

# 二次元水理構造物を越流する流れの数値計算

## 2-D NUMERICAL ANALYSIS FOR FLOW OVER HYDRAULIC STRUCTURES

内田龍彦<sup>1</sup>・福岡捷二<sup>2</sup>・渡邊明英<sup>3</sup>・山崎幸栄<sup>4</sup>

Tatsuhiko UCHIDA, Shoji FUKUOKA, Akihide WATANABE, and Yukitaka YAMASAKI

<sup>1</sup> 学生会員 広島大学大学院 工学研究科博士課程後期 環境工学専攻 (〒739-8527 東広島市鏡山 1-4-1)

<sup>2</sup> フェロー会員 工博 Ph.D. 広島大学大学院教授 工学研究科社会環境システム専攻 (同上)

<sup>3</sup> 正会員 工博 広島大学大学院助教授 工学研究科社会環境システム専攻 (同上)

<sup>4</sup> 正会員 株式会社フジタ (〒729-4303 双三郡三良坂町灰塚 7-5)

Bed scouring protective works with concrete blocks are installed on the downstream bed of hydraulic structures. The bed scouring around bed protective works decreases the stability of the last row block of the structure. Additionally, the hydrodynamic force acting on the last row block is larger than that of any other blocks of its group. So, the last row block is a weak point in the bed protective works. However, the design method for the downstream area of bed protective works is not established because it is difficult to estimate the flow and bed variation there.

In this paper, two-dimensional numerical model for the flow over hydraulic structures, which employs the moving grid system in vertical direction, is developed. The model can calculate hydrodynamic forces acting on the last row blocks of its group, and applicable to simulate the flow in the downstream of two-dimensional hydraulic structures.

**Keywords:** hydrodynamic force, bed scouring, last row block, two-dimensional numerical model, moving grid system

### 1. 序論

水叩き工, 床止め工などの河道横断構造物の直下流部に生じる河床洗掘は, これらの構造物の安定性を低下させるだけでなく, 付近の護岸工や堤防の破壊を引き起こす原因となる. 河床洗掘を防ぐ一般的な工法として, コンクリートブロックや巨礫を用いた護床工がある. しかし, 護床工下流部でも同様に河床洗掘が生じ, 護床工の被害は付随する河川構造物を危険にさらすため, 水理構造物下流の河床洗掘を防ぐことは河道計画において重要な課題のひとつとなっている. これに関する研究は, 構造物下流の河床洗掘を扱うものと, 洗掘対策工の水理機能に関するものに分けられる.

構造物下流の河床洗掘は, 洗掘孔内の激しい流れによる強い非平衡性をもつ流砂運動が引き起こす複雑な現象である. 河床洗掘形状はいくつかの洗掘過程において相似性をなすため, 河床洗掘の予測法は, 洗掘形状の相似性に着目したものが多く<sup>1)</sup>. しかし, この方法では護床工の構造や河道特性などの影響を評価することが困難である. 川島・福岡<sup>2)</sup>は平面二次元数値解析を用いた計算法を提案しているが, 河道横断構造物下流の河床洗掘は洗掘過程において洗掘孔内の流れの鉛直構造が大きく変化するため, 十分といえない.

護床工は流体力や下流の河床洗掘に対する安定性と適度な流水抵抗をもつことが求められる<sup>3)</sup>. 著者ら<sup>4)</sup>は, 流体力の直接計測から, 護床工などのブロック群下流部では, 最下流に位置するブロックには大きな流体力が作用することを明らかにした. この結果は, 最下流に位置するブロックは河床洗掘によって構造的に不安定になるだけでなく, 大きな流体力によって被害を受けやすいため, 護床工の設計においては下流部に特別注意することが重要であることを示した. 川口ら<sup>5)</sup>は護床工下流部の流れ, 流体力と護床工の破壊メカニズムを検討している. しかし, 護床工下流部のブロックに作用する流体力を見積ることは困難であり, 護床工の力学的な設計法を確立するには至っていない.

一般に, 水理構造物を越流する流れは急変流であり, 流線の曲率に支配されるため, これを解析モデルで扱うにはポテンシャル理論の応用が可能となる場合が多い<sup>6)7)</sup>. 上述の河床洗掘や流体力の問題では, 構造物背後で剥離を有する流れ場を扱うが, 水面形と流線の曲がりによって生じる圧力場が構造物直下流部の流れを決定づけるため, レイノルズ応力が必ずしも重要とされないと考えられる. このため, 本研究では, レイノルズ応力項を重要視せず, 水理構造物を越流する水面形と, 流線の曲がりによって生じる圧力場を表現できる解析法を検討し, 二次元水理構造物を越流する流れの数値解析モデルを構築

することを目的としている。

## 2. 解析手法

### (1) 基礎方程式

構造物下流の変動を伴う河床および水面形状を適切に評価するため、基礎方程式に移動 $\sigma$ 座標系に展開された $\xi, z$ 方向運動方程式(1),(2)と連続式(3)を用いる。

