

流向が反転する流れに放出される 密度噴流の積分モデル

A INTEGRAL MODEL FOR DESCRIBLING BEHAVIORS OF BUOYANT JETS INTO REVERSING CROSSFLOWS

楊 宏選¹・早川典生²

Hongxuan YANG and Norio HAYAKAWA

¹正会員 工修 長岡技術科学大学 環境建設系 (〒940-2188 新潟県長岡市上富岡町1603-1)

²フェロー会員 Ph.D 長岡技術科学大学 環境建設系 (〒940-2188 新潟県長岡市上富岡町1603-1)

This paper presents a mathematical model to describe the general behaviors of the buoyant jets discharged into reversing crossflows which could be caused by tide or changes of wind direction. The present model is derived by integrating mass flux, momentum flux and density deficiency over the jet cross-section to satisfy the conservation equations. The resultant partial differential equations are with respect to one spatial coordinate and time coordinate, may be numerically integrated with the Runge-Kutta method. Low computational power and memory are required.

Several cases of computations of surface buoyant jets into reversing crossflows are performed and compared with experimental data. The result shows that the mathematical model is capable of describing the qualitative behaviors of buoyant jets into reversing crossflows.

Key Words : buoyant jet, entrainment coefficient, drag coefficient, reversing flow

1. 序論

密度噴流とは周囲流体と異なる密度を有する流体が運動量を有して排出される時の流れのことを言う。密度噴流は我々の日常生活に密接な関係がある。火力または原子力発電所の冷却水の排出、工業廃水や下水処理場処理水の排出、河川水の海への流出、貯水池への濁水の流入、大気中への煙突排煙など、すべて密度噴流である。水質保全や環境アセスメントの見地から、密度噴流を解明することが重要な意味を持つ。

密度噴流に関する研究は古くからあり、数多くの成果が得られた。水中密度噴流に関して、Fan¹⁾、Chu & Lee²⁾、Yangら³⁾が、表層密度噴流に関してStolzenbach & Harleman⁴⁾、Murotaら⁵⁾が様々な実験及び解析モデルを提示した。研究の対象は初期の周囲流体を静止とするものから、密度成層、流れる環境へと次第に複雑になってきている。中には周囲流れが時間とともに変化する流れ環境に着眼した研究(Brocard⁶⁾、Wolanski & Banner⁷⁾、Lam & Xia⁸⁾もあるが、例は非常に少なく、未解明の点が多い。

密度噴流の研究手法は大きく分けると実験、乱流モデ

ルによる数値計算法、噴流特性値に着目した積分法がある。流れ環境が次第に複雑になるにつれ、実験による研究はますます困難になる。乱流モデルを直接解く数値計算法はCFD技術の発達により可能となりつつあるが、定量的に満足できるレベルに達していない。また、境界条件設定の難しさから数値計算法は相対的に閉じた領域または強い流れ環境に限定されている(McGuirk & Rodi⁹⁾、Raithby & Schneider¹⁰⁾)。一方、積分法は計算の簡便さから各種解析モデルに多く用いられてきた。

周囲流れの流向が反転するような環境に直角に放出される密度噴流において、流入境界が流出境界にもなるため、境界条件の扱いに不明な点が多く、乱流モデルを差分して数値的に解くのは非常に難しい。筆者の知る限り、この類の数値計算例はまだない。そこで本研究はこのような場合について積分型モデルを提案する。これは従来の定常環境における密度噴流の積分モデルに時間の偏微分を導入して、それを非定常状態に拡張したモデルである。その手法はいわゆる積分法を用いて、噴流横断面にわたって質量、運動量およびスカラー(塩分濃度または温度)を積分し、空間三次元と時間の基本偏微分方程式を空間一次元と時間の偏微分方程式に変換する。そして空間に上流差分を適用し、時間ステップを陽的に積分し

