

デューンの遷移過程に関する実験

EXPERIMENTAL STUDY ON THE TRANSITION PROCESS OF DUNES

山口 里実¹・泉 典洋²・五十嵐 章³

Satomi YAMAGUCHI, Norihiro IZUMI and Akira IGARASHI

¹学生会員 東北大学大学院工学研究科土木工学専攻 (〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 06)

²正会員 Ph.D. 東北大学大学院工学研究科土木工学専攻 (同上)

³学生会員 東北大学大学院工学研究科土木工学専攻 (同上)

The transition process of dune formation is known to be characterized by the hysteresis that the critical Froude number for dunes to disappear with increasing discharge is larger than that to reappear with decreasing discharge. In this study, the experiments on the transition process of dune formation were performed with an experimental flume. After the discharge was gradually increased until dunes disappear, it was gradually decreased until the dunes reappear. The hysteresis was observed in the transition process of dune formation. The results of the experiments are found to be reasonably well explained by the weakly nonlinear stability analysis of dune formation performed by the first and second authors.

Key Words : dunes, experiments, transition process, bed resistance, hysteresis

1. はじめに

河床の形態は流れの抵抗に大きな影響を与えるため、水理量に応じた河床形態を予測することは重要である。特に洪水時には、流量が小さい場合にデューンが発生し、流量がある程度大きい場合にはデューンが消滅し平坦床となるような遷移過程が現われ、河床の抵抗は複雑に変化することになる。このため洪水時の河道抵抗予測は非常に難しい問題となっている。

さらに、洪水時の流量増加および減少過程において、河床の抵抗が図-1のようなループを描くことが知られている。図-1は1958年8月の洪水時に利根川の川俣地点で観測された径深と流速係数 $\varphi(=\bar{U}/u^*, \text{式(2)参照})$ の関係である¹⁾。同じ径深の値でも流量の増加時と減少時では異なった流速係数の値を示していることがわかる。これは、流量増加時にはデューンが存在しているため、河床の抵抗が増大し流速係数が低くなるのに対して、減少時には平坦床が維持され、河床の抵抗が小さく流速係数が大きくなるためとされている。つまりデューンの遷移過程には、流量増加時にデューンが消滅する流量の臨界値が流量減少時にデューンが再び現れる臨界値よりも大きくなるというヒステリシス現象が見られ、これによって河道抵抗に図-1のようなループが現れる。著者らはデューンの遷移過程に関する弱非線型安定解析を行い、遷移過程において複数の河床形態が存在する可能性を示し、図-1のようなループの現れることを理論的に説明している²⁾。

しかし、洪水時におけるこのようなデューンの遷移

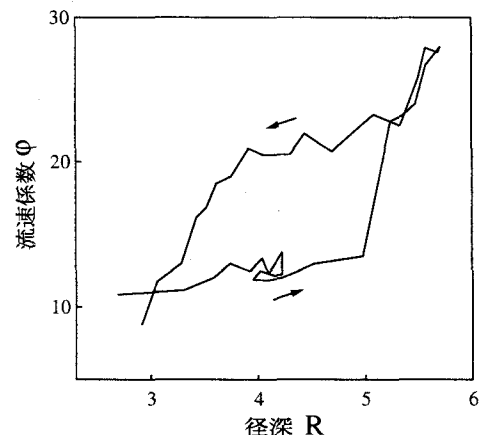


図-1 流速係数の変化(利根川・川俣地点, 1958年8月洪水)。

過程を実際の河床形状測定によって、捉えた観測データはほとんど無い。また、デューンに関する実験は従来盛んに行われているが、流量を増加・減少させて行われた実験は数少なく、デューン-平坦床の遷移過程を完全に再現するような実験は未だ行われていない。そこで、本研究では流量を徐々に変化させることによって、前述のようなデューンの遷移過程を実験で再現することを試みた。