< $\xi$ 方向運動方程式>

$$\frac{\partial \tilde{U}}{\partial t} + \tilde{U} \frac{\partial \tilde{U}}{\partial \xi} + (\tilde{W} - w_g) \frac{\partial \tilde{U}}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial P}{\partial \xi} + \tilde{\sigma}_x \frac{\partial P}{\partial z} \right) + \frac{1}{d\xi d\sigma} \left\{ \frac{\partial}{\partial \xi} (d\sigma \tilde{\tau}_{\xi\xi}) + \frac{\partial}{\partial \sigma} (d\xi \tilde{\tau}_{\xi\sigma}) \right\} \quad (1)$$

< $z$ 方向運動方程式>

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \tilde{U} \frac{\partial w}{\partial \xi} + (\tilde{W} - w_g) \frac{\partial w}{\partial z} = -g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + \frac{1}{d\xi d\sigma} \left\{ \frac{\partial}{\partial \xi} (d\sigma \tilde{\tau}_{z\xi}) + \frac{\partial}{\partial \sigma} (d\xi \tilde{\tau}_{z\sigma}) \right\} \quad (2)$$

<連続式>

$$\frac{\partial}{\partial \xi} d\sigma \tilde{U} + \frac{\partial}{\partial \sigma} d\xi (w + \tilde{\sigma}_x \tilde{U}) = 0 \quad (3)$$

ここで、

$$\tilde{W} = w + \tilde{\sigma}_x \tilde{U},$$

$$\tilde{\tau}_{\xi\xi} = \tilde{\tau}_{x\xi} = 2v_t \left[ \frac{\partial \tilde{U}}{\partial \xi} + \tilde{\sigma}_x \frac{\partial \tilde{U}}{\partial z} \right], \tilde{\tau}_{z\xi} = v_t \left[ \frac{\partial \tilde{U}}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial \xi} + \tilde{\sigma}_x \frac{\partial w}{\partial z} \right],$$

$$\tilde{\tau}_{z\sigma} = v_t \left[ \frac{\partial \tilde{W}}{\partial z} + \tilde{\sigma}_x \frac{\partial w}{\partial \xi} + \tilde{\sigma}_x^2 \frac{\partial w}{\partial z} \right],$$

$$v_t = ku_x z \left( 1 - \frac{z}{h} \right) + v, \quad \tilde{\sigma}_x = -z_\xi / d\xi, \quad z_\xi = \partial z / \partial \xi,$$

$\tilde{U}, \tilde{W}$ :  $\sigma$ 座標系における $\xi, \sigma$ 方向流速の共変物理成分、

$w, w_g$ : 鉛直方向の流速とグリッド移動速度、

$v$ : 水の動粘性係数、である。

基礎方程式は物理成分で表記されている<sup>8)</sup>。図-1に $\sigma$ 座標系の定義を示す。 $\xi$ 軸方向は任意であるが、 $\sigma$ 軸方向は $z$ 軸方向と等しい。 $\sigma$ 座標系における流速の共変物理成分は流速ベクトルを各軸方向に分解して求められる。 $\xi$ 方向の物理成分は $x$ 方向の物理成分と座標系の傾きによって決まるため、本研究では移動座標に関する計算アルゴリズムを簡略化するため、 $\xi$ 方向の物理成分は $x$ 軸に投影させた大きさを用いている。 $d\xi, d\sigma$ はそれぞれ $x, z(\sigma)$ 方向の格子間隔となる。

基礎方程式をスタガード格子を用いて、差分により計算する。時間前進項は後に示すように時間二次精度のHeun法、移流項は $\xi$ 方向に三次精度の風上差分法、 $\sigma$ 方向にLax-Wendroff型の数値粘性項を加えた二次精度の中央差分、他の項は二次精度の中央差分で計算する。

