

個別要素法と流れの数値解析を組み合わせた 高濃度平衡流砂場の数値実験

NUMERICAL SIMULATION ON A FULLY DEVELOPED SEDIMENT- MIXTURE
FLOWS BY USING A DEM-FLOW COUPLING MODEL

清水義彦¹・若井明彦²・長田健吾³

Yoshihiko SHIMIZU, Akihiko WAKAI and Kengo OSADA

¹正会員 博士(工学) 群馬大学助教授 工学部建設工学科(〒376-8515 群馬県桐生市天神町1-5-1)

²正会員 博士(工学) 群馬大学助教授 工学部建設工学科(〒376-8515 群馬県桐生市天神町1-5-1)

³学生会員 群馬大学大学院工学研究科博士前期過程(〒376-8515 群馬県桐生市天神町1-5-1)

Many traditional researches on the sediment mixture flow are based on the continuum mechanics, which handled with water and particles as one body. But this method can not describe the particle/particle interaction based on dynamical mechanism of particle motions. This study takes an approach method for considering particles motion and motion of water current individually by using the distinct element method (DEM) coupled with $k-\epsilon$ turbulence model for water-flow. The flow velocity profile and the concentration profile are calculated and compared with the reported experimental results. And the internal structure of the sediment-water mixture flow and the role of momentum transfer have been investigated from the present numerical model.

Key Words : Distinct Element Method, sediment mixture flow, $k-\epsilon$ turbulence model, motion of particles, velocity profile, concentration profile, numerical simulation

1. はじめに

従来, 土石流を含む流砂に関する多くの研究は混相流としての扱いによる連続体力学の観点からなされ, 数多くの成果が得られてきた¹⁾. 一方, 後藤らは流体系(連続系)と粒子系(離散系)の相互干渉を組み込んだEuler-Langrangeカップリングモデルを構築し^{2), 3)}, なかでも, 粒子群の衝突までを考慮できる個別要素法(Distinct Element Method; DEM)⁴⁾と流体計算を組み込んだ数値モデルを提案して, 流体・粒子間, 粒子間の相互干渉が掃流砂の流砂構造に及ぼす影響を検討している³⁾. 粒子の個別運動過程はsaltation等の研究に見られるように粒子の運動方程式にもとづく解析が従来よりなされてきたが, 多粒子群を対象に粒子間衝突を直接考慮できる流砂の運動解析は後藤らによつてはじめてなされ^{5), 6)}, 最近では, 混合砂の流送や動的粗粒化といった流砂過程の解析にも適用し, その有効性を示している^{7), 8)}. 本研究でもDEMとオイラー的流体解析を組み合わせた後藤ら³⁾と同様なフレームワークで, 掃流力の高い平衡流砂場における流砂過程を考察する. すなわち, 個々の粒子運動は, 掃流力増加とともに流砂濃度を増すため, 粒子

間衝突といった事象が運動過程に適切に反映されねばならない. こうした事象を受けて決まる粒子速度と, 流速との相対速度によつて抗力が生まれ, その反作用が流速場における形状抵抗となる. 粒子形状抵抗の流体場への取り込みは, 清水ら⁹⁾, 辻本ら¹⁰⁾が植生流れで展開した格子内空間平均されたレイノルズ方程式によつて表現する. 数値計算対象は, 伊藤¹¹⁾の固定床上高濃度流れの実験とし, 流速場, 濃度場の対応とともに, 応力分担の構造についても考察し, 高濃度平衡流砂場の構成則を検討する上でのモデルの有効性について議論する.

2. 高濃度平衡流砂場の既往研究と本研究の立場

粒子固体と流体との高濃度混相流を対象とした研究は, Bagnoldの研究¹²⁾を端緒として多くのものがある. Bagnoldは, ニュートン流体と固体粒子との混合流れにおいて, 粒子運動の活発な慣性領域での応力分担は粒子衝突あるいは接触による貢献が大きく, 流体部分の担うせん断応力は無視し得ると考えた. こうした考えは, 高橋¹³⁾, 椿ら¹⁴⁾によつても支持され, この仮定に立脚して流速分布則・濃度分布則が導かれている. 一方, 橋