2. 実験

(1) 実験方法

実験装置の概要図を図-2に示す。実験には、幅10 cm、長さ4 m、深さ20 cmおよび勾配0.002の亚克力製

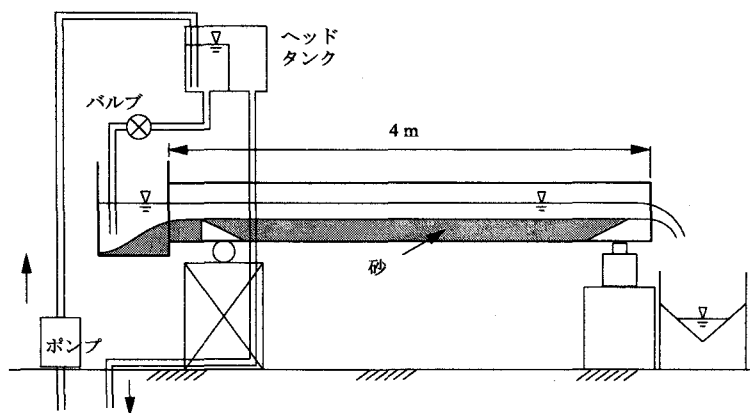


図-2 実験装置.

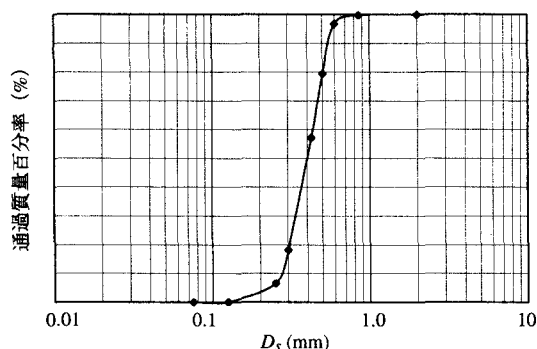


図-3 実験に使用した砂の粒度分布曲線.

水路を用いた。通水前の初期状態として、水路内一様に 7 cm 厚に砂を敷き詰めた。用いた砂は $D_{50} = 0.4\text{mm}$ であり、図-3 に示すような粒度分布を有している。上流および下流端には高さ 7 cm の堰を設け、この堰による深掘れを防ぐため、図に示すようなスロープを取り付けた。また、下流端においては低下背水による深掘れを防ぐため、10 cm の固定床区間を設けている。給水にはヘッドタンクを用いることで、安定した一定流量が水路に流れるようになっている。また、流量はバルブを調節することによって容易に変化させることが可能である。流量は下流側のタンクに設置された三角堰の越流水深を測定することで求めた。給砂は手動で行った。この際、平均河床勾配が実験中を通じて変化しない、すなわち上流端および下流端において水路底面からの河床高が一定 (7 cm) に保たれるよう十分に注意して給砂を行った。

実験は河床勾配を 0.002 として Case-A1 および Case-A2 の 2 ケースを行った。図-4(a) および (b) にそれぞれのケースにおける単位幅流量 Q の時間変化を示す。図に示されるように、流量の低い段階から徐々に流量を増加させた後、再び流量を減少させた。デューンが発生するような小さい流量から実験を開始し、デューンが消滅して完全に平坦床へと遷移するまで流量を増加

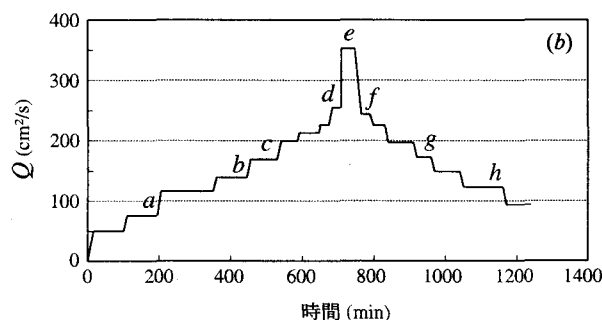
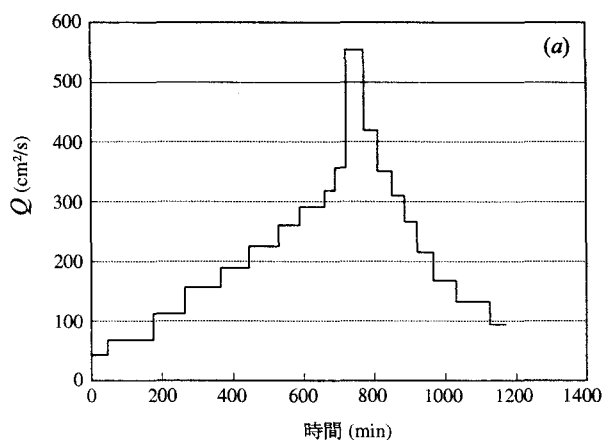


