり	あり	南東6.4m/s	あり

上式が正しく変動量を推定し得るかを検証するため、各観測点の地下水位を当該点を除いて推定した。この結果(8)式の誤差は0.0027、(9)式の相対分散比は1.2601となる。したがって、(28)式で表される本理論バリオグラムは許容し得る誤差内で変動量を推定できることが認められた。

(2) 透水量係数および流量フラックスの推定

透水量係数の推定は、対象領域を格子間隔250mの小矩形要素に分割し、境界節点に推定地下水位 h を与える。(11)式のかん養量 Q は、地表の流入・流出をゼロとした。

推定された透水量係数は、1988m/day～4276m/dayの範囲の値を示した。流量フラックスのベクトル分布は、図-6に示すとおり地下水が南方向に卓越することが推定され、河川の流下方向とおおむね一致する結果を得た。しかし、トキサタマップ川の流入地点では、河川の流下方向とは逆向きとなり、これはウトナイ湖の西側領域に観測井が存在せず推定地下水位の精度が劣ったためと考えられる。

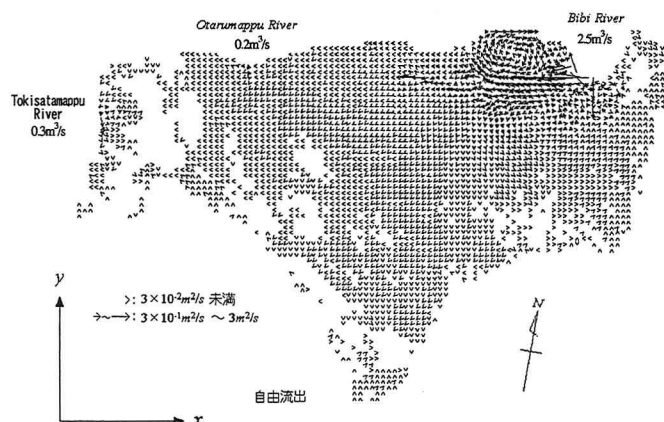


図-8 湖流解析結果 (Case-1)

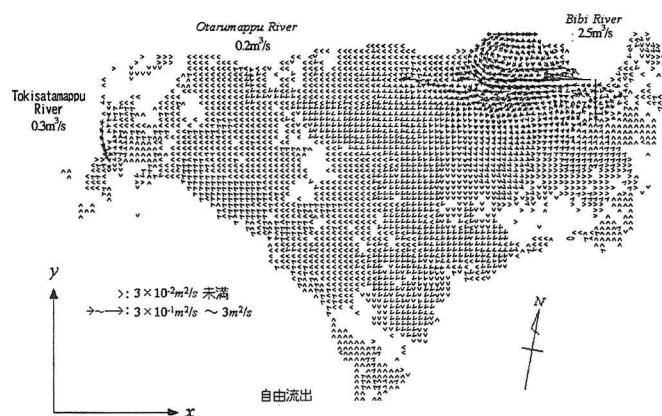


図-9 湖流解析結果 (Case-2)

(3) 湖流形成要因の感度分析

ここでは、感度分析によりウトナイ湖の湖流形成要因を確認する計算を行う。

計算条件は、流入河川であるトキサタマップ川、オタルマップ川、美々川の流入流量を1991年～1997年までの7年間の平均観測流入量からそれぞれ0.3 m³/s、0.2 m³/s、2.5 m³/sとし、流出河川である勇払川からの流出量は自由流出とする。ウトナイ湖水位は平均水位とする。ウトナイ湖地盤高は測量値を用い図-7に示す。

計算ケースは、コリオリ、風、地下水の影響を確認することを目的として表-1に示す4ケースを実行する。

風は苫小牧測候所発表の夏期平均風速として南東風6.4m/sを与える。地下水は図-6に示す流量フラックスを湖岸境界条件として与える。

結果の出力は、定常状態に近づく2000秒後とする。計算結果を流量ベクトルとして図-8～11に示す。

図-8(Case-1)は移流のみを考慮した解析結果である。美々川からの流入量が多く、北東側において西向きを主とする流れが発生している。湖全体的に美々川からの流入の影響を強く受けた流れの分布が確認できる。トキサタマップ川、オタルマップ川からの流入流量は小さく、特に湖西側における流れは少ない。

図-9(Case-2)はCase-1の条件に加えてコリオリ力を考慮

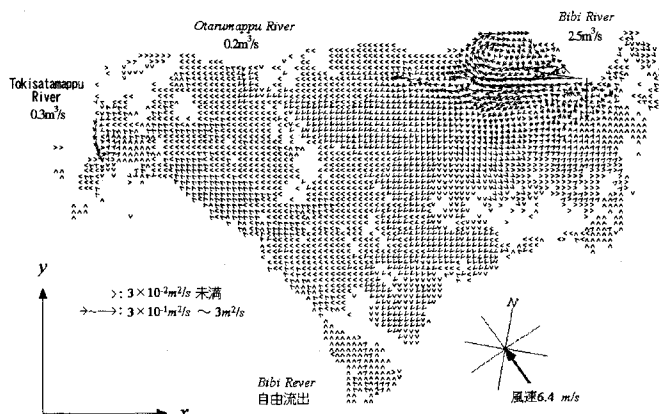


図-10 湖流解析結果 (Case-3)