本ら¹⁵⁾は、内部応力を水流のレイノルズ応力と粒子間応力とし、江頭ら^{16), 17)}は、粒子摩擦(粒子骨格構造にもとづくクーロン摩擦)、粒子の非弾性衝突、粒子間隙空間に占める乱流場の、3つのエネルギー散逸機構から内部応力を規定して流速分布則や濃度分布則を求めている。とくに、江頭らは、衝突に伴う動的压力(法線方向応力)は宮本の研究¹⁸⁾を踏襲し(形式的にはBagnoldタイプと同様)、クーロン摩擦を定式化する際の粒子骨格応力も前者の衝突に伴う動的压力に比例するとの仮定を設けている。この仮定は、その後、濃度分布のべき乗則(粒子骨格応力のみで受け持たれる粒子静止層の粒子濃度と接続する形式)として規定できるとしている¹⁹⁾。

以上の研究から、粒子摩擦、粒子衝突、流体場の乱れが、高濃度流砂の素過程として重要であることが分るが、こうした素過程にもとづく応力算出においては、上下層2層での理想化された粒子配列や単純化された相対運動が仮定されており、高濃度であれば粒子群の不規則運動のもとでの衝突機会も増大するため、こうした仮定がどこまで許されるかは保証できない。また、計算結果によれば¹⁹⁾、粒子摩擦による応力分担が、流体乱れ、粒子衝突による応力分担に比べてきわめて大きいものの、これを検証する材料に乏しいのが現状である。

本研究で、採用したDEMとオイラー的流体解析のカップリング手法では、従来、曖昧であった粒子運動を粒子摩擦、粒子の非弾性衝突を表現できる力学的枠組みの中で捉えることができる点に最大のメリットがある。すなわち、衝突事象を組み込みながら多粒子群の追跡が可能で、流体解析と連立することで粒子群の空間平均構造が求められる。もちろん、よく指摘されるように、DEM自身には粒子運動を規定する幾つかのパラメタが含まれ、現段階で、本手法のみでは高濃度平衡流砂場の構成則を予測するものではないが、既往の水理実験と照らし合わせることで、実験計測からは抽出が困難な場の特性を見出す数値実験ツールとしての有効性を提示する。

3. 数値モデルの構成

(1) DEMによる粒子運動の記述

DEMでは⁴⁾、剛体要素と見なした粒子間の力の伝達が粒子接触点を介して行われるものとして、各粒子ごとの運動方程式を前進差分で解き、時々刻々と変化する粒子の位置を求めている。粒子間接触面における法線方向の力 f_n と接線方向の力 f_s は、それぞれ接触してからの相対変位量に比例する抗力 (e) (バネモデル) と相対速度に比例する粘性抵抗 (d) (ダッシュポットモデル) から構成する。

$$f_n = e_n^t + d_n = e_n^{t-1} + k_n \Delta u_n \Delta t + \eta_n \Delta u_n \quad (1)$$

$$f_s = e_s^t + d_s = e_s^{t-1} + k_s \Delta u_s \Delta t + \eta_s \Delta u_s \quad (2)$$

ここに、 t : 時間、添え字の n, s は接触面における法線、接線方向を意味し、 k はバネ定数、 η はダッシュポット粘性係数、 Δu は粒子 ij の相対速度である。 f_s を構成する接線方向バネ力については、一定以上の力 (τ_f) が働けば滑動する条件を与えた。

$$e_s^t = \text{sign}(\tau_f) \left(|e_s^t| \geq \tau_f \right) \quad (3)$$

τ_f は粒子レベルのせん断強度で、クーロン摩擦が適用できるとした (c : 粒子レベルの粘着力、 ϕ : 粒子レベルの内部摩擦角)。

$$\tau_f = c + e_n \tan \phi \quad (4)$$

上記の粒子間干渉力(着目粒子 i に接触するすべての粒子 j からの作用力の総和)と、粒子に作用する重力、流れから受ける駆動力を組み込んだ粒子 i の運動方程式(並進および回転)は次式のように書ける。

$$\begin{aligned} m_i \frac{du_{pi}}{dt} = & \sum_j \left[-f_n \cos \alpha_{ij} + f_s \sin \alpha_{ij} \right] \\ & + \frac{1}{2} \rho C_D A_2 d^2 \sqrt{(u - u_{pi})^2 + (v - v_{pi})^2} (u - u_{pi}) \\ & + (m_i - \rho V_i) g \sin \theta \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} m_i \frac{dv_{pi}}{dt} = & \sum_j \left[-f_n \sin \alpha_{ij} - f_s \cos \alpha_{ij} \right] \\ & + \frac{1}{2} \rho C_D A_2 d^2 \sqrt{(u - u_{pi})^2 + (v - v_{pi})^2} (v - v_{pi}) \\ & - (m_i - \rho V_i) g \cos \theta \end{aligned} \quad (6)$$