図-4 実験で与えた単位幅当流量 Q の時間変化. (a) Case-A1, (b) Case-A2

させた。また、流量を減少させる過程では、再びデューンの発生が確認できるまで流量を減少させた。

流量の各段階では、河床形状が平衡状態に達したと思われるまで十分に長い時間待ってから、平均水深およびデューンの波長を通水したままの状態で測定した。また、デジタルカメラで河床形態の様子を撮影した後、次の段階へ流量を変化させた。観測区間は水路上流端から 2 m ~ 3 m の 1 m の区間とし、平均水深は、その観測区間において水路中央付近および側壁付近の水

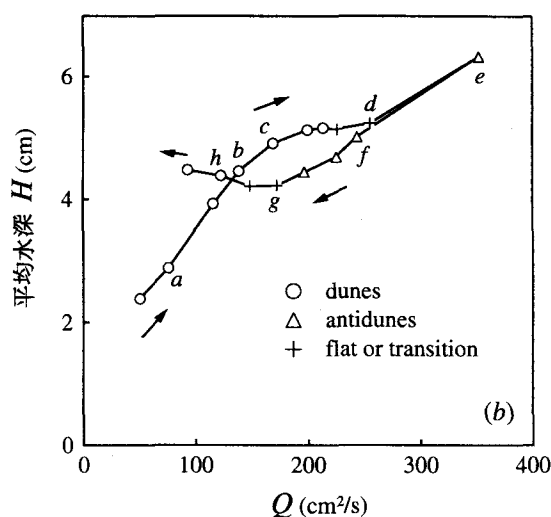
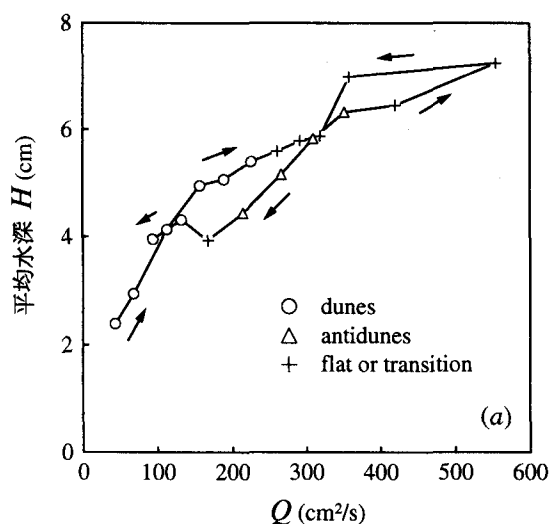


図-5 平均水深の変化. (a) Case-A1, (b) Case-A2.

深をそれぞれ流下方向に 5 cm 間隔で測定し、それらの測定値の平均として求めた。

(2) 実験結果

図-5(a)および(b)にそれぞれ Case-A1 および Case-A2 で測定された平均水深を示す。図は流量による平均水深の変化を示しており、時間経過の過程を矢印で表している。また、流量の各段階において観測された河床形態を図-6 に示した。河床形態は、デューン、アンティデューン（反砂堆）および平坦床又は遷移状態のいずれかに区別した。この際、完全な平坦床ではないが明確なデューンおよびアンティデューンの見られない場合を遷移状態として判断した。

図を見ると、Case-A1 および Case-A2 どちらのケースでも、流量増加時には単位幅流量が $250 \text{ cm}^2/\text{s}$ 程度に増加するまでデューンが存在しており、流量がさらに増加するとデューンは消滅して平坦床またはアンティデューンが現れている。一方、流量減少時には単位幅流量が $120 \text{ cm}^2/\text{s}$ 程度まで減少して初めてデューンが現れている。さらに単位幅流量が $120 \text{ cm}^2/\text{s}$ 程度から $250 \text{ cm}^2/\text{s}$ 程度の間に見られるこの遷移過程では、流量増加時には水深が 5 cm 程度となっているのに対し、流量減少時には水深は 4 cm 程度と増加時に比べて小さい値となっていることがわかる。流量増加時は単位幅流量が $250 \text{ cm}^2/\text{s}$ 程度に増加するまで河床にデューンが存在するため、河床の形状抵抗が大きくなることで流速が低下し、その結果水深が大きくなる。これに対して、流量減少時は単位幅流量が $120 \text{ cm}^2/\text{s}$ 程度に減少するまでデューンが現れないため、河床の形状抵抗は小さくなり水深が小さくなる。このように、流量増加および減少の過程において、同じ流量に対して二つの河床形態が現れ、これに伴い河道抵抗が異なる値を示