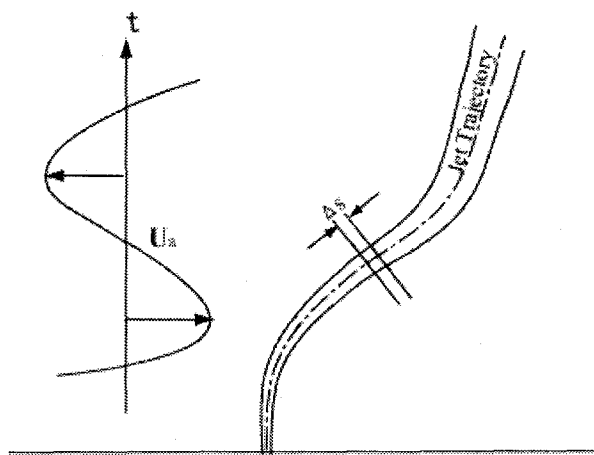


図-1 流速の向きが反転する流れにおける密度噴流

ていく。この方法では流出入境界条件の記述を回避でき、計算機の計算能力とメモリをもあまり必要としない。

ここ以降、モデルの誘導過程をまず示し、その後、実験データと比べながらその適用可能性を検証する。

2. ベクトル表示による積分モデル

式を誘導するに当たって、図-1のような密度噴流を考える。周囲流体は時間によって流れの向きを変えていくが、流速は時間の連続関数であるとする。噴流中心軸線に沿って、厚さ Δs のコーン型コントロールボリュームに注目して流体質量、運動量及びスカラー(塩分濃度または温度)の保存式を求める。コントロールボリュームの拡大図は図-2に示す。なお、 A_1 、 A_2 と A_a はそれぞれコーンの底面、上面と側面ベクトルで、 V_1 、 V_2 と V_a はそれぞれ A_1 、 A_2 と A_a を通る流速ベクトルである。周囲流体の流速は U_a で、 U_n と U_p は各々 U_a の噴流中心軸に垂直と並行する成分である。図-2に示されていないが、 c_x 、 ρ_x は V_x と同じように、各面におけるスカラー(温度または塩分濃度)と密度である($x=1,2,a$)。

$\iint_{A_x} V_x \cdot dA$ と $\iint_{A_x} \rho_x V_x \cdot dA$ は夫々単位時間に面ベクトル $A_x(x=1,2,a)$ を通る流体の体積と質量である。質量保存則により、単位時間に A_1 、 A_2 と A_a 表面を通してコントロールボリュームに流入する流体質量の合計が単位時間

当たりの質量の増加 $\frac{\partial}{\partial t} \iiint_V \rho dV$ に等しい。よって、

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_V \rho dV + \iint_{A_2} \rho_2 V_2 \cdot dA - \iint_{A_1} \rho_1 V_1 \cdot dA = \iint_{A_a} \rho_a V_a \cdot dA \quad (1)$$

式(1)を Δs で割り、 $\Delta s \rightarrow 0$ 時の極限操作をすると、質量保存式の微分形が得られる：

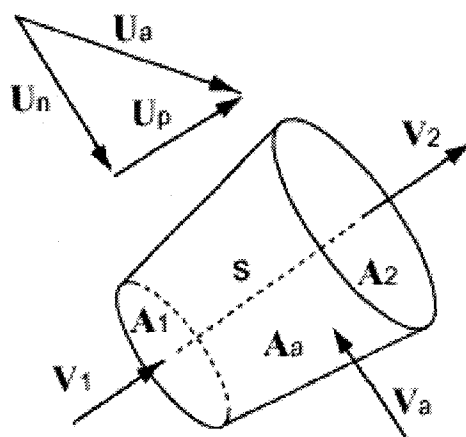


図-2 コントロールボリューム

$$\frac{\partial}{\partial t} \iint_A \rho dA + \frac{\partial}{\partial s} \iint_A \rho V \cdot dA = \rho_a E \quad (2)$$

ここで ρ 、 V と A はそれぞれ密度噴流の密度、流速と横断面である。 $E = \int_l V_a \cdot dl = \partial Q / \partial s$ は噴流が軸方向単位長さあたりの連行フラックスで、周辺流体を取り込む強さを表すいわゆる連行量である。なお、 l は周囲流体と噴流との横断面における混合境界の線ベクトルであり、

$Q = \iint_A V \cdot dA$ は噴流の流量である。

式(1)の ρ_x に $c_x(x=1,2,a)$ をかけるとスカラー(温度または塩分濃度)の保存式が得られる。式(2)と同様な微分操作をするとスカラー保存式の微分形が得られる。

$$\frac{\partial}{\partial t} \iint_A c \rho dA + \frac{\partial}{\partial s} \iint_A c \rho V \cdot dA = c_a \rho_a \frac{\partial Q}{\partial s} \quad (3)$$