$$I \frac{d\omega_{pi}}{dt} = \frac{d}{2} \sum_j [f_{sj}] \quad (7)$$

ここに、 $m_i = \rho [\sigma / \rho + C_M] A_3 d^3$ 、 ρ : 流体密度、 σ : 粒子密度、 C_M : 付加質量係数(=0.5)、 A_2, A_3 : 粒子の2次元、3次元形状係数、 d : 粒子径、 u_{pi}, v_{pi} : 粒子の流下・鉛直速度、 u, v : 水流の流下・鉛直速度、 C_D : 抗力係数、 m_i : 粒子質量、 V_i : 粒子体積、 g : 重力加速度、 I : 慣性モーメント、 ω_{pi} : 粒子 i の回転速度である。

(2) 粒子運動を取り込んだ流体解析

流体中に存在する粒子群は、流体にとって相対速度をもつ離散的粗度としての役割をもつため、抗力の反力を生じ、運動量変化を産む。この構造は、清水ら⁹⁾が植生流れで取り込んだように粗度群を含む格子スケールで空間平均されたレイノルズ方程式を適用すれば表現できる。

流体の乱れによる運動量混合は粒子群による抗力反力の仕事による乱れエネルギーの生成、逸散を取り込んだ $k-\varepsilon$ モデルで表現すれば⁹⁾、次式の方程式系が粒子運動を取り込んだ流体場の基礎式として得られる。こうした取扱いは辻本ら¹⁰⁾が飛砂の運動と風の解析で用い、その有効性を示している。

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -g \cos \theta - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left(-\overline{u'v'} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(-\overline{v'^2} \right) + v \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) - \frac{v_g}{\rho} D_y \quad (8)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = g \sin \theta - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(-\overline{u'^2} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(-\overline{u'v'} \right) + v \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) - \frac{v_g}{\rho} D_x \quad (9)$$

$$D_x = \frac{1}{2} \rho C_D A_2 d^2 (u - u_p) \sqrt{(u - u_p)^2 + (v - v_p)^2} \quad (10)$$

$$D_y = \frac{1}{2} \rho C_D A_2 d^2 (v - v_p) \sqrt{(u - u_p)^2 + (v - v_p)^2} \quad (11)$$

$$u \frac{\partial k}{\partial x} + v \frac{\partial k}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(v + \frac{v_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(v + \frac{v_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial y} \right] + P_k + P_\varepsilon - \varepsilon \quad (12)$$

$$u \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + v \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(v + \frac{v_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(v + \frac{v_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right] + \frac{\varepsilon}{k} (c_1 P_k + c_2 P_\varepsilon - c_2 \varepsilon) \quad (13)$$

$$P_k = v_g (D_x u + D_y v) \quad (14)$$

$$P_\varepsilon = v_t \left[2 \left\{ \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right\} + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right] \quad (15)$$

$$v_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (16)$$

ここに、流下・鉛直座標を x, y とし、 u, v : x, y 方向の平均流速成分、 u_p, v_p : x, y 方向の粒子速度成分、 P : 静水圧からの偏差分、 θ : 水路勾配角、 k, ε : 乱れエネルギーとその逸散率、 v_t : 渦動粘性係数、 v : 動粘性係数、 v_g : 後述する粒子数密度で、粒子場の計算から与えられる。

$k-\varepsilon$ model のパラメータは標準値とし、粗度抗力に係わるパラメータ値は清水らの値を援用している⁹⁾ ($c_\mu = 0.09, c_1 = 1.44, c_2 = 1.92, \sigma_k = 1.0, \sigma_\varepsilon = 1.3, c_{\varepsilon 2} = 1.3c_1$)。