すことが本実験によって確認された。

図-6 は Case-A2 において観察された河床形状であり、図-6(a)-(h) はそれぞれ図-4、図-5 中に示した a~h の流量に対応している。流量増加時において、(a) $Q=76 \text{ cm}^2/\text{s}$ の段階では、波高が水深の $1/3$ 程度で波長が 15 ~ 25 cm 程度のデューンが現れており、(b) $Q=140 \text{ cm}^2/\text{s}$ の段階においても安定したデューンの存在が確認できる。(c) $Q=170 \text{ cm}^2/\text{s}$ の段階になると、波高は水深の $1/6$ 程度まで減少するものの波長が 20 ~ 30 cm 程度と大きくなるのがわかる。さらに流量が増加し、(d) $Q=260 \text{ cm}^2/\text{s}$ の段階になると、側壁付近にデューンらしい影が見えるものの、水路中央部では流下方向のはっきりとした凹凸が消え、この段階でデューンが消滅したものと考えられる。一方流量減少時、(e) $Q=350 \text{ cm}^2/\text{s}$ の段階では波高が 1 cm 程度で波長が 20 cm 程度のアンティデューンが見られた。(f) $Q=240 \text{ cm}^2/\text{s}$ の段階でも同様のアンティデューンが確認された。(g) $Q=170 \text{ cm}^2/\text{s}$ になると、側壁付近に波高の低いデューンらしいものが現れるが、水路中央部では流下方向にほとんど凹凸も無くデューンは現れなかった。さらに流量を減少させると、(h) $Q=120 \text{ cm}^2/\text{s}$ の段階で図に見られるようにデューンが現れた。また、流量増加時の (c) および減少時の (g) を見ると、どちらも $Q=170 \text{ cm}^2/\text{s}$ であるが、流量増加時にはデューンが見られるのに対して、減少時にはデューンが現れないことが確認できる。