上式を次のように書き換えることができる：

$$\frac{\partial}{\partial t} \iint_A c \rho dA + \frac{\partial}{\partial s} \iint_A (c \rho - c_a \rho_a) V \cdot dA = Q \frac{\partial (c_a \rho_a)}{\partial s} \quad (4)$$

また、運動量保存則により次式が得られる：

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \iiint_V \rho V dV + \iint_{A_2} \rho_2 V_2 (V_2 \cdot dA) - \iint_{A_1} \rho_1 V_1 (V_1 \cdot dA) \\ &= \iint_{A_a} \rho_a U_a (V_a \cdot dA) + \iint_{A_1+A_2+A_a} P n dA + \iiint_V \rho g dV \end{aligned} \quad (5)$$

ここで P は表面応力テンソルで、 n は面の単位法線ベクトル、 g は重力加速度である。応力テンソル $P(P_{ij} = p \delta_{ij} + \tau_{ij})$ の粘性応力テンソル項 τ_{ij} を無視し更に圧力が静水圧分布であると仮定すれば、式(5)の右端二項はそれぞれコントロールボリュームの受ける浮力と重力であり、その合計

は $\iiint_V (\rho - \rho_a) g dV$ となる。式(5)を Δs で割り、 $\Delta s \rightarrow 0$ の極限操作をして運動量保存式の微分形が得られる：

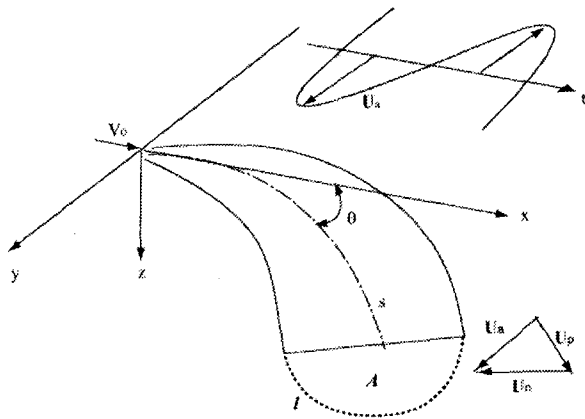


図-3 三次元表層密度噴流のスケッチ

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \iint_A \rho V dA + \frac{\partial}{\partial s} \iint_A \rho V (V \cdot dA) \\ & = \rho_a U_a E + \int_I p dl - \frac{\partial}{\partial s} \iint_A p dA + \iint_A \rho g dA \end{aligned} \quad (6)$$

ここで p は圧力である。なお、微分操作にあたって応力テンソル P の粘性応力テンソル項を無視した。更に圧力が静水圧分布であると仮定すれば式(6)の右辺三項の合計は $\iint_A (\rho - \rho_a) g dA$ となる。この形式による表示は水中密度噴流に適している。表層密度噴流において、圧力は鉛直位置だけでなく、水平位置によっても変わるすなわち $\partial p / \partial s \neq 0$ のために、式(6)右辺の三項による表示が相応しい。

偏微分方程式(2)、(4)と(6)は時間変化を取り入れた密度噴流の基本方程式のセットとなる。この基本方程式セットはベクトル表示に基づいており、実際の問題を解くに際して、何らかの手法でベクトルを展開しなければならない。この基本方程式セットから時間を含む項を無くし、流速分布とスカラー分布を仮定し、連行概念を導入することによって、最終的に定常流に放出される水中密度噴流の連立常微分方程式が得られる(Yangら³⁾)。一般的に水中噴流に比べ表層噴流の水平方向幅の増加速度が大きい。本文のような積分法に基づくモデルは性質上、幅の増加速度が小さい方の噴流、すなわち幅が中心軸長さに比べてとても小さい、細長い噴流に適している。よって、モデルが表層密度噴流に適用できれば、水中密度噴流にもよりよく適用できるはずである。時間変化を取り入れたこの連立方程式(2)、(4)と(6)は果たして機能するかどうか、これから表層密度噴流を対象に検証していく。

3. 表層密度噴流への適用

沿岸流が周期的に流向を変える現象は、潮汐または海風向きの変化などによって引き起こされる。生活廃水や

発電所の冷却水などが海に排出される時、表層密度噴流か水中密度噴流のどちらかになる。流速が反転する流れに放流される表層密度噴流を想定した室内実験はBrocard⁶⁾と Wolanski & Banner⁷⁾が行った。この類の実験が難しく、それだけに貴重である。本文はこれらの実験データを参考に前記モデルを検証する。