(3) 平衡流砂場の計算の枠組み

数値実験の対象としたものは、伊藤¹¹⁾によってなされた固定床上のガラスビーズ (径 $d=0.237\text{cm}$) と水の混合流れの実験で、水路勾配を 19° とし水路上流端から定常給水、給砂を行っている。無次元掃流力の範囲は $1.0 \sim 1.4$ (水深 h の範囲は約 $1.1\text{cm} \sim 1.4\text{cm}$) にある土石流相当の急勾配流砂流である。計算領域長さ ($L/h=30$; L : 流下方向計算領域長さ) で計算した流速・粒子場をさらに発達させるため、流下方向周期境界を課して平衡場を求めた。流速・粒子場の計算では、はじめに流速場を解き、その流速場での粒子場を求めて、次ステップでの流速・粒子場を更新する手順を繰り返している。粒子場での計算時間刻み Δt は 10^{-6}sec で、数値計算で投入する粒子数は伊藤の実験での流砂量に等しくなるように決めた。計算での河床条件として、同じガラスビーズを貼り付けた粗面固定床としている。

採用した DEM パラメータ値は、対象とする掃流力範囲での粒子挙動に関する情報がないため、掃流力レベルを下げた saltation 等の流砂運動や粒子反発に関する既往実験報告と対応するように決めている ($k_n=100\text{N/cm}$, $k_s=5\text{N/cm}$, $\eta_n=0.0022\text{Ns/c}$, $\eta_s=0.0002\text{Ns/cm}$, $c=0$, $\phi=15^\circ$)。これらの値は、粒径 d や粒子場での計算時間刻み Δt にも依存するため、系統的な試行数値実験にもとづく力学的な考察が必要であるが本研究ではそこまで至っていない。

濃度場は後藤ら⁵⁾と同様に、粒子数密度 (流体の単位体積あたりに存在する粒子数) を v_g として、検査面積 ($L \Delta y, \Delta y$: 高さ幅) における粒子部分総面積 (ΣA_{pi}) を求め、次式から与えられる。

$$v_g = \frac{\Sigma A_{pi}}{L \Delta y} \frac{1}{A_2 d^3} \quad (17)$$

このとき、流砂濃度 C 、流砂量 q_B は次式から与えられる。

$$C(y) = \frac{\Sigma A_{pi} A_3}{L \Delta y A_2} \quad (18)$$

$$q_B = \int C(y) u_p dy = \int v_g A_3 d^3 u_p dy \quad (19)$$

4. 計算結果の考察

伊藤の実験¹¹⁾ (Run001, Run007) を対象とした数値計算結果を以下に示す。図-1は、計算された流速、粒子速度の鉛直分布である。伊藤の実験では流速分布が計測されているので、その対応も示した (図中●印)。粒子速度も流速分布にほぼ追従した分布形のせん断流タイプとなっている。ただし、流速値と粒子速度との差が本質的に重要で、流速場の運動量欠損分が粒子運動の運動量増加 (駆動力) となる流体・粒子系の相互作用がこれによって生まれる。

図-2は粒子数密度 (流体の単位体積あたりに存在する粒子数) から計算された濃度分布 C (▲印) である。Run007では、水面方向に向かって減少する分布形となるが、Run001では水深にわたって一様化する傾向も認められる。これらのケースについて、伊藤¹¹⁾ はサンプラーを用いた局所輸送濃度を計測して求めているため、この値も併せて表示した (図中の一点破線が測定値範囲を示す)。局所輸送濃度はサンプラー流入口の幅 (高さ方向) で積分された濃度値を示すもので、水深が薄い場合、計測点が少なく分布を与える精度まであるかの疑問は残るが、Run001では計算値との対応は悪くないものの、Run007では必ずしも傾向は一致しない。

図-3は、粒子運動軌跡の様子を示した一例である (見やすくするため3粒子の軌跡で表現)。粒子は高さ方向でのある層に留まらず、全水深にわたる粒子群の運動が盛んに行われる。とくに、注目すべきことは、粒子衝突による運動軌跡変化が頻繁に生じ、Bagnold¹²⁾、高橋¹³⁾、椿ら¹⁴⁾ が土石流研究で支持したように、粒子衝突事象の役割が大きい。図-4は、粒子衝突事象の高さ方向確率密度分布であり、衝突は1/3水深程度の高さと顕著な分布となっている。こうした特徴はDEMを用いずに粒子間衝突を反発モデルから表現した後藤ら²⁰⁾ のモデルによっても記述されており、モデル表現は異なっても対応する結果が得られることは興味深い。