3. 考察

Engelund³⁾ および Fredsøe⁴⁾ は底面流速と摩擦速度の関係を次のように表している。

$$u_b/u^* = K = 1.9 + 2.5 \ln(D/k_s) \quad (1)$$

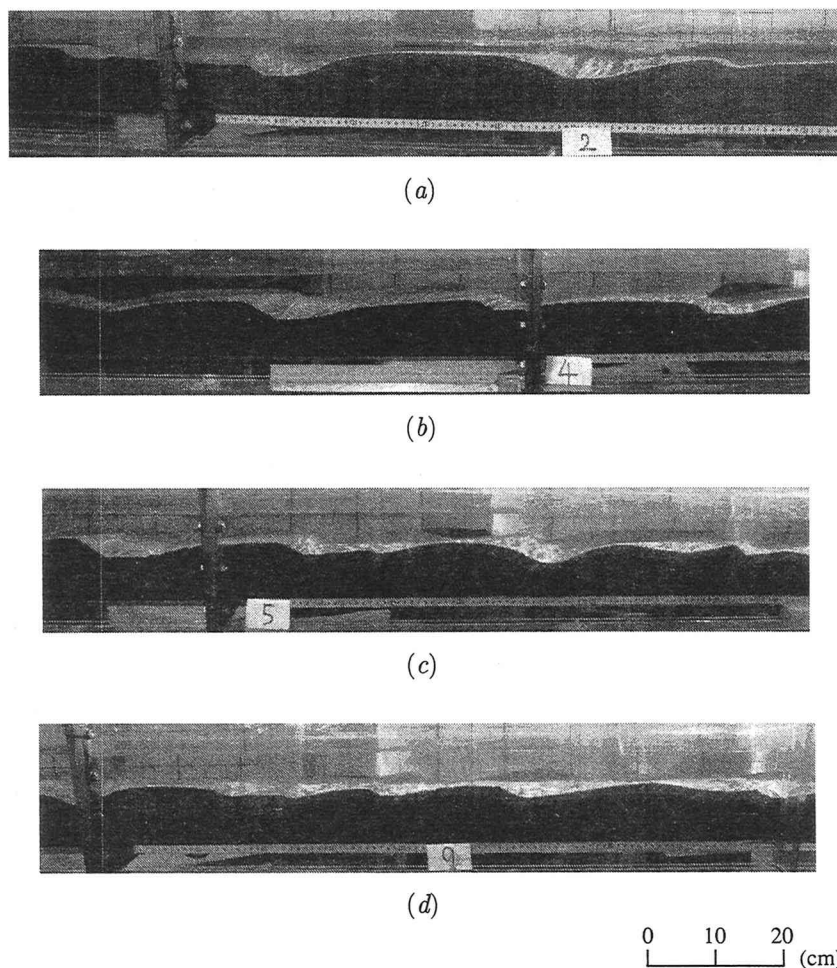


図-6 河床形態の変化 (Case-A2, 流量増加過程). (a) $Q=76 \text{ cm}^2/\text{s}$, (b) $Q=140 \text{ cm}^2/\text{s}$, (c) $Q=170 \text{ cm}^2/\text{s}$, (d) $Q=260 \text{ cm}^2/\text{s}$.

ここで u_b , u^* , D および k_s はそれぞれ底面流速, 摩擦速度, 等流水深および粗度高さを表している. また, 彼らは水深方向の等流流速分布を二次関数の形で表しており, その平均流速を用いると, 次のような抵抗測が求められる.

$$\bar{U}/u^* = 6.2 + 5.75 \log(D/k_s) \quad (2)$$

ここで $\bar{U}$ は平均流速を表す. また, Einstein⁵⁾に従い, 河床が平坦な場合の粗度高さ k_s は $k_s = D_{65}$ で与えられるものとする. $u^* = \sqrt{gDS}$ および $\bar{U} = Q/D$ の関係を式 (2) に代入し, 単位幅流量 Q および河床勾配 S を与えると, デューンの発生が無い平坦床に対応した等流水深 D が求められる.

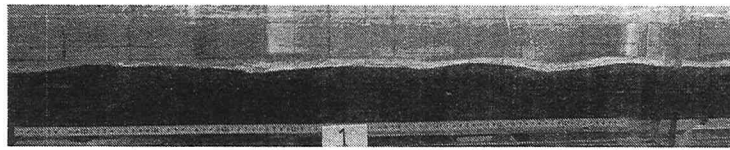
図-7 に上式を用いて得られたフルード数 Fr および実験で観測されたフルード数 Fr_d の関係を示す. ここで, Fr および Fr_d それぞれ次式によって表される.

$$Fr = Q/\sqrt{gD^3}, \quad Fr_d = Q/\sqrt{gH^3} \quad (3a, b)$$

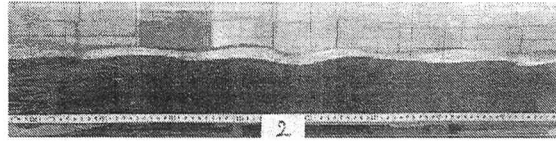
ここで Q は実験で与えられた単位幅流量である. また, D は式 (2) より得られる等流水深であり, H は実験で

観測された平均水深である. もし河床が完全な平坦床であれば, データは破線が示す $Fr_d = Fr$ 上に位置することになる. また, 何らかの要因で河床の抵抗が増加すると, Fr_d は Fr が示す値よりも小さい値を示すことになる. 図を見ると, 河床形態がアンティデューン又は平坦床である場合, Fr_d は Fr よりも若干小さい値を示しているが Fr に近い値となっていることがわかる. この場合に Fr_d が Fr よりも若干小さい値を示しているのは, アンティデューンによるわずかな抵抗の増加, 遷移状態において側壁付近の河床に見られた乱れによる抵抗等が原因であると考えられる. また, 河床にデューンが存在している場合は, 河床の抵抗が増加するため Fr_d の値は Fr と比べてかなり下回っていることがわかる. 流量の増加および減少過程について見ると, 増加時には Fr が 0.8 程度に流量が増加するまで Fr_d は Fr に対してかなり低い値を示しているのに対して, 減少時には Fr が 0.75 程度に減少するまで Fr_d は Fr に近い値を示していることがわかる.