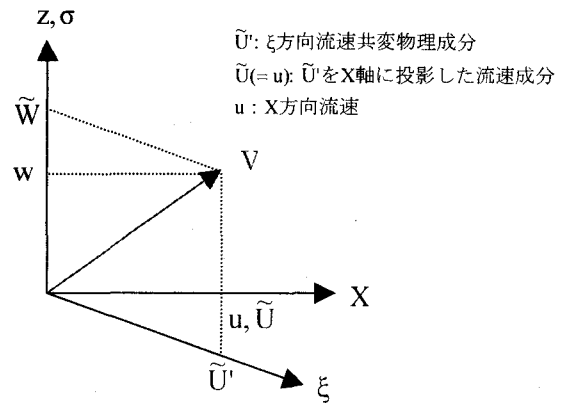


図-1  $\sigma$ 座標系の定義

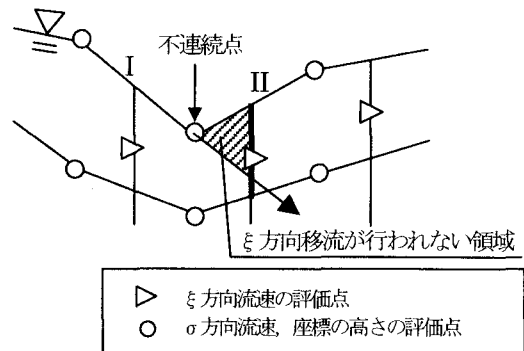


図-2 水面不連続部の評価方法

### (2) 水面の評価方法

境界適合座標系では、水面に沿って計算格子が作成され、水面の流れを連続的に表すことが多い<sup>9)</sup>。水理構造物下流の流れ場は複雑な水面形を有し、水面の流れが不連続になる場合がある。数値解析で複雑な自由水面を評価するため、しばしば計算セルにおける流体の占める体積比率を考慮するVOF法<sup>10,11)</sup>が適用される。しかし、構造物の安定性を議論するためには、流体力となる構造物周りの圧力分布や河床変動に直接影響する河床付近の流れが表現できれば良く、水面付近の流れを厳密に解く必要はないと考える。そこで、水面下の流れの解法には、水面を連続的に扱う解法に次に示すような簡易的な流れの不連続条件を導入する。

水位 $\zeta$ は水深積分した連続式(4)で表し、水面の鉛直方向流速は式(5)の運動学的境界条件で与える。

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \int \tilde{U} dz + d\xi \frac{\partial \zeta}{\partial t} = 0 \quad (4)$$

$$w = \frac{\partial \zeta}{\partial t} + \tilde{U} \frac{\partial \zeta}{\partial \xi} \quad (5)$$

図-2は水面の流れが不連続になる断面付近の計算格子と計算諸量の評価点である。水面の不連続点で水面の流体が矢印の方向に移動すると、断面Iから断面IIの間に運動量の輸送が行われない領域が生じる。しかし、図-2のような計算格子では、不連続断点で流速の計算が行われないため、上述の運動量の輸送過程を適切に評価することができない。このため、水面付近の移流は以下のように取り扱う。不連続断面の流れの向きを上流の水面勾

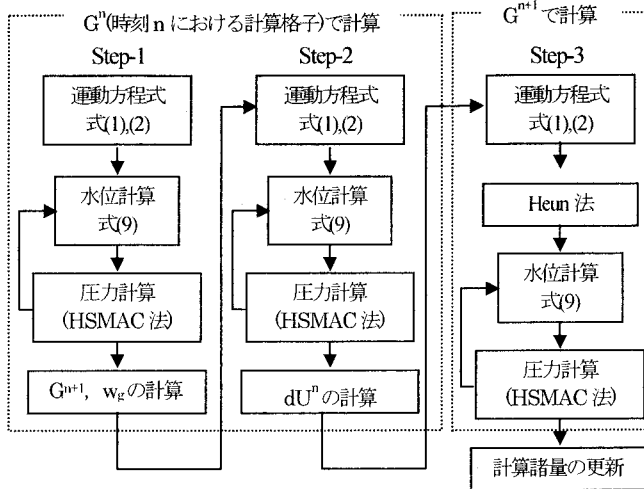


図-3 時間前進の計算アルゴリズム (n → n+1)

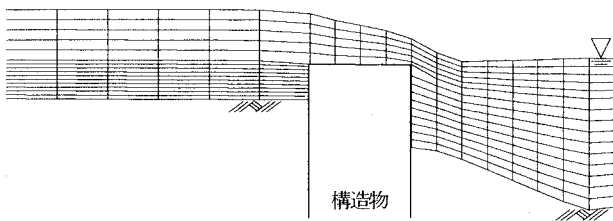


図-4 計算格子の例

配とすると、断面 II における移流断面の減少率  $\varepsilon$  は式(6)で表される。

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \frac{\partial \tilde{\zeta}_\xi}{\partial \xi} \frac{d\xi}{d\sigma}, \quad \tilde{\zeta}_\xi = \frac{\partial \zeta}{\partial \xi} \quad (6)$$

計算では、 $\varepsilon$  は  $\xi$  方向流速を乗じて  $\sigma$  方向の移流項の形にし、水面を介してゼロの運動量が輸送されるとして取り扱う。ここでは、 $\varepsilon$  の導入条件を単純に流速評価断面における水位勾配が正で、水位勾配が増加している場合としているが、厳密には、水面に沿って流れが生じる場合は  $\varepsilon$  を導入すべきでなく、 $\varepsilon$  の導入条件について水理的に検討する必要がある。

### (3) 計算方法

圧力  $P$  は静水圧分布を仮定せず、式(7)で表し、静水圧分布からの偏差  $dp$  を HSMAC 法による繰り返し計算で求めている。

$$P = \rho g(\zeta - z) + dp \quad (7)$$

水位  $\zeta$  は繰り返し計算内で式(4)を用いて更新し、陰的に解かれる<sup>9)</sup>。計算グリッドは水面の移動に伴い再構築し、グリッド移動速度  $w_g$  を計算する。 $w_g$  を運動方程式に反映させるため、図-3 に示す 3Step からなる時間前進の計算アルゴリズムを採用している。Step-1 では、次の時間ステップの計算格子と  $w_g$  を計算する。計算格子は Step-2 と Step-3 の間で更新され、HSMAC 法の繰り返し計算では水面以外固定している。 $w_g$  は Step-2,3 の運動方程式に用いる。Step-2 で、計算諸量の予測値を求め、Step-3 の