次に、流体場における内部応力構造について考察する。解析では $k-\varepsilon$ モデルを採用しているため、流体場の乱れ速度相関量 (レイノルズ応力) までは議論することが可能である。図-5に計算されたレイノルズ応力 (■印、 τ/ρ で表示) を示す。平衡流れ場の応力構造を理解しやすいように、鉛直2次元場 (等流) における単位幅当たりの体積 $\delta x \delta y$ をもつコントロールボリュームでの力の釣り合いを考えると、次式が成り立つ。

$$\left[\left(\tau + \frac{d\tau}{dy} \delta y \right) - \tau \right] \delta x + (\rho g \sin \theta - F_p) \delta x \delta y = 0 \quad (20)$$

$$\frac{d\tau}{dy} + (\rho g \sin \theta - F_p) = 0 \quad (21)$$

これを水面で $\tau=0$ として、 $y=h$ から y まで積分すると次式となる。

$$\tau(y) = \rho g \sin \theta (h - y) - \int_y^h F_p dy \quad (22)$$

ここに、 $F_p = v_s \sqrt{D_x^2 + D_y^2} \equiv v_s \sqrt{D_x^2}$ で粒子群による形状抵

抗、 τ は流体場の乱れでありレイノルズ応力に相当する。式 (22) は、レイノルズ応力 τ と形状抵抗 F_p に関する積分値の加算値はいわゆる直線分布 (等流) になることを示している。そこで、数値計算結果から求めたレイノルズ応力分布と形状抵抗積分値の加算値 (▲印) を図-5に併示すると、直線分布となり式 (22) と矛盾しない。同図に伊藤の実験条件 (水深と河床勾配) から決まる直線分布 (実線) も加えて示すと、計算値との対応は良く、流体場の応力関係が式 (22) をもって構成されていることが分る。

粒子群の形状抵抗 F_p は、式 (10), (17) に見るように、粒子存在数密度 (濃度) と粒子速度に依存する。粒子摩擦、粒子の非弾性衝突の効果は、本研究で採用した数値解析のフレームワークから分るように、粒子運動として評価されそれが形状抵抗となって流体場に組み込まれる。こうした力学的な見通しのよさが解析方法の特徴である。

混合流体系で構成した一連の土石流の既往研究ははじめ応力構造の内訳まではなかなか議論できず、流体場の乱れを無視し、衝突応力のみ考慮したものであった^{12), 13), 14)}。しかし、その後、江頭らの研究^{16), 17), 19)} では内部応力の分担を理論的に取り込みながら、粒子摩擦 (粒子骨格構造にもとづくクーロン摩擦)、粒子の非弾性衝突、粒子間隙空間に占める乱流場の、3つのエネルギー散逸機構から構成則を考察し示唆に富む成果を上げている。ただし、応力構造への流体乱れの貢献は小さく、粒子骨格構造にもとづく応力構造が支配的とする点¹⁹⁾ など、本数値実験から推定される結果と相違している面もある。もちろん、モデル構成の枠組みが異なるので結論を急ぐことは早計であり、詳細な水理実験計測の蓄積とともに本研究で採用した数値実験の系統的な結果整理、混合流体モデル構成とのすり合わせによって、高濃度平衡流砂場の構成則理解を進める必要がある。

5. あとがき

本論文では、DEMとオイラー的流体解析を連成させた解析手法により粒子流の平衡流動数値実験を行った。このシミュレーションのフレームワークは後藤ら³⁾ が構築したものと同じである。本研究は、それを土石流を対象とするような掃流力の高い高濃度場に適用し、既往の実験報告と照らし合わせることで、複雑な場の解明を試みようとした数値実験である。その結果、平均的な構造は実験結果とある程度対応し、実験からは抽出しにくい