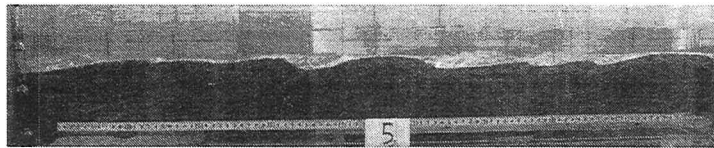
著者ら²⁾は, 底面におけるスリップ速度が式 (1) のように表せると仮定し, デューンの遷移過程に関して線



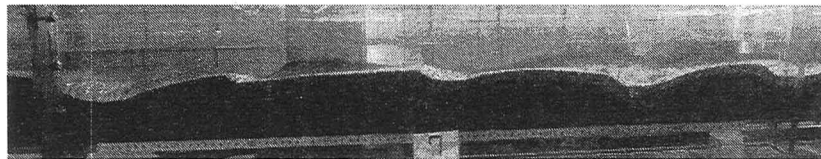
(e)



(f)



(g)



(h)

0 10 20 (cm)

図-6 河床形態の変化 (Case-A2, 流量減少過程). (e) $Q=350 \text{ cm}^2/\text{s}$, (f) $Q=240 \text{ cm}^2/\text{s}$, (g) $Q=170 \text{ cm}^2/\text{s}$, (h) $Q=120 \text{ cm}^2/\text{s}$.

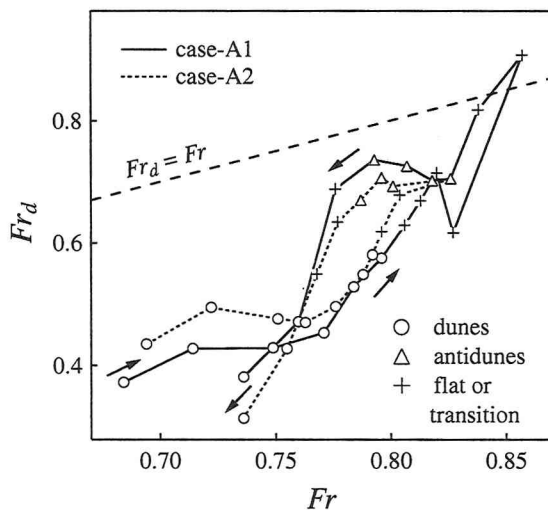


図-7 Fr_d および Fr の関係.

形安定解析および弱非線型安定解析を行っている。線形安定解析より、平坦床に与えられた摂動の線形増幅率 Ω が式 (3a) で表されるフルード数 Fr および摂動の無次元波数 k の関数として求められる。この Ω の値が

正の場合、平坦床は不安定となりデューンが発生することになる。弱非線型安定解析では線形増幅率がゼロ、すなわち中立曲線においてフルード数を展開することによって、次のような非線型振幅方程式が導かれる。

$$\frac{dA}{dT} = \alpha_0 A + \alpha_1 |A|^2 A \quad (4)$$

ここで A は摂動の振幅であり、右辺第一項の係数 α_0 は線形増幅率に相当する。また、第二項の係数 α_1 はランダウ定数と呼ばれ、中立点近傍における摂動の非線型安定性を特徴付ける定数である。この定数 α_1 の値が正の場合には解は中立点 ($Fr = F_c$) において、図-8 に示されるようなサブクリティカルな分岐形態を示す (図中 A 点が中立点 ($Fr = F_c$) に相当)。この時、図に示されるように二つの安定解が存在し、フルード数の増加および減少時において異なる解が現れる。すなわち、 α_1 の値が正であれば、流量の増加時にはフルード数が中立点に達してもデューンは消滅しないのに対し、さらに流量が増加して一旦平坦床に移した後、流量が減少する際には中立点において平坦床からデューンへの遷移が生じることになる。したがって、解がサブクリティカルな分岐形態を示す場合 (α_1 が正の場合)、遷移

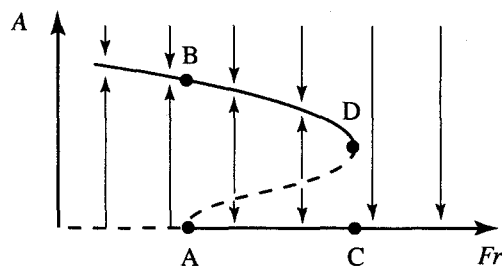


図-8 サブクリティカル分岐形態。

過程において流量の増加および減少時に異なる河床形態が現れることが説明される。

本実験では図-7に見られるように、等流フルード数 Fr の値が 0.75–0.77 程度で平坦床からデューンへの遷移が生じている。このときの等流水深は 4 cm 程度、等流シーلز数は 0.2 程度となる。河床勾配 0.002、粒径 0.4 mm および等流シーلز数を 0.2 として上述の理論を適用すると、図-9 および表-1 の結果が得られる。図-9 中の実線は線形安定解析によって求められた中立曲線であり、プロットされたデータは本実験の結果である。ここで無次元波数 k は実験で観測された波長 λ を用いて $k = 2\pi D/\lambda$ と求められる。図の線形安定解析の結果は中立曲線の内側の領域で線形増幅率 Ω が正となっていて、この領域内でデューンが発生するのに対し、それ以外の領域では発生しないことを示している。