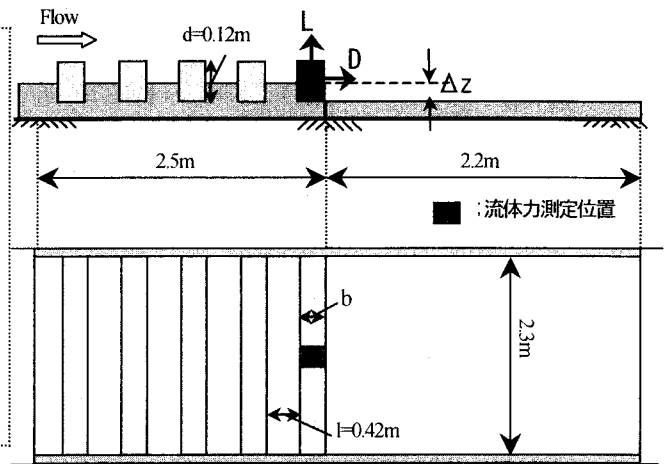
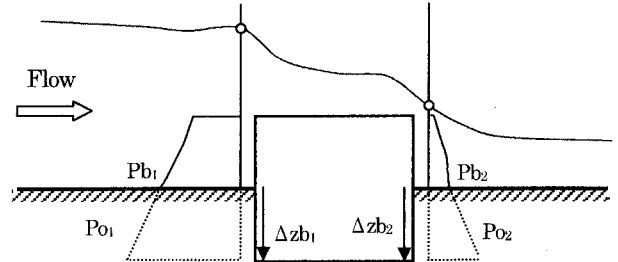


図-5 実験水路 (二次元槽粗度実験)



$P_{b1}, P_{b2}$  : 河床面の粗度前、背面の圧力  
 $P_{o1}, P_{o2}$  : 河床面より下の粗度前、背面の圧力分布  
 $\Delta z_{b1}, \Delta z_{b2}$  : 粗度前、背面の河床面からの鉛直距離

図-6 抗力の計算方法

運動方程式を時間二次精度の Heun 法で計算する。

境界条件を以下に示す。上下流端の境界条件として、上流端では流速鉛直分布の相似性を仮定して流量を与え、下流端では水位を与えている。また、自由表面の圧力の境界条件として、水面下グリッドで  $dp=0$  を与えている。河床面と構造物上面の壁面せん断力は対数則で与え、構造物の鉛直壁面の境界条件は Slip 条件を与えている。図-4 に示すように、計算格子は水面と河床面に沿って作成し、構造物の壁面境界で不透過の条件が直接考慮できるように流速評価断面を設けている。高さの評価点は計算格子中央であるが、構造物の角を表現できるように、角の高さを考慮して、図-4 のように計算格子を作成している。

### 3. 最下流粗度に作用する流体力の計算

最下流粗度背面の流れと最下流粗度に作用する流体力の計算法の検討を行う。計算対象は二次元槽粗度実験<sup>12)</sup>である。実験水路を図-5 に示す。実験では、最下流粗度の不安定性を検討するため、粗度群下流の河床洗掘を想定し、河床低下量  $\Delta Z$  を変化させて最下流粗度周辺の流れ場と最下流粗度に作用する流体力が計測された。流体力の測定は、マンメータを用いた圧力分布の測定と、分力計を用いた流体力の直接測定が行われた。実験の粗度群下流は射流であるため、計算の下流端条件は水深の縦断勾配ゼロを与えている。図-6 は粗度に作用する抗力の