鉛直にのみ拡散する二次元表層密度噴流は密度分布も流速分布も各断面において強い相似を成している。前者は線形、後者はガウス分布である(Chu & Vanvari¹¹⁾、Baddour & Farghaly¹²⁾)。三次元表層密度噴流になると、Wiuiff¹³⁾が密度も流速も各断面での分布形が相似でないとしているのに対して、Murota⁹⁾らが密度と流速がともにガウス分布で、特に流速の方が強いガウス分布特性を示しているとした。一見矛盾する結果であるが、前者は温度差、後者は塩分濃度差で密度差を作り出していることから、大気中にスカラーが拡散するかしないかによる違いが主な原因であると考えられる。さらにどこまでを相似とする主観的な原因もある。実際にWiuiff¹³⁾のデータが放流口から遠い領域と中心軸から遠い領域を除き、流速も密度も分布が強い相似形をしている。図-3に三次元表層密度噴流の概略図を示す。積分係数を導入して質量保存式(2)を積分すると次のようになる。

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_m b h I_1) + \frac{\partial}{\partial s} (\rho_m V_m b h I_2) = \rho_a E \quad (7)$$

同様にスカラー保存式：

$$\frac{\partial}{\partial t} (c_m \rho_m b h I_3) + \frac{\partial}{\partial s} [(c_m \rho_m - c_a \rho_a) V_m b h I_4] = 0 \quad (8)$$

s方向運動量保存式：

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} (\rho_m V_m b h I_2) + \frac{\partial}{\partial s} (\rho_m V_m^2 b h I_5) \\ & = E \rho_a U_a \sin \theta - \frac{\partial}{\partial s} [(\rho_m - \rho_a) g b h^2 I_6] \end{aligned} \quad (9)$$

y方向運動量保存式：

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} (\rho_m V_m b h I_2 \sin \theta) + \frac{\partial}{\partial s} (\rho_m V_m^2 b h I_5 \sin \theta) \\ & = E \rho_a U_a + F \cos \theta - \frac{\partial}{\partial s} [(\rho_m - \rho_a) g b h^2 I_6 \sin \theta] \end{aligned} \quad (10)$$

が得られる。ここで、 c_m 、 ρ_m と V_m は密度噴流の水表面中心線sにおける塩分濃度、密度と速度で、 b と h は噴流横断面の幅と高さの特性値である。この特性値は実境界で定義できるし、流速または密度が中心軸値の半分のところで定義することもしばしばある。 θ は中心線sと座標軸xのなす角、 $I_n (n=1, 2, \dots, 6)$ は積分係数で、たとえば I_1 は次のように定義される： $I_1 = \iint_A \rho dA / (\rho_m b h)$ 。塩分濃度、密度と速度の分布が自己相似に従えば、積分係数

はs座標に関係なく定数となるが、そうでない場合に積分係数は軸s上の位置によって変化する。式(9)右辺の最

後の項は $\frac{\partial}{\partial s} \iint_A p dA$ に鉛直方向運動量方程式 $\partial p / \partial z \cong \rho g$

を代入して導出された。式(9)と(10)から、この項は浮力が表層密度噴流を中心軸方向と水平方向に広げる働きを有することがわかる。なお、水中密度噴流モデルにおいてはこの項は含まれていない(Fan¹⁾、Yangら³⁾)。Fは

$\int p dl$ の U_n 方向の積分合計値で、 $F \cos \theta$ はy方向成分となる。静水圧力分布の場合に両側の圧力が相殺してFはゼロとなるが、 U_n がゼロでない場合に圧力が静水分布に従わず、Fは周囲流速が噴流に作用する抗力 F_d と慣性力 F_m の合計値として考えられる。抗力 F_d と慣性力 F_m は抗力係数 C_d と質量係数 C_m を導入して一般的に次のように計算される：

$$F_d = C_d \rho_a h (U_a \cos \theta)^2 \text{sign}(U_a \cos \theta) \quad (11)$$

$$F_m = C_m \rho_a b h \frac{\partial (U_a \cos \theta)}{\partial t} \quad (12)$$