一方実験結果を見ると、流量増加時に観測されたデューンは中立曲線を大きく超えても(増幅率が負の領域に達した後)存在しているのに対して、流量減少時には中立曲線付近でデューンが発生しており、平坦床からデューンへの遷移が中立点付近で生じていることがわかる。また、この平坦床からデューンへの遷移は波数が $k = 0.7$ 程度で生じており、この波数に対応する中立点は $Fr = 0.745$ 程度であるので、 $k = 0.7$ および $Fr = 0.745$ として弱非線型安定解析を行っている。その結果、表-1 が示すように式(4)中のランダウ定数 α_1 の実部が正の値となり、この場合、デューンには図-8 のような分岐形態が現われることになる。

実験で観測されたデューンの遷移過程は理論を用いて次のように説明される。流量の増加時、振幅は安定解 BD に従うためデューンは中立点を超えても消滅しない。これに対して、さらに流量が増加して一旦平坦床となった後、流量が減少する過程では安定解 CA に従うため中立点においてデューンが発生する。

デューン背後には剥離が形成されることによって、付加的な形状抵抗が発生するが理論ではこの影響は考慮されていない。また、理論では浮遊砂についても考慮されていない。以上のことを考慮すれば、実験と理論の一致は妥当な範囲にあると考えられる。

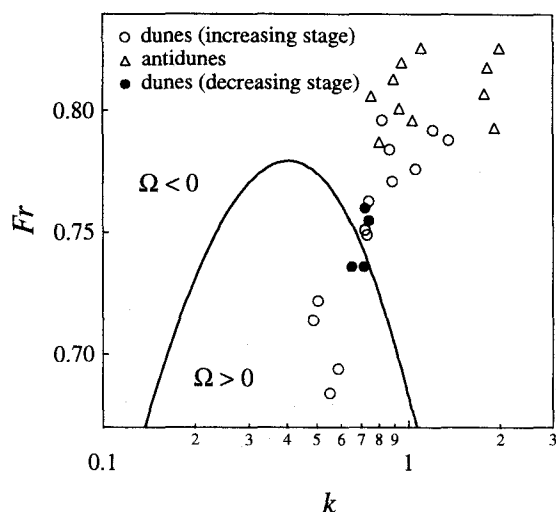


図-9 線形安定解析より求められた中立曲線および実験結果。

表-1. 弱非線型安定解析の結果。非線型振幅方程式(4)における定数 α_0 および α_1 の値。

k	Fr	$Re(\alpha_0)$	$Re(\alpha_1)$
0.70	0.745	3.07	682

4. 結論

流量の増加および減少過程におけるデューンの遷移過程を再現するために実験を行い、次のようなことが明らかになった。

- 本実験によって、流量の増加時にデューンが消滅する流量の値が、流量減少時にデューンが再び現われる流量の値よりも大きくなることが再現された。
- 流量の増加および減少時に異なる河床形態が現われるため、流量の増加および減少時において河床の抵抗がループを描くことが確認された。
- 本実験で得られた結果は、弱非線型安定解析²⁾の結果によってほぼ説明することができる。

参考文献

- 1) 石川忠晴, 利根川・江戸川の河道粗度係数について, 土木研究所資料, 第 1943 号, 46, 1983-3.
- 2) 山口里実, 泉典洋, デューン-平坦床遷移過程に見られる亜臨界分岐, 土木学会論文集(投稿中).
- 3) Engelund, F., Instability of erodible beds, *J. Fluid Mech.*, Vol. 42, 225–244, 1971.
- 4) Fredsøe, J., On the development of dunes in erodible channels, *J. Fluid Mech.*, Vol. 64, 1–16, 1974.
- 5) Einstein, H. A., The Bed-Load Function for Sediment Transportation in Open Channel Flow, USDA, Soil Conservation Service, Technical Bulletin, No. 1026, pp. 1–71, 1950.

(2002. 9. 30受付)