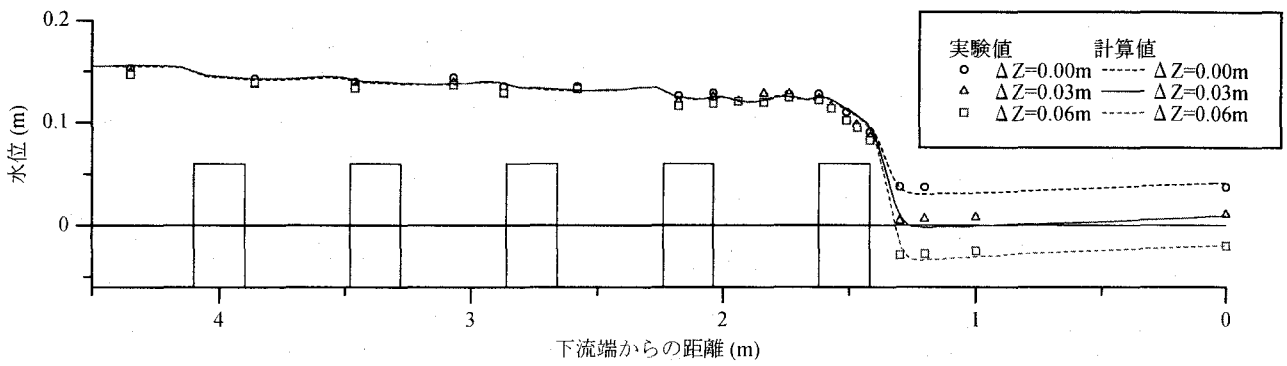


図-7 縦断水面形の実験値と計算値の比較

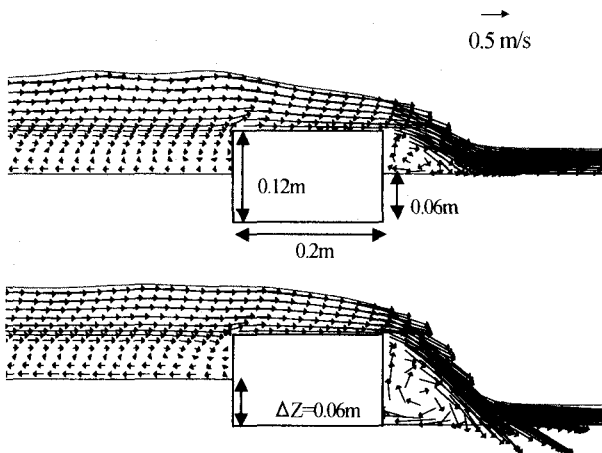


図-8 最下流粗度周辺の計算流速ベクトル ( $\Delta Z=0.00, 0.06\text{m}$ )

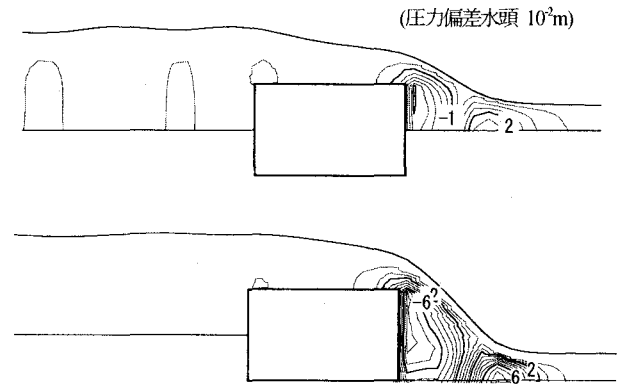


図-9 最下流粗度周辺の計算圧力偏差水頭分布 ( $\Delta Z=0.00, 0.06\text{m}$ )

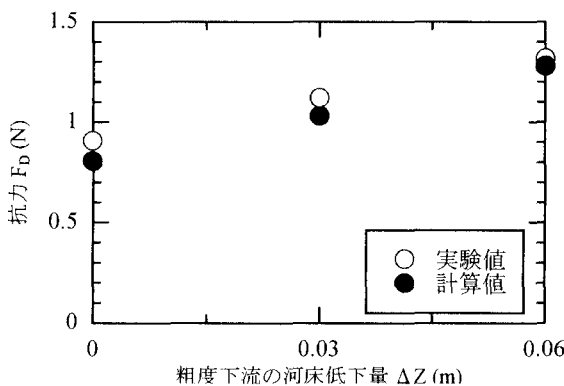


図-10 最下流粗度に作用する抗力の実験値と計算値の比較

計算方法を示す。抗力は粗度の前背面に作用する圧力とせん断応力を積分して求めることができる。河床面より下の圧力分布は静水圧分布と仮定し、河床面における粗度前背面の圧力を用いて式(8)で計算する。

$$Po_1 = Pb_1 + \rho g \Delta z b_1, \quad Po_2 = Pb_2 + \rho g \Delta z b_2 \quad (8)$$

図-7は縦断水面形の実験値と計算値の比較を示す。計算結果は、粗度群による水位の堰上げと粗度群下流部の急な水位低下を再現する。図-8, 9はそれぞれ最下流粗度周辺の流速ベクトルと粗度周辺の圧力偏差水頭 $dp/\rho g$ の計算結果を示す。粗度背面で強い逆流域が形成され、その直下流で水叩き部ができる。これに対応して、最下流粗度背後で圧力低下、粗度群下流の水叩き部で圧力増加が生じる。粗度群背後の逆流域が形成されるためには、水面勾配に起因する圧力勾配よりも大きな逆向きの圧力

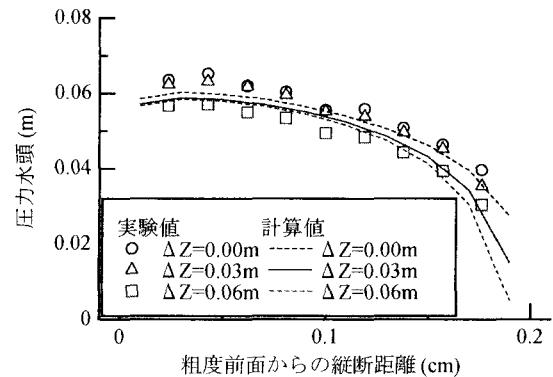


図-11 粗度上面の圧力分布の実験値と計算値の比較

偏差勾配が必要であるため、水理構造物下流の数値解析では特に圧力を精度良く計算する重要性が高い。また、粗度群下流の河床低下量 $\Delta Z$ が大きくなるほど、粗度背面の剥離流れが発達し、粗度下流の水位が低下し、粗度背面の圧力低下量と水叩き部の圧力増加量はともに大きくなる。

図-10は最下流粗度に作用する抗力の実験値と計算値の比較である。河床低下量 $\Delta Z$ が大きくなるほど背面の圧力が低下するため、抗力は大きくなる。計算抗力値は $\Delta Z$ の増加に伴う抗力の増加傾向を表しているが、実験値に比べてやや小さい。図-11は粗度上面の圧力分布の実験値と計算値の比較である。粗度上面の流れは完全に射流であるが、圧力は上流に伝わるため、粗度上面の圧力は河床低下量 $\Delta Z$ の増加に伴い低下する。計算結果

表-1 実験条件

水路長	8.0 m
水路幅	0.30 m
初期河床勾配	1/166.7
実験流量	0.0072 m <sup>3</sup> /s
下流端水深	0.054 cm
河床砂の平均粒径	0.8 mm

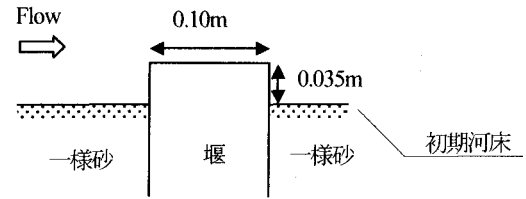


図-12 堰の設置状況

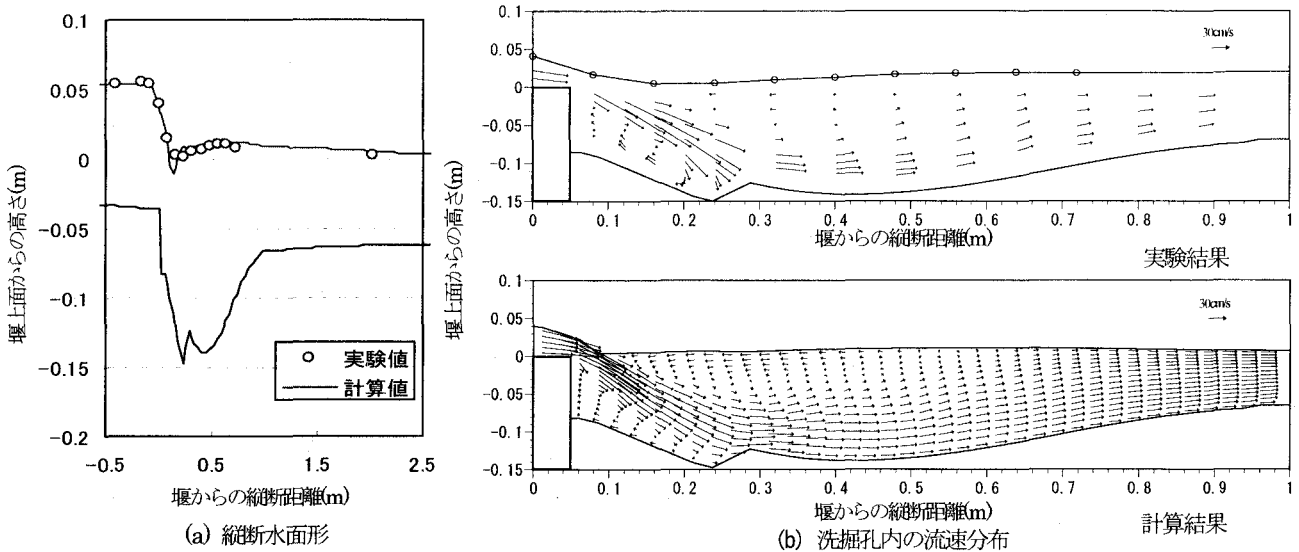


図-13 潜り噴流状態における実験値と計算値の比較

はこの特徴を再現しているが、粗度上流付近において実験値と異なっている。これは、本数値解析モデルでは粗度上面の上流端に生じる剥離流を十分に表現できていないためである。この部分の計算精度を向上させるためには、高精度の乱流モデル<sup>13)</sup>の導入が必要と考えられる。しかし、一般に密に配置される護床工ブロックの最下流ブロックでは、粗度上面の上流端の剥離流れよりも粗度背面の剥離流れが重要となり、本解析法で流体力の検討が可能と考えられる。

#### 4. 堰下流の洗掘孔内の流れの計算

前章で述べたように、構造物下流に生じる河床洗掘は、構造物を構造的に不安定にさせるだけでなく、作用する流体力の増加の要因にもなるため、構造物の設計において重要である。構造物下流に生じる河床洗掘は、波状跳水状態による埋め戻し過程と潜り噴流状態による洗掘過程を交互に繰り返し発達する<sup>14)</sup>。このため、河床洗掘計算を行うためには、洗掘孔内に生じるこれら二つの流れを表現できる数値解法が必要となる。特に、堰下流の河床が最も低下するのは、潜り噴流状態であり、構造物の安定性を議論するためには潜り噴流状態の河床洗掘計算が重要となる。ここでは、堰下流の洗掘孔内の流れ場の計算法の検討を行う。

表-1に計算で対象とする実験条件を示す。堰は水路上流端から2.05mの断面に図-12に示すように設置した。堰上流部で限界掃流力以下にし、堰下流の河床洗掘を静

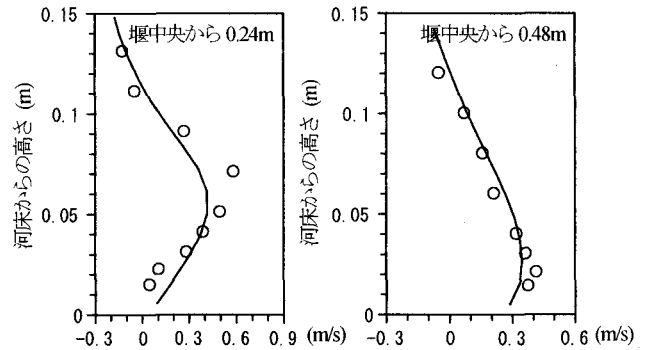


図-14 流速鉛直分布の実験値と計算値の比較

的洗掘とするため、堰上面の高さは初期河床高から0.035mとした。実験は堰下流の河床洗掘が十分発達するまで通水を行った後、最終河床形状を市販の硬化剤で固め、潜り噴流状態(図-13)と波状跳水状態(図-15)における洗掘孔内の流れの計測を行った。河床形状は、これらの流れ場の状態が共存でき、固めやすい波状跳水状態のものとした。同一の水力条件で異なる二つの流れ場を計算するためには、流れ場に応じた初期状態を設定する必要がある。波状跳水状態の計算では、下流端水深が十分大きい状態で計算をはじめ、流れ場がある程度発達した後、下流端水深を徐々に実験水深まで下げている。逆に潜り噴流状態の計算では、堰下流の水深が小さい状態で計算を行い、潜り噴流状態が形成された後、実験水深まで水深を上げる。図-13は潜り噴流状態における縦断水面形と洗掘孔内の流速ベクトルの実験値と計算値の比較、図-14は鉛直流速分布の比較である。潜り噴流状態では、堰下流の流れの慣性力によって、河床付近まで運動量が輸送

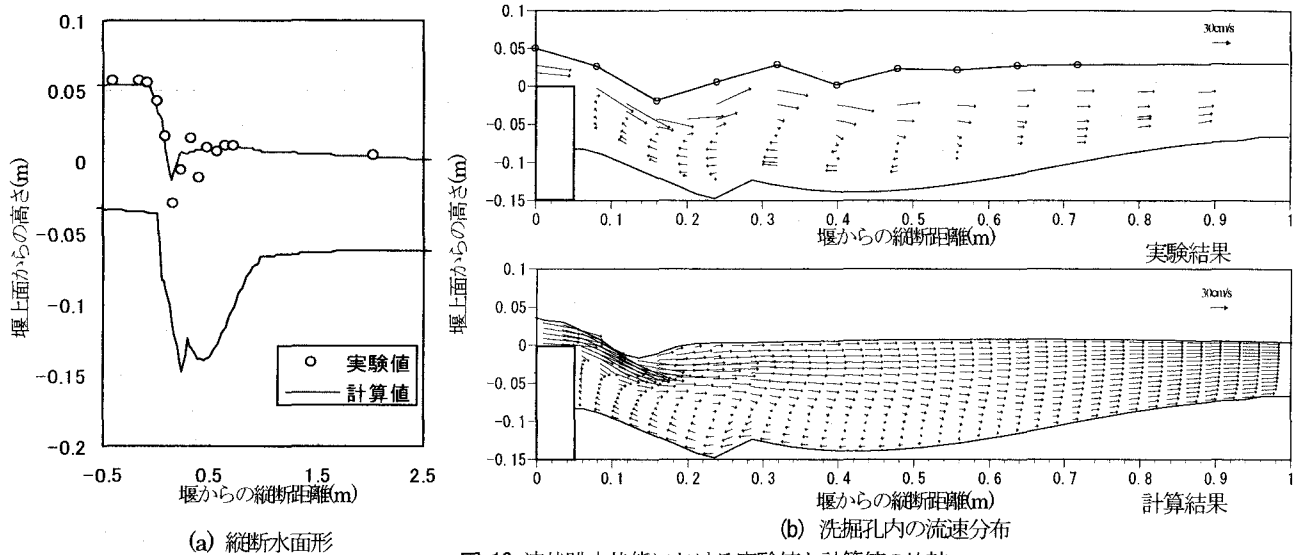


図-13 波状跳水状態における実験値と計算値の比較

される。堰下流では河床に沿って流れ、水面付近に逆流域が生じる。このため、潜り噴流状態では堰下流の河床付近の流速が大きく、河床形状は短時間に大きく変形する。計算結果はこのような潜り噴流状態の流れ場の特徴を表し、実験の流速鉛直分布を概ね再現している。図-15は波状跳水状態における縦断面水面形と洗掘孔内の流れの実験値と計算値の比較である。波状跳水状態では、河床付近まで運動量が輸送される前に、河床付近の圧力が上昇し流れが上向きに曲げられる。この結果、堰下流では水面に沿う流れとなり、堰背後の剥離領域は大きくなる。計算結果は、実験値と比べて水面付近の流れが比べて小さく、波状跳水状態における水面の形が実験値と異なる。これは、2章で示した水面の不連続条件が水面付近で流れが連続的となる波状跳水状態の計算では適当でないためである。しかし、直接河床変動計算に影響する河床近傍流速を比較すると、計算結果は実験結果を表し、再付着点が実験結果とほぼ一致していることから、波状跳水状態の洗掘孔の埋め戻し過程を表現できると考えられる。

以上のことから、構築した解析モデルは波状跳水状態と潜り噴流状態における河床付近の流速分布特性を再現でき、河床変動計算に応用が可能と考えられる。移動床では、波状跳水状態の埋め戻し過程により洗掘孔が小さくなると潜り噴流状態へ移行し、潜り噴流状態で洗掘、堆積が発達すると再び波状跳水状態へ移動する<sup>14)</sup>。河床変動計算を行うためには、それぞれの状態における河床変動を評価できる河床変動計算法を構築し、流れ場の状態の移行過程と河床変動を同時に検討する必要がある。

## 5. 結論

構造物下流の河床洗掘は構造物を構造的に不安定にさせるだけでなく、作用する流体力の増加の要因にもなることから、水理構造物下流の流れの解析法について検討し以下の結論を得た。

- 1) 構築した数値解析モデルは最下流粗度背後の剥離流れを再現でき、粗度に作用する抗力や粗度上面の圧力分布を計算できる。
- 2) 構築した数値解析モデルは、堰下流の波状跳水状態と潜り噴流状態における河床付近の流速分布を計算可能である。

### 参考文献

- 1) 例えば、岩垣雄一、土屋義人、今村正孝：水門下流部における局所洗掘に関する研究 (1)、京都防災研究所年報、第8号、pp.1-15、1965。
- 2) 川島幹雄、福岡捷二：床止め工周辺の河床変動計算法に関する研究、水工学論文集、第39巻、pp.689-694、1995。
- 3) 福岡捷二、藤田光一、森田克史：護岸法覆工の水理設計法に関する研究、土木研究所資料、第2635号、1988。
- 4) 内田龍彦、福岡捷二、福島琢二、田中正敏：大型粗度上の浅い流れの平面二次元解析とその応用、土木学会論文集、No.691/II-57、pp.93-103、2001。
- 5) 川口広司、諏方義雄、高田保彦、末次忠司：護末工下の河床材料の抜け出し及び下流跳水の非定常性と護末工の応答特性、河川技術論文集、第8巻、pp.243-248、2002。
- 6) 福岡祐介、福岡捷二：流線の曲率が卓越する流れの解析法、第27回水理講演会論文集、pp.781-788、1983。
- 7) 福岡捷二、福岡祐介：円頂ぎき上の開水路急変流の力学、土木学会論文報告集、第329号、pp.81-91、1983。
- 8) 渡邊明英、福岡捷二、Alex Gorge Mutasingwa、太田勝：複断面蛇行河道におけるハイドログラフの変形と河道内貯留の非定常二次元解析、水工学論文集、第46巻、pp.427-432、2002。
- 9) 福岡捷二、渡邊明英：複断面蛇行流路における流れ場の三次元解析、土木学会論文集、No.586/II-42、pp.39-50、1998。
- 10) Hirt, C. and Nichols, B. C. : Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of three boundaries, *Jour. Comput. Phys.* 39, pp.201-225, 1981。
- 11) 前野壽朗、尾上博則、宮内洋介：VOF法による階段式魚道の流れの数値解析、水工学論文集、第45巻、pp.421-426、2001。
- 12) 山崎幸栄、福岡捷二、内田龍彦、福島琢二：河川構造物下流の洗掘対策工の安定性に関する基礎的研究、第56回年次学術講演会講演概要集、II-136、2001。
- 13) 例えば、木村一郎、細田尚：乱れ強さ正負条件を考慮した非線形k-εモデルによる立方体周辺の流れの三次元解析、水工学論文集、第44巻、pp.599-604、2000。
- 14) 鈴木幸一、道上正規、川津幸治：床止め直下流部の流れと局所洗掘について、第26回水理講演会論文集、pp.75-80、1982。

(2002. 9. 30受付)