連立偏微分方程式(7)～(10)は表層密度噴流の支配方程式となる。積分係数 I_n 、連行量Eと抗力係数 C_d を既知または他の変数(流速など)に関連付けられる量とすれば、解くべき変数は ρ_m 、 θ 、 c_m 、 V_m 、 b と h の6つとなる。4本の支配方程式で6つの変数が解けないが、密度 ρ は塩分濃度 c の関数 $\rho = \rho(c)$ と表現できれば、支配方程式中の c_m が消去できる。この関数は一般的な環境下で成り立ち、しかも線形に近い。定性的に噴流の挙動を調べることができるかどうかに重点を置く本研究は h を定数とした。実際に h を定数としたMotz & Benedict¹⁴⁾のモデルが定常流に放出される表層密度噴流の解析によく機能している。

今回はWolanski & Banner⁷⁾の実験を対象にして連立偏微分方程式(7)～(10)で周囲流れが向きを変える表層密度噴流のシミュレーションを行った。Wolanski & Banner⁷⁾の実験は482cm×774cmの水槽に水深30cmの水を入れ、その表面に長さ35cm、口径10mmの銅管で温水を放出する。水槽両側にそれぞれポンプラインを設け、この二つのポンプを制御することで向きが反転する流れを作る。一様流に近づかせるために水槽両側に砂利バツフルを設置している。この実験は水槽上方に設置したカメラで定性的に流れの経時変化を記録するのにとどまっている。数値計算において次の段取りに従って行なった：

- 1、時間微分を含む項を無視し、定常時における密度噴流の特性値 ρ_m 、 θ 、 V_m と b を計算する。空間に上流差分を適用すれば、ルンゲークッタ法を用いてすぐに数値解が得られる。
- 2、1の結果を時間 $t=0$ の初期条件として、時間ステップを陽的に積分していくと、各時間ステップにおける

噴流の特性値 ρ_m 、 θ 、 V_m と b が求まる。

- 3、水平面xyにプロットするために(s, θ)座標を(x, y)座標に変換する。

なお、計算に先立って積分係数 I_n ($n=1, 2, \dots, 6$)、連行量Eと C_d を決めなければならない。本計算において、複雑化を避け、影響が小さいと思われる慣性力 F_m を省略した。流速と密度の分布をTOP-HATと仮定すれば積分係数は1となる。連行量は側面と鉛直方向の連行量の和と考えられるが、噴流の発達につれ、側面連行量($=\alpha h(V_m - U_p)$)が鉛直方向連行量を次第に卓越していくことから(Murotaら⁵⁾)、実際の計算において鉛直方向連行量を無視した。鉛直方向連行量を省略したMotz & Benedict¹⁴⁾のモデルがうまく機能していることから、この省略は適当であると考えられる。差分の幅を $\Delta s=0.01\text{m}$ 、 $\Delta t=0.01\text{sec}$ として数値計算上の不安定がなかった。Pentium III 800MHzのパソコンでモデル時間20秒の計算は実時間でおおよそ10分間かかる。

図-4にシミュレーションの結果と実験結果を示す。噴流写真はほぼ4秒間隔である。周囲流れの流速が $U_a=2\text{cm/s}$ の定常状態から変化を始める瞬間を $t=0\text{sec}$ とする。この時、周囲流れは右向きで流速 $U_a=2\text{cm/s}$ 、噴流の初期流速は 100cm/s 、周囲流体との初期温度差は $\Delta c=10^\circ\text{C}$ である。シミュレーション結果が実験写真に近づくように抗力係数と連行係数を同定する。ここで抗力係数 C_d を2、 $\alpha=0.25$ とした。Motz & Benedict¹⁴⁾が定常流に放出される表層密度噴流の実験データから得られた $C_d=0.08 \sim 3.4$ 、 $\alpha=0.13 \sim 0.47$ に比べると本計算の値はその中間値に近い。時間 $t=4, 8, 12\text{sec}$ の計算結果を写真と比べると、計算した中心軸が噴流の動きをよく捉えているが、計算した幅が写真とはあまり一致しない。これは積分係数を定数としたことに起因すると考えられる。表層噴流は実際に各断面で相似せず積分係数が中心軸に沿って変化するからである。

図-4から、周囲流速の変化と噴流の変位との間に時間的に遅延が存在する現象が確認できる。この現象はBrocard⁶⁾の実験でも観察できる。周囲流れが絶え間なく変向する場合に、この遅延を解明することが特に重要と思われる。図-4にないが、 $t=20\text{sec}$ あたりから、噴流が沖に一部を残して、主体が左に曲がり、分離現象が起こる。残念なことに、本積分モデルがこの分離を予測できない。図-5に噴流中心軸の経時変化の様子を示している。噴流中心軸が時間経過につれ、 $U_a=-4\text{cm/s}$ の定常流れに放出される表層密度噴流に近づいていくのが、期待される計算結果である。

周囲流れがくりかえし向きを変える環境に放出される表層密度噴流の計算も行った。周囲流れは $U_a=2\sin(\pi/2+t)\text{cm/s}$ として、初期条件は図-3のそれをそのまま適用する。図-6に4周期にわたる噴流中心軸の変化様子を示す。周囲流れの平均流速はゼロなので、中心軸が $U_a=2\text{cm/s}$ の定常流れにおける右曲がりの状態から、次第

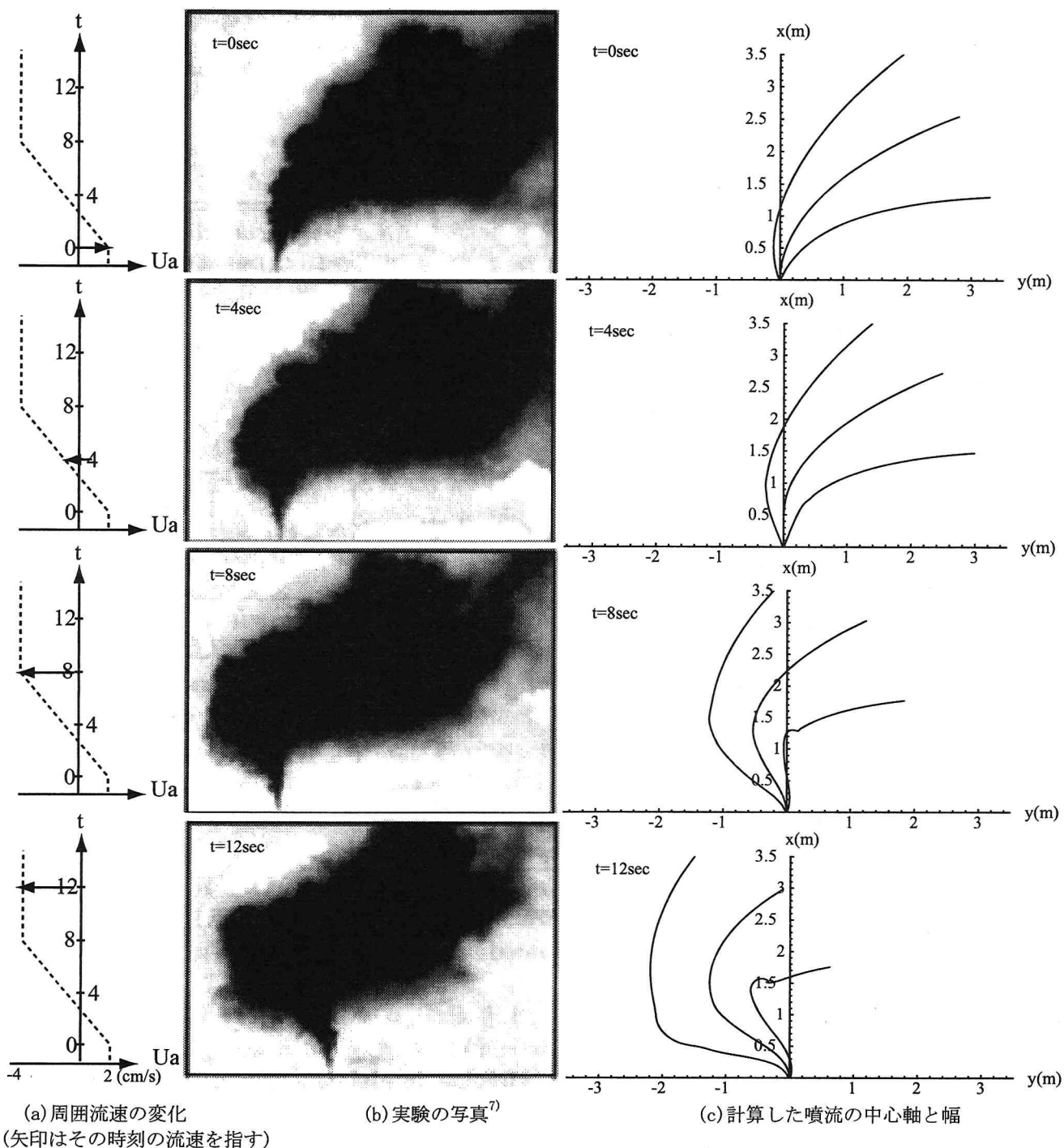


図-4 周囲流れが向きを変える表層密度噴流

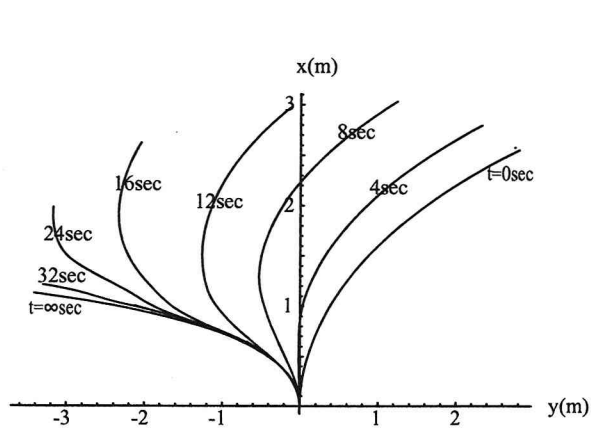


図-5 周囲流れが向きを変える表層密度噴流中心軸の経時変化

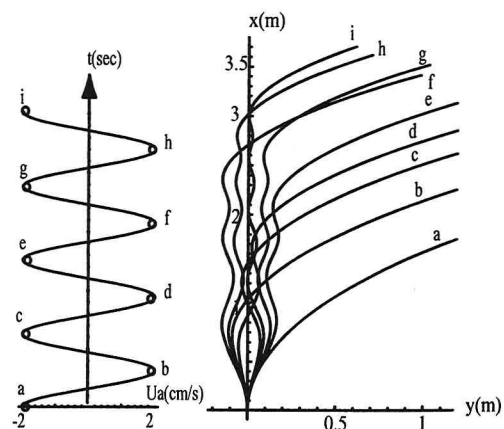


図-6 流向が反転する流れにおける表層密度噴流中心軸の経時変化(a~iは各時刻を表す)

にx軸に寄っていく動きは期待された計算結果である。最終的に中心軸はx軸上で振動する曲線になるが、この振動はLam & Xia⁸⁾が行った水中噴流実験にも現れている。その実験では $U_a = U_{a0} + U_{a1} \sin(t)$ 、 $U_{a1} < U_{a0}$ のため、周囲流れは向きを変えず、噴流は定常流 $U_a = U_{a0}$ 時の中心軸上で振動する格好になっている。

したがって、本積分モデルは表層密度噴流に適用して定性的にその特性を調べることができたといえる。本文では積分係数 $I_n (n=1, 2, \dots, 6)$ 、連行係数と抗力係数を単に定数としているが、一般的にこれらの係数は乱流強度、局所密度フルード数などの諸要素に影響される。精度よく定量的に評価するには大量の実験データに基づいて決めなければならない。もっとも、積分係数、連行係数と抗力係数を如何に合理的に決めるかが、積分型数学モデルの共通課題でもある。静水環境に放出される水中密度噴流は流速と密度の分布が各横断面で強い相似性を保つが、流れる環境に放出される表層及び水中密度噴流は一般的に分布の相似性があまり保たれなかつたりするので、連行係数や抗力係数に汎用性がない。そのため、定常流環境に放出される密度噴流の積分モデルは定数係数(連行係数や抗力係数)を放流条件ごとに変えて対処した(Fan¹⁾、Motz & Benedict¹⁴⁾)。放流条件によって、これらの“定数”係数が大きく“変化”しているが(例えば $C_f = 0.08 \sim 3.4$ 、 $\alpha = 0.13 \sim 0.47$ ¹⁴⁾)、特定の放流条件に特定の定数の連行係数や抗力係数で対応できることは、個々の断面で分布形の自己相似が成り立たなくても、断面全体の合計で成り立つと考えさせられる。Yang³⁾が水中密度噴流に対して抗力係数を定数、連行係数を放流条件自身で計算できる変数として、幅広い放流条件に適用するモデルを提案した。非定常流環境において、モデルに汎用性を持たせるのに、積分係数や連行係数、抗力係数を放流条件や局所密度フルード数などの諸要素に関連付けさせる必要があると思われる。

以上、表層密度噴流を検討したが、モデルの特徴からみて幅の広がり速度が比較的遅い水中密度噴流に本モデルはよりよく適用するであろう。また、このモデルは原理的に噴流中心軸を空間で捻れるように変形させる流れ環境においても解析できると考えられる。

4. 結論

周囲流れの向きが反転するような環境に放出される密度噴流のベクトル表示による積分型モデルを提示した。これは従来の定常環境における密度噴流の積分モデルに時間の偏微分を導入して、それを非定常状態に拡張したモデルである。空間一次元と時間の偏微分方程式のため、高い計算能力とコンピューターリソースを必要としない。表層密度噴流に適用して定性的に実験結果に合致し、その有効性が確認された。本文は時間を導入した積分型モ

デルの適用可能性を示したに過ぎず、定量的に予測するには抗力係数、積分係数と連行量などを大量の実験データに基づいて調整する必要がある。

参考文献

- 1) Fan, L. N.: Turbulent Buoyant Jets into Stratified or Flowing Fluids, Report No. KH-R-15, Calif. Inst. of Tech., Pasadena, Calif., 1967.
- 2) Chu, V. H., and Lee, J. H. W.: General Integral Formulation of Turbulent Buoyant Jets in Cross-Flow, J. Hydr. Engrg., ASCE, Vol. 122(1), pp.27-34, 1996.
- 3) Yang, H., Hayakawa, N. and Fukushima, Y.: Round Buoyant Jets into Nonuniform Flowing Environments, Annual J. Hydr. Engrg., JSCE, Vol. 43, pp.929-934, 1999.
- 4) Stolzenbach, K. D. and Harleman, D. R. F.: An Analytical and Experimental Investigation of Surface Discharge of Heated Water, Ralph M. Parsons Lab. For Water Resources and Hydrodyn., MIT Rep. No. 135, 1971.
- 5) Murota, A., Muraoka, K. and Nakatsuji, K.: Initial Entrainment and Lateral Spread of Three-Dimensional Buoyant Surface Jet, J. of Hydrosience and Hydraulic Engrg., JSCE, Vol. 1, No. 2, pp.33-51, 1983.
- 6) Brocard, D. N.: Surface Buoyant Jets in Steady and Reversing Crossflows, J. Hydr. Engrg., ASCE, Vol. 111, No. 5, pp.793-809, 1985.
- 7) Wolanski, E. J. and Banner, M. L.: Buoyant Surface Jet in Tidal Longshore Current, J. Hydr. Div., Proc. ASCE, Vol. 104, No. HY11, pp.1505-1519, 1978.
- 8) Lam, K. M. and Xia, L. P.: Experimental Simulation of a Vertical Round Jet Issuing into an Unsteady Cross-Flow, J. Hydr. Engrg., ASCE, Vol. 127, No. 5, pp.369-379, 2001.
- 9) Mcguirk, J. J. and Rodi, W.: Mathematical Modeling for Three-Dimensional Heated Surface Jets, J. Hydr. Mech., Vol. 95, Part 4, pp.609-633, 1979.
- 10) Raithby, G. D. and Schneider, G. E.: The Prediction of Surface Discharge Jets by a Three-Dimensional Finite-Difference Model, J. Heat Transfer, ASME, Vol. 102, pp.138-145, 1980.
- 11) Chu, V. H. and Vanvari, M. R.: Experimental Study of Turbulent Stratified Shearing Flow, J. Hydr. Div., ASCE, Vol. 102, No. HY6, pp.691-706, 1976.
- 12) Baddour, R. E. and Farghaly, H. A.: Surface Thermal Plume in Channel, J. Hydr. Engrg., ASCE, Vol. 115, No. 7, pp.869-886, 1989.
- 13) Wiuff, R.: Experiments on Surface Buoyant Jet, J. Hydr. Div., ASCE, Vol. 104, No. HY5, pp.667-679, 1977.
- 14) Motz, L. H. and Benedict, B. A.: Surface Jet Model for Heated Discharges, J. Hydr. Div., ASCE, Vol. 98, No. HY1, pp.181-199, 1972.

(2002. 9. 30受付)