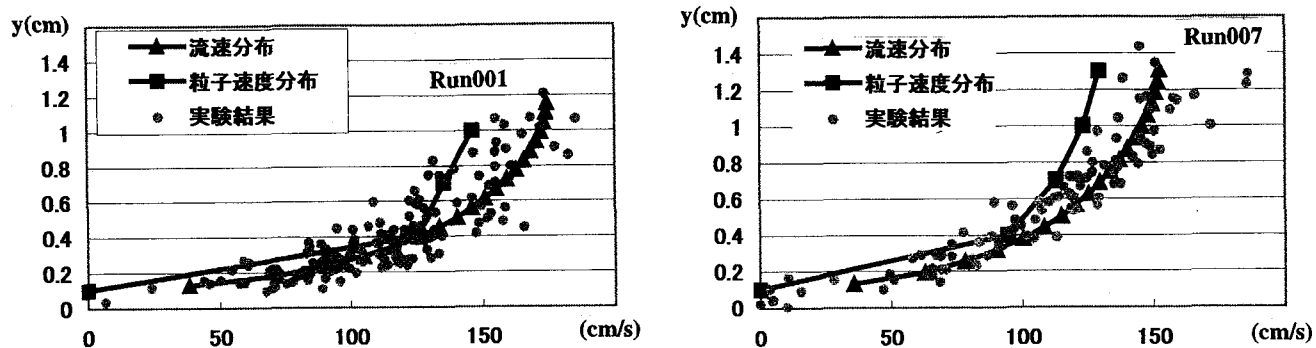


図-1 計算流速 (▲)・粒子速度(■)と伊藤の実験 (●) との比較

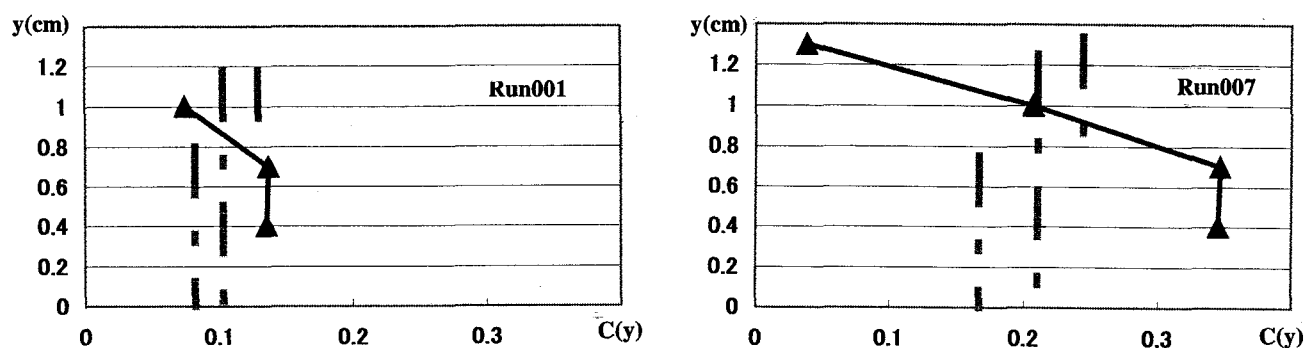


図-2 計算濃度分布 (▲)と伊藤の実験(実線)との比較

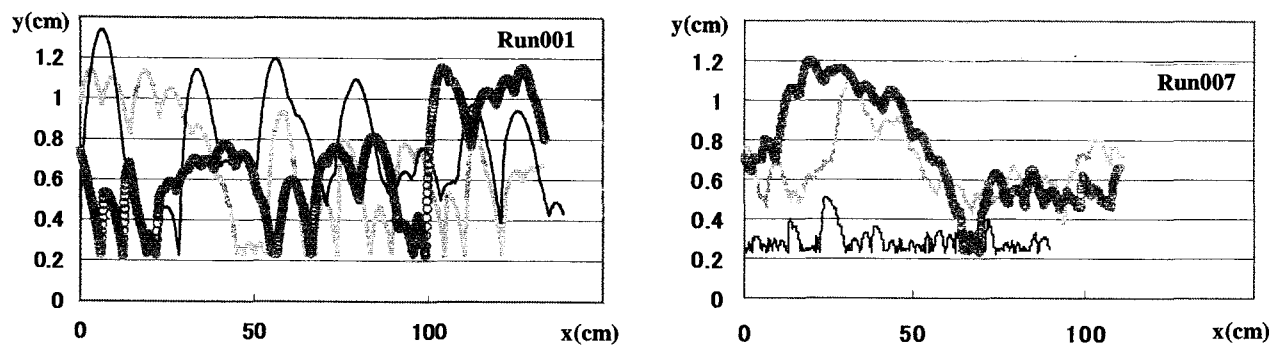


図-3 流体中の計算粒子移動軌跡 (3 粒子で表現)

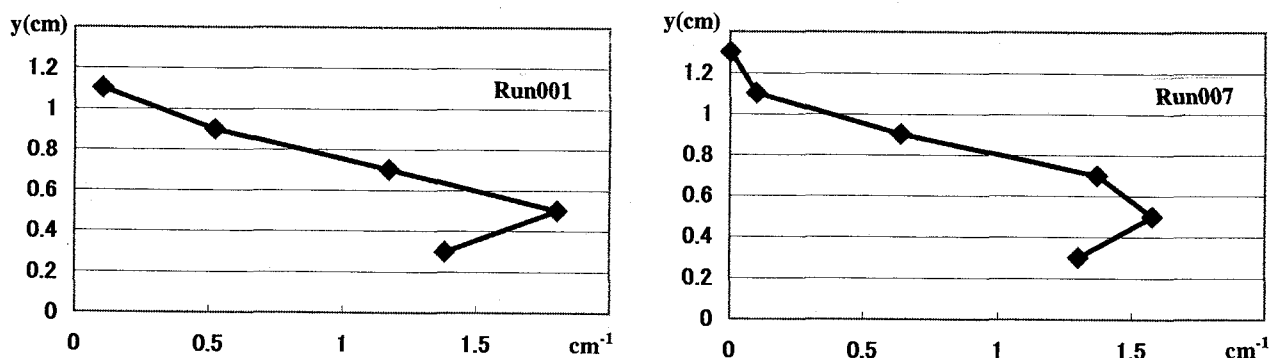


図-4 粒子衝突事象の高さ方向確率密度分布

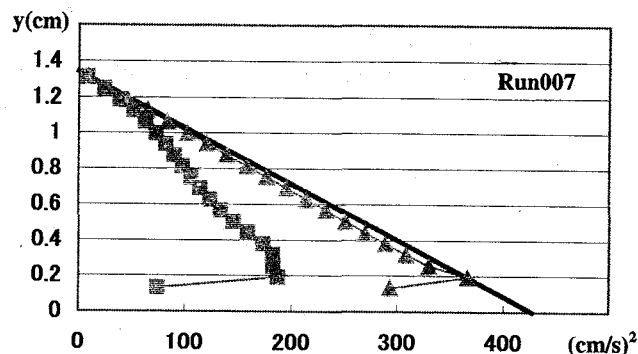
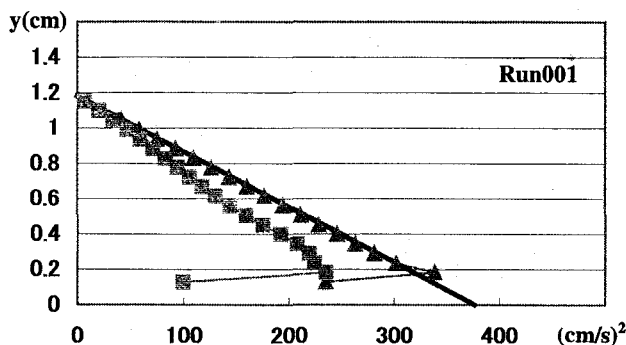


図-5 計算されたレイノルズ応力(■)と形状抵抗の積分値(▲) (伊藤の実験と比較)

粒子速度分布, 衝突事象を頻繁にうける粒子運動と言った流砂素過程を求めるツールの可能性を示した. さらに, 流体場の乱れ, 粒子形状抵抗の積分値が応力の分担(内部構造)にとって重要なことを指摘した. ただし, 本文中にも指摘したように, DEMパラメタ値同定の仕方とモデルパラメタの素過程への感度分析の課題が残る. また, 平衡場に限らず, 土石流に関しては連続体力学からのアプローチにより多くの成果も得られている. こうした知見とDEMカップリングモデルとの整合性もつめなければならない. 本研究を進めるにあたり, 詳細な実験結果を快く提供して頂いた立命館大学講師伊藤隆郭氏に感謝いたします.

参考文献

- 例えば, 江頭進治: 土石流の流動機構と氾濫・堆積域の解析 (基礎理論からハザードマップまで), 土木学会, 第35回水工学に関する夏季研修会講義集, Aコース, A-6-1~A-6-18, 1999.
- 後藤仁志・辻本哲郎・中川博次: 流体・粒子相互作用系としての掃流層の数値解析, 土木学会論文集, No.485/II-26, pp.11-19, 1994.
- 後藤仁志・Abbas YEGANEH-BAKHTIARY・酒井哲郎: 混相流モデルと個別要素法の融合による高濃度掃流層の数値解析, 土木学会論文集, No.649/II-51, pp.17-26, 2000.
- Cundall, P.A. (1979) : A discrete numerical model for granular assemblies, Geotechnique, Vol. 29, No.1, pp.47-65.
- 後藤仁志・酒井哲郎: 表層せん断を受ける砂層の動的挙動の数値解析, 土木学会論文集, No.521/II-32, pp.101-112, 1995.
- 後藤仁志・