

段落ち部における常射流混在流れの数値計算

NUMERICAL SIMULATION OF COMPLEX FLOW OVER BACKWARD-FACING STEP

梶川勇樹¹・道上正規²・松原雄平³・檜谷治⁴・中本英利⁵

Yuki Kajikawa, Masanori Michiue, Yuhei Matsubara, Osamu Hinokidani, Hidetoshi Nakamoto

¹学生会員 工修 鳥取大学大学院 工学研究科博士課程後期 (〒680-0941 鳥取市湖山町南4-101)

²フェロー 工博 鳥取大学長 (〒680-0941 鳥取市湖山町南4-101)

³正会員 工博 鳥取大学教授 工学部土木工学科 (〒680-0941 鳥取市湖山町南4-101)

⁴正会員 工博 鳥取大学助教授 工学部土木工学科 (〒680-0941 鳥取市湖山町南4-101)

⁵正会員 工修 ㈱東京建設コンサルタント関西支店 (〒532-0003 大阪市淀川区宮原3-5-36)

When a flow over backward-facing step includes both subcritical and supercritical flow, the wave jump or the submerged jet occurs in that flow field. This paper presents the 2-dimensional numerical simulations of such complex flow over backward-facing Step. The numerical model is based on MacCormack scheme, and FAVOR method is introduced to the basic equations. The velocities, water depth, and the non-static pressure are computed. The numerical results are in good agreement with the experimental ones for the wave jump, submerged jet, and the shift process of each flow.

Key Words : MacCormack scheme, FAVOR method, Wave jump, Submerged Jet, backward-facing step

1. はじめに

段落ち部や床固め工下流部の流況は、段上で支配断面が形成されるような流れの場合、主流水脈が水面近くを波状となって流れその下にローラーが形成される波状跳水 (Wave Jump[写真-1(a)]) と、主流水脈が水路床に沿って流れその上方に逆流域が形成される潜り噴流 (Submerged Jet[写真-1(b)]) が発生し、一般には水位差が小さくなると波状跳水に、逆に大きくなると潜り噴流になることが知られている¹⁾。

これらの各流況は、移動床上で非常に複雑な局所洗掘現象を誘起する。つまり、潜り噴流時には主流の再付着点位置が近いために急激な洗掘が生じるが、同時に洗掘孔直下流部に砂堆が形成され水位の堰上げが生じ、流れは波状跳水へと移行する。波状跳水時には再付着点位置が遠くなり、砂堆の洗掘孔への埋め戻しが行われるが、徐々に水位が低下するため流れは再び潜り噴流へと移行する。これらの一連の現象が繰り返し発生し、洗掘は進行していく。そのため、防災上の重要性からその局所流特性・洗掘深の予測等に関してこれまで数多くの研究が行われており、局所流特性に関する段落ち流れの実験では、鈴木ら¹⁾により、各流況の移行条件について詳細に検討されている。

一方、このような局所洗掘現象を数値解析的に解く場

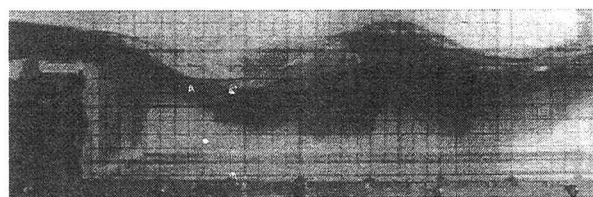


写真-1(a) 波状跳水 (Wave Jump)



写真-1(b) 潜り噴流 (Submerged Jet)

合、流況を的確に再現することが前提となる。特に、段落ち直下流部では鉛直流が発達するため、鉛直2次元あるいは3次元モデルで解く必要があり、さらに各流況の移行過程についても再現できるモデルが必要となる。従来から、段落ち部における流況解析は数多く行われている^{2,3)}ものの、常射流混在下の流れ場を対象とした数値解析例は少ない。

そこで、本研究では局所洗掘現象を解析するモデルの基本となる、常射流混在場における段落ち部の流況を再現できる鉛直2次元数値モデルの構築を目的とし、波状跳水、潜り噴流、および互いの流れの移行過程について、鈴木ら¹⁾の実験結果に対する再現計算を行い、モデルの

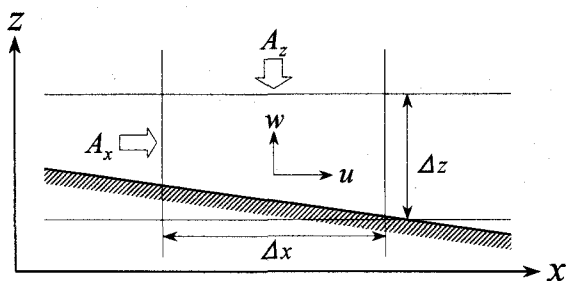


図-1 座標系と面積率の定義方向

妥当性を検討する。数値モデルは、将来の河床変動モデルへの適用を想定して比較的簡易なモデルである0-方程式モデルとし、基礎式の離散化には、従来から常射流混在場で適用されているMacCormack法⁴⁾を採用した。