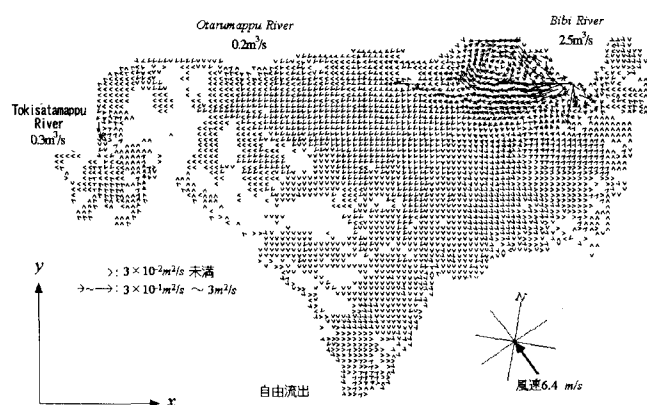


図-11 湖流解析結果 (Case-4)

した解析結果である。Case-1では流れがほとんど発生していなかった湖西側の領域において流れが発生した。

図-10(Case-3)はCase-2の条件に加えて風を考慮した解析結果である。本解析で与えた南東風6.4m/sの風速条件では、湖全体の流量及び流向に対してほとんど影響を及ぼしていないことが確認できる。

図-11(Case-4)はCase-3の条件に加えて地下水の流入流出を考慮した解析結果である。Case-3と比較すると、湖西側が停滞域となり、湖東側の停滞域に流れが生じた。また、美々川流入地点において流れ方向が西向きから南西向きへ変化した。これらの変化は境界条件として与えた地下水の流れの影響による結果と考えられる。この結果より、ウトナイ湖の流れは、地下水の流入流出の影響を強く受けている可能性が推測される。

5. おわりに

本報は、ウトナイ湖内の湖水拡散モデル開発のための第一報として、解析上重要な要因となる湖周辺の地下水流動解析モデルおよび湖流解析モデルを構築し、同モデルによりウトナイ湖の流れの支配要因を特定した。

モデルの特徴は、非観測地点の地下水位推定に統計的手法であるクリギングとAICを用いて決定したトレンド多項式を適用し、有限要素法を用いて透水量係数および地下水流量フラックスの設定を行った。また湖内の流れは湖岸部の地下水流量フラックスを境界条件とした浅水理論に基づくBoussinesq方程式を用い、数値解法はA.D.I法とした。

同解析モデルで湖内の移流、風、コリオリおよび地下水流動等の湖流に対する寄与の度合いを明らかにし、今後検討を行う湖水拡散モデルに対して有用な基本的知見を導いた。

結論を以下にまとめる。

- ① 湖流は移流が主要因であり、外的要因としては本検討条件においては地下水の影響が最も大きい。
- ② コリオリ力を考慮することで、湖全体の流れに変化が生じる。
- ③ 風が湖全体の流れに及ぼす影響は、本設定条件においては極めて小さい。

今後の研究では、現地データによるモデル検証を行った上で、地下水流動、勇払川等の河川流量、部分的に影響のある風を考慮した湖流モデルと移流拡散方程式によるモデルを用い、窒素、リンを対象物質とした湖水拡散解析を実施し、水質改善対策について検討する予定である。

謝辞：本研究を行うにあたり、ウトナイ湖周辺の地下水位データを提供して頂いた「国土交通省北海道開発局石狩川開発建設部千歳川河川事務所」の関係各位に対し、ここに記して謝意を表します。

参考文献

- 1) Delhomme, J. P. : Kriging in the Hydrosociences, *Advances in Water resources*, vol.1, No.5, pp.251-266, 1978.
- 2) 岩佐義朗：数値水理学, pp.159-174, 1995.
- 3) T.R.マッカーラ, 三浦功, 田尾陽一：計算機のための数値計算法概論, pp.225-231, 1972.
- 4) 一松信, 戸川隼人：数値解析における誤差, pp.113-125, 1975.
- 5) 藤間聡, 中田満洋：空間分布構造を有する透水係数の統計的推定法, 日本地下水学会会誌, 第28巻, 第1号, pp.15-24, 1986.
- 6) 和田麻衣子, 藤間聡：不均質帯水層における地下水パラメータの推定に関する研究, 土木学会北海道支部論文報告集, pp.254-259, 2000.
- 7) 岩佐義朗著：湖沼工学, 山海堂, pp.118-122, 1990.
- 8) Ghislain de Marsily : Quantitative Hydrogeology, *ACADEMIC PRESS*, pp.284-337, 1986.
- 9) C.A.Brebbia : APPLIED NUMERICAL MODELLING, *ENTECH PRESS LONDON PLYMOUTH*, pp.125-130, 1978.

(2002. 9. 30受付)