2. 数値計算モデルと計算手法

(1) 基礎式

よく用いられる一般曲線座標系は、座標系自身に河道、あるいは河床の弯曲形状を持たせることが可能であり、精度の確保が容易である。しかし、種々の格子形成法を駆使する労力を要し、より境界形状が複雑となる場合、計算点が密や粗になり計算精度が落ちる可能性がある。

そこで、本研究では座標系にデカルト座標系の等間隔長方形メッシュを採用し、それにより生じる境界問題を解決するため、複雑境界形状でも滑らかに境界条件を課すことのできるFAVOR法⁵⁾に着目し、これを基礎式に導入する。FAVOR法⁵⁾では、複雑境界上の流れ場において流体と境界部が混在すると考え、任意の点で流体の占める体積率を V 、 x 方向に垂直な断面で流体の占める面積率を A_x とすると、体積力は ρV に比例し、断面積を通して運動量輸送は流体のみの場合に A_x を乗じたものになる。 z 方向も同様である。図-1に座標系と面積率の定義方向を示す。

以下にFAVOR法を導入した鉛直2次元の連続式、運動方程式、および平面2次元の連続式を示す。

[鉛直2次元連続式]

$$\frac{\partial}{\partial x}(A_x u) + \frac{\partial}{\partial z}(A_z w) = 0 \quad (1)$$

[鉛直2次元運動方程式]

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{V} \left\{ \frac{\partial}{\partial x}(A_x u^2) + \frac{\partial}{\partial z}(A_z u w) \right\} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{V} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(A_x \varepsilon_h \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(A_z \varepsilon_z \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right\} \quad (2)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{1}{V} \left\{ \frac{\partial}{\partial x}(A_x u w) + \frac{\partial}{\partial z}(A_z w^2) \right\} = -g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{V} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(A_x \varepsilon_h \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(A_z \varepsilon_z \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right\} \quad (3)$$

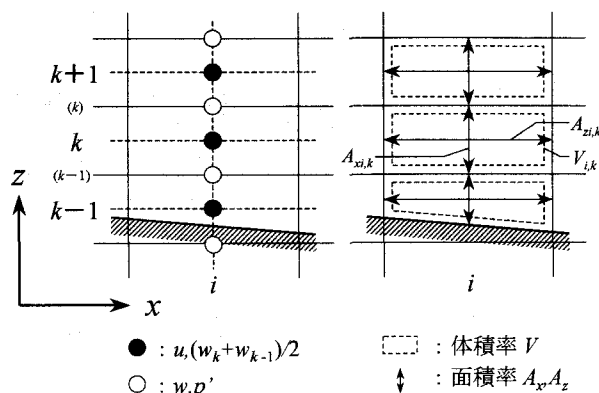


図-2 計算諸量の配置図

[平面2次元連続式]

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(u h) = 0 \quad (4)$$

ここに、 x, z : 水平、鉛直座標、 u, w : x, z 方向の流速成分、 V : 体積率、 A_x, A_z : x, z 方向の面積率、 g : 重力加速度、 ρ : 水の密度、 p : 圧力、 $\varepsilon_h, \varepsilon_z$: 水平、鉛直方向の渦動粘性係数、 h : 水深、上付き横線は鉛直方向の平均値である。

また、水平および鉛直渦動粘性係数は次式で表わす。

$$\varepsilon_h = \frac{1}{6} \kappa u_* h \quad (5)$$

$$\varepsilon_z = \kappa u_* z \left(1 - \frac{z}{h} \right) \quad (6)$$

ここに、 κ : カルマン定数($\kappa=0.41$)、 u_* : 摩擦速度、 z : 鉛直軸方向に河床で0、上方に正である。

(2) 計算方法

(a) 流下方向流速 u および水深 h の計算方法

流下方向流速 u および水深 h の計算には、従来から常射流が混在した流れ場で用いられているMacCormack法⁴⁾を適用する。図-2に計算諸量の配置を示す。前節で示した(2)式および(4)式を、保存形でベクトル表示の式に書き改めると次式のようなになる。

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{1}{V} \left(\frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial z} \right) = C \quad (7)$$

ここで、平面2次元連続式の場合は $V=1.0$ である。

上式に対してMacCormack法を適用するわけであるが、MacCormack法では全ての物理量を同一格子点で定義し、同時に予測子・修正子の各段階で非対称な空間差分を行うため、図-2に示すような各格子における体積率をそのまま用いたのでは、各差分段階での格子点間距離を表現することができないために、FAVOR法の導入が困難であった。そこで、本研究では任意の計算点から各軸方向の計算点までの体積率を簡易的に(8)式および(9)式で求め、これらを予測子、修正子の各段階で用いることによりFAVOR法の導入を行った。ここで、MacCormack法の予測子には後退差分を、修正子には前進差分を適用する。

$$V_{xi,k} = \frac{1}{2}(V_{i+1,k} + V_{i,k}) \quad (8)$$

$$V_{zi,k} = \frac{1}{2}(V_{i,k+1} + V_{i,k}) \quad (9)$$

以下にMacCormack法により差分化された式を示す。

[予測子段階]

$$U_{i,k}^P = U_{i,k}$$

$$\begin{aligned} & -\frac{\Delta t}{\Delta x \cdot V_{xi-1,k}} \{ (E_{i,k} - E_{i-1,k}) - (A_{xi,k} Q_{xi,k} - A_{xi-1,k} Q_{xi-1,k}) \} \\ & -\frac{\Delta t}{\Delta z \cdot V_{zi,k-1}} \{ (G_{i,k} - G_{i,k-1}) \} + \Delta t \cdot C_{i,k} \end{aligned} \quad (10)$$

[修正子段階]

$$\begin{aligned} U_{i,k}^C &= \frac{1}{2}(U_{i,k} + U_{i,k}^P) \\ & -\frac{1}{2} \frac{\Delta t}{\Delta x \cdot V_{xi,k}} \{ (E_{i+1,k}^P - E_{i,k}^P) - (A_{xi+1,k} Q_{xi+1,k}^P - A_{xi,k} Q_{xi,k}^P) \} \\ & -\frac{1}{2} \frac{\Delta t}{\Delta z \cdot V_{zi,k}} \{ (G_{i,k+1}^P - G_{i,k}^P) \} + \frac{1}{2} \Delta t \cdot C_{i,k}^P \end{aligned} \quad (11)$$

ここに、 Δt , Δx , Δz : 時間, x 方向, z 方向の離散間隔、下添字 i,k : 格子番号、上添字 P , C : 予測子, 修正子段階での値、 Q : 人工粘性項である。

人工粘性項 Q については種々提案されているが、本研究では一般的な拡散型のものを採用した⁹⁾。ただし、 z 方向の人工粘性項は無視している。

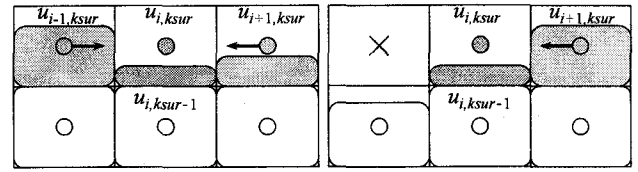
(b) 鉛直方向流速 w および圧力 p の計算法

鉛直方向流速 w に関しては、鉛直2次元の連続式(1)式より、底面で $w=0$ の境界条件のもと差分法を用いて求めている。また、圧力 p の取り扱いについて、本研究では厳密に圧力を解くのではなく、道上ら⁹⁾と同様に圧力の鉛直方向分布を考慮し、圧力 p を静水圧 p_0 ($=\rho g(\xi-z)$, ξ : 水位) とこれからの偏差 p' に分けて計算を行う。このとき、圧力偏差 p' に関しては、鉛直方向の運動方程式(3)式に対して時間項を微小項として省略し、水面で $p'=0$ という境界条件のもと差分法を用いて求める。ここで、予備計算では時間項を考慮した計算も行っており、流れの移行過程等の非定常な計算においても、その影響はほとんど表れないことを確認している。

(3) 境界条件および計算手順

境界条件については、上流端で流量を、下流端で所定の水位を与えた。水面ではFree-Slipとし、側壁および河床では対数則による摩擦を与えた。計算手順としては、①下流端を堰上げた状態にし、全格子点において $u=\bar{u}$, $w=0$, $p'=0$, ξ =一定の初期条件を与える、②各格子における体積率、面積率を求める、③ w の計算、④ p' の計算、⑤ u , h の計算を行うものとし、基本的に下流端水深を徐々に低下させながら、上記②～⑤を定められた時間まで繰り返し計算を行った。

ここで、本計算では水面境界における格子内の自由水面形状を図-3のようにフラットにモデル化し、タイムス



(a) 両側から流入してくる場合 (b) 片側から流入してくる場合

■ : 新規メッシュ

□ : 新規メッシュへの流入流速値が存在するメッシュ

図-3 モデル化後の水面境界における新規メッシュの取り扱い

テップ毎に得られた水深から体積率、面積率を求めている。そのため、水深が増加した場合には水面境界で新規メッシュが生成される。その際、この新規メッシュに流速値を与える必要があり、水面ではFree-Slip条件としているため、1つ下のメッシュと等しい流速値を与えている。しかし、図-3に示すように、新規メッシュに流入してくるような流速値が存在する時、(a)の場合は(13)式、(b)の場合は(14)式により流速値を与えるものとした。

$$u_{i,ksur} = (u_{i+1,ksur} + u_{i-1,ksur})/2 \quad (13)$$

$$u_{i,ksur} = (u_{i,ksur-1} + u_{i-1,ksur})/2 \quad (14)$$

ここに、 $ksur$: 新規メッシュの z 方向メッシュ番号である。

(4) 最小体積率 V_{min} について

本研究では、体積率 V が $0.0 < V < 1.0$ をとる境界格子上において、 $V=0.0$ となった場合に計算が発散してしまうことを考慮し、最小体積率 V_{min} を設定して、 V が $V < V_{min}$ の場合 $V=0.0$ として計算を行うものとした。そこで、勾配1/100、マンニングの粗度係数 $n=0.035$ の水路において、単位幅流量 $q=83.3 \text{ cm}^2/\text{s}$ 、等流水深 $h_0=3.01 \text{ cm}$ の等流計算を行い、等流水深と計算水深との誤差から V_{min} の設定を行った。計算条件は、 $\Delta t=0.001 \text{ s}$ 、 $\Delta x=2.0 \text{ cm}$ 、 $\Delta z=0.5 \text{ cm}$ である。その結果、最小体積率を小さくするほど、等流水深との誤差も小さくなったが、ここでは、等流水深との平均誤差が0.3%程度であり、工学的に十分な精度であるとして $V_{min}=20\%$ ($\Delta z \times V_{min}=0.1 \text{ cm}$)を採用した。

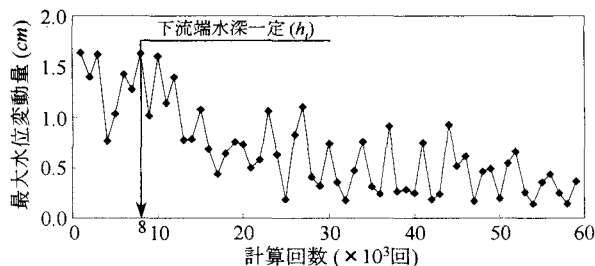
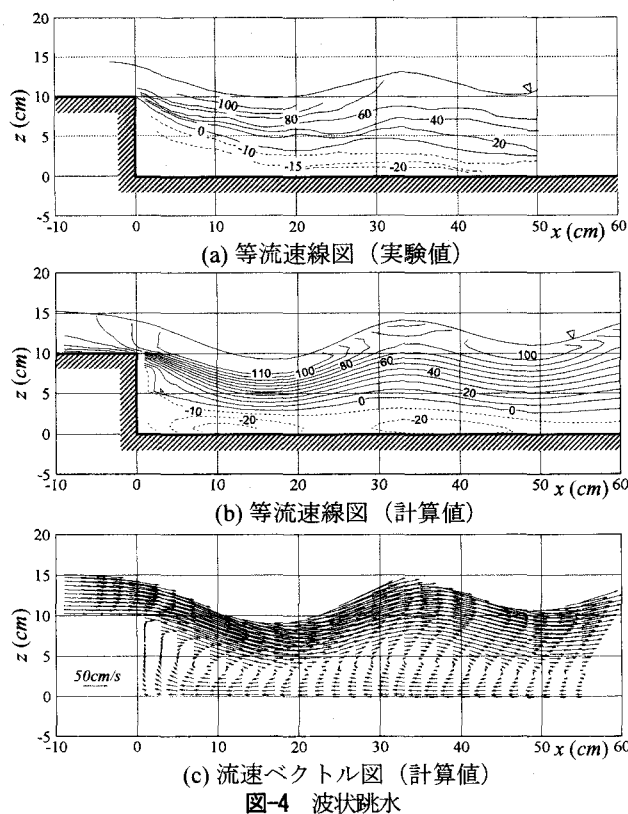
3. 段落ち流れの数値計算

(1) 計算条件

計算条件は、表-1に示している鈴木ら¹⁾により行われた実験を対象とする。計算領域は流下方向に250cm、鉛直方向に25cmの固定領域で、段落ち部は上流端から下流方向50cmの位置に設置している。また、各流況の発生条件の違いは境界下流端水深の違いによるものである。

表-1 計算条件

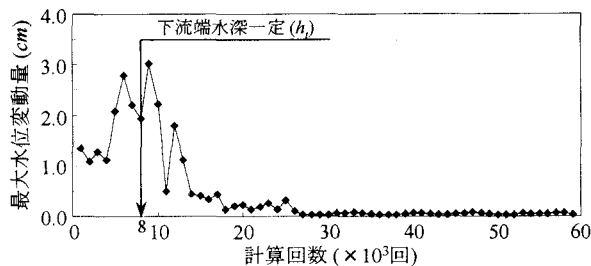
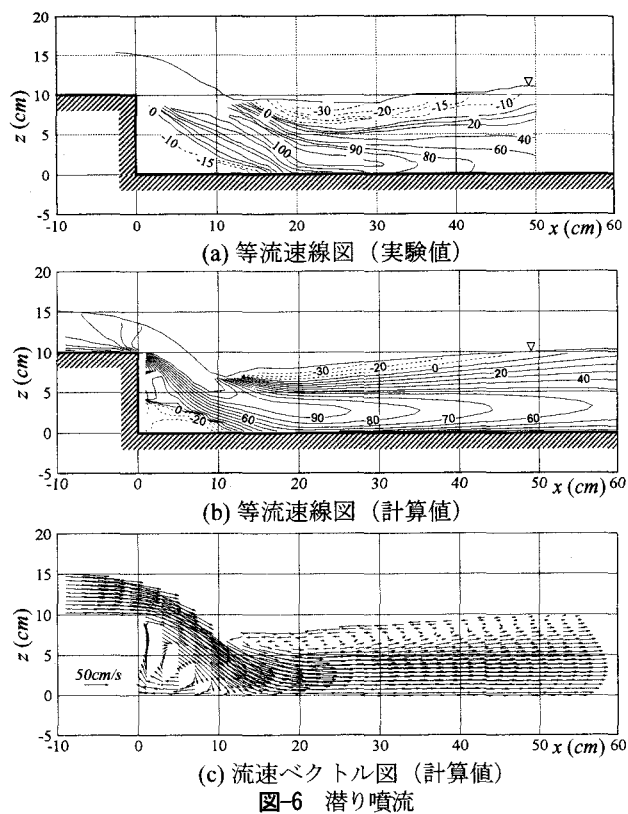
水路勾配 I	1/300	離散間隔	
マンニング粗度係数 n	0.017	Δt (s)	0.001
段落ち高さ W (cm)	10	Δx (cm)	2.0
単位幅流量 q (cm^2/s)	400	Δz (cm)	0.5
下流端水深 h_t (cm)	波状跳水: 13.87, 潜り噴流: 10.92		



(2) 波状跳水の再現計算

図-4に波状跳水の(a)等流速線図(実験値)、計算開始から60秒後の(b)等流速線図(計算値)、(c)流速ベクトル図(計算値)を示す。実験結果では、段落ち下流端を剥離した主流水脈は水面付近を流れ、その水脈幅を拡散させながら流下している。主流の最大流速は段落ち剥離後の水面付近に存在し、特に水面が下向きに弯曲している部分に集中している。計算結果はこのような流況に加え、流速値および水面形についても良好に再現できている。

ここで、計算では計算開始から60秒後の結果を示したが、これは計算による流れが定常状態に至らなかったためである。図-5に計算の繰り返しによる1000回毎の最大水位変動量の変化を示す。図からも分かるように、60000回(60秒)の計算回数でも流れは定常状態に至っておらず、さらに計算回数を増やしても定常状態には至らなかった⁷⁾。この原因は、図には示していないが、最大水位変動量の発生位置が段落ち直後の波状頂部に集中しており、また、下流端水深 h_f が流れの移行限界近傍であったことから、波状頂部での波状形状が、崩壊と形成を繰り返しているためである。事実、実験においても流



れの移行限界近傍では波状頂部の崩壊と形成が繰り返され、非常に不安定な流況であることが確認されている¹⁾。

(3) 潜り噴流の再現計算

前節の波状跳水の計算結果同様、図-6に潜り噴流の実験結果、および計算結果(60秒後)を示す。実験結果では、段落ち部で剥離した主流水脈は、その水脈幅を保ったまま水路床に衝突するとともに、水路床に沿って水脈幅を広げながら流下している。段落ち直下流の水面付近では逆流渦が形成されており、また水面形は比較的平坦な状態となっている。計算結果も、水面付近において逆流渦が形成されており、主流水脈が水路床に沿って流下している点など、潜り噴流の流況特性を良く再現している。

また、図-5同様、図-7に潜り噴流時の最大水位変動量(1000回毎)の変化を示す。図より、潜り噴流の計算では波状跳水時とは大きく異なり、約30000回(30秒)の計算回数で流れはほぼ定常状態に達し、その後の計算でも大きな変動は起こっていない。このことから、計算による潜り噴流時の水面は穏やかで、実験においても水面形が比較的平坦となる理由が伺える。

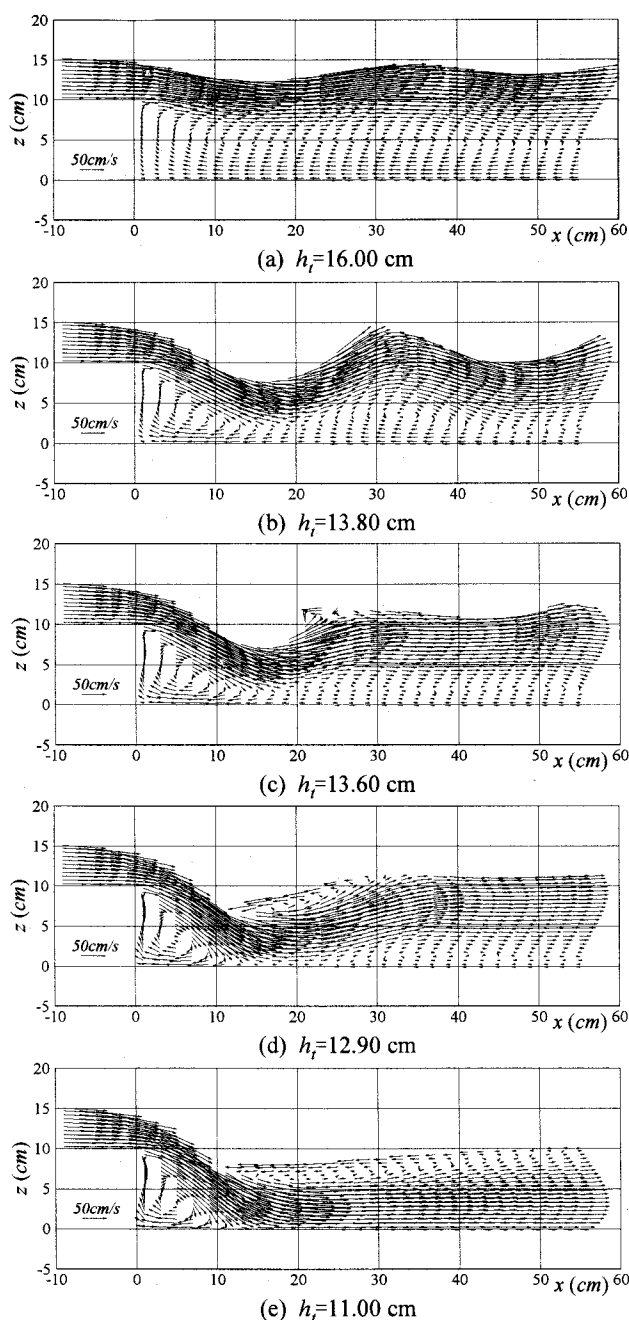


図-8 波状跳水から潜り噴流への移行過程

(4) 流れの移行過程に関する数値計算

ここでは、これまでの計算条件下で、下流端水深 h_t を操作することにより、互いの流れの移行過程について再現計算を試みる。計算では、下流端水深 h_t を16cm～11cmの範囲で上下に変動させた。ここで、下流端水深の変動速度については、次節に示す流れの移行限界に関係していると考え、予備計算において実験での変動速度よりも小さいと思われる0.05～0.2cm/sの範囲で計算を行なっている。その結果、変動速度の大小による移行限界水深への大きな影響は表れなかったため、ここでは0.1cm/sを採用した。計算結果として、図-8に波状跳水から潜り噴流への移行過程を、図-9に潜り噴流から波状跳水への移行過程の流速ベクトル図を示す。

まず、図-8より、下流端水深を徐々に低下させるに従

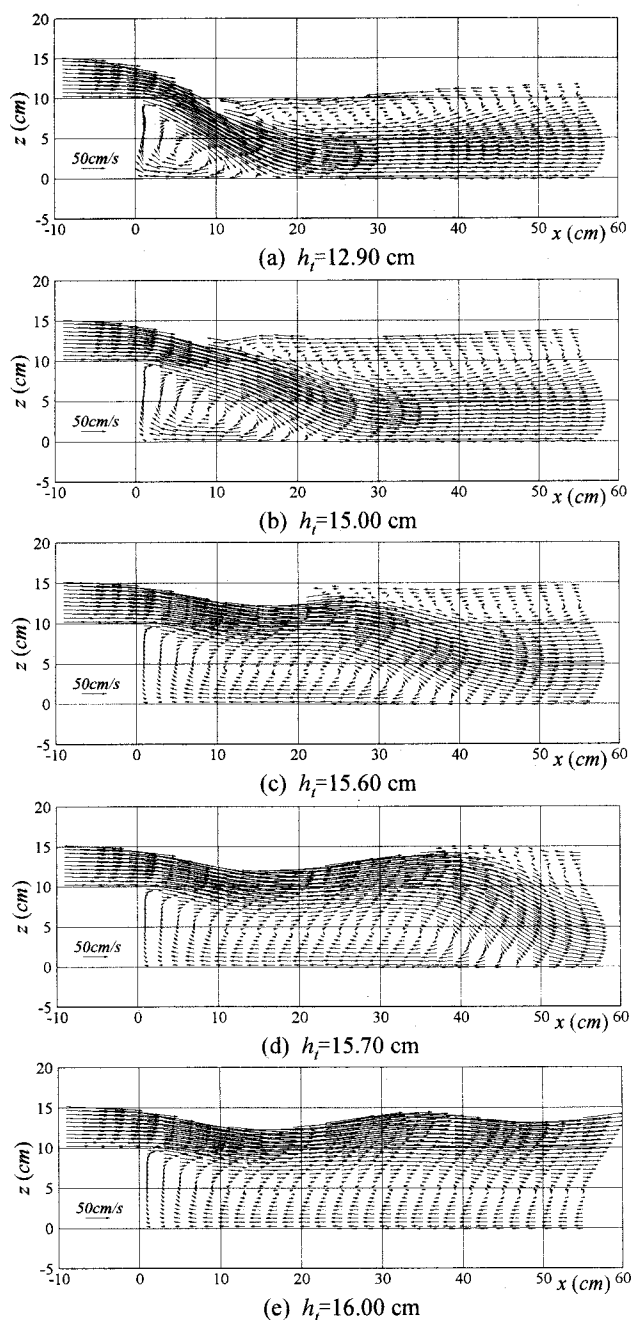


図-9 潜り噴流から波状跳水への移行過程

い、波状形状がより顕著に表れ始める(図-8(b))。その後、流れが波状跳水から潜り噴流へと移行する瞬間、波状部は上流側に碎波するような状態となり、水面で逆流渦が形成され始める(図-8(c), (d))。そして、主流水脈はその逆流渦に押し潰されるように水路床付近を流れるようになる(図-8(e))。一方、潜り噴流から波状跳水へと移行する場合、図-9より、下流端水深の上昇に伴い水面の逆流域が増加し、主流の水路床への再付着点位置が下流方向へと伸びていく(図-9(a), (b))。そして、ある瞬間に主流は水路床を離れ、瞬時に水面の逆流域をフラッシュしている(図-9(c), (d))。

これら流れの移行過程は、藤田ら⁸⁾によるトレンチ部周辺の流況実験と類似しており、本数値モデルは段落ち部の流れの移行過程を良好に再現できていると思われる。

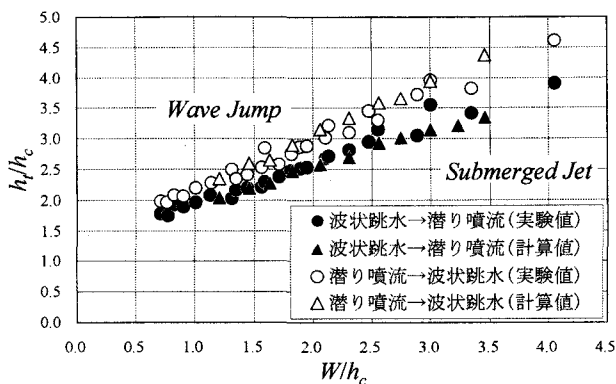


図-10 移行限界水深の比較

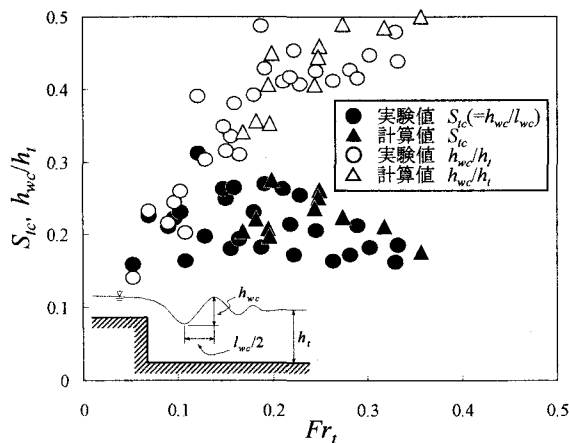


図-11 波高および波高波長比の比較

(5) 流れの移行限界に関する数値計算

ここでは段落ち流れの移行限界について計算値と実験値との比較を行う。まず、限界状態についてであるが、実験による移行限界の測定は、波状跳水から潜り噴流への移行の場合、流れが波状跳水の状態から徐々に下流端水深を低下させていき、そして段落ち直下流の水面勾配が大きくなり流れが不安定となった時点限界状態としている。また潜り噴流から波状跳水への移行限界は、流れが潜り噴流の状態から徐々に下流端水深を上昇させていき、波状跳水に変化した時点限界状態としている。そこで、計算も同様、図-8(b), (c)の不安定な状態を波状跳水から潜り噴流への移行限界とし、図-9(c), (d)となる状態を潜り噴流から波状跳水への移行限界とした。実験では段落ち高さ $W=4.5\text{cm}\sim 11.5\text{cm}$ 、単位幅流量 $q=50\sim 500\text{cm}^2/\text{s}$ の範囲で変化させており、計算でもほぼ同様に $W=5\sim 15\text{cm}$ 、 $q=250\sim 500\text{cm}^2/\text{s}$ の範囲で変化させ、下流端水深 h_i を 0.1cm/s の速さで変動させた。

結果として、まず図-10に流れの移行限界水深の比較図を示す。ここに、 h_c は各流量条件における限界水深であり、横軸 W および縦軸 h_i は h_c により無次元化されている。図より、計算値はどちらの移行限界に対しても、実験値とほぼ同値の移行限界水深を示しており、さらに、一定流量であれば、段落ち高さが大きくなるほど移行限界水深も大きくなるという傾向をよく再現している。

また、図-11に波状跳水から潜り噴流移行時の、下流

端フルード数 Fr_i と、波高波長比 S_c および波高 h_wc/h_i との関係を示す。実験では、波高波長比 S_c は流れが限界状態に近づくと $0.2\sim 0.3$ 程度となり、また波高 h_wc/h_i は Fr 数の増加に伴って増加するものの、 h_wc は h_i の約 0.5 倍程度になると報告されている¹⁾。その点、計算値は実験値とほぼ同様の値および傾向を示しており、本数値モデルは流況移行時の波状形状を良好に再現していると思われる。

4. おわりに

本研究では、基礎式にFAVOR法を導入した鉛直2次元MacCormack法による数値モデルを構築し、常射流混在場における段落ち流れの数値計算を行った。主な結果を以下にまとめる。

- 1) 本数値モデルにより、段落ち部の流況特性である波状跳水、および潜り噴流現象を良好に再現することができた。
- 2) 波状跳水と潜り噴流に関する流れの移行過程の数値計算を行ったところ、本数値モデルにより良好にその移行過程を再現することができた。
- 3) 互いの流れの移行限界について実験値との比較を行ったところ、その移行限界水深および波高波長比を良好に再現することができ、計算により段落ち流れの移行限界を説明できることが示された。

以上のようなことが明らかにされたが、今後は床固め工下流部の局所洗掘に適用できるよう、河床変動計算モデルの導入を考えている。

参考文献

- 1) 鈴木幸一，道上正規，檜谷治，M.S.Ibrahim：段落ち部の流況特性，第29回水理講演会論文集，pp.615-620，1985。
- 2) 富永晃宏，棚津家久，劉建，神谷昌文：水面変化を考慮した河床状態急変を伴う開水路乱流の数値計算，第8回数値流体力学シンポジウム講演集，pp.337-340，1994。
- 3) 中山昭彦，横嶋哲：開水路流れ計算のための水面変動を考慮した乱流モデル，水工学論文集，第43巻，pp.389-394，1999。
- 4) 日本機械学会編：流れの数値シミュレーション，コロナ社，第2章，pp.106-108，1989。
- 5) C.W.Hirt, J.M.Sicilian: A Porosity Technique for the Definition of Obstacle in Rectangular Cell Meshes, Flow Science, Inc. Los Alamos, New Mexico, pp.450-469, August 1985。
- 6) 道上正規，檜谷治：水制周辺の平面2次元河床変動計算に関する研究，水工学論文集，第36巻，pp.61-66，1992。
- 7) 中本英利，道上正規，檜谷治：射流部を含む段落ち流れの数値解析，土木学会第55回年次学術講演会講演概要集CD-ROM, II-344, 2000。
- 8) 藤田一郎，丸山達弥：トレンチ付き落差工流れの水理特性，水工学論文集，第45巻，pp.403-407，2001。

(2002. 9. 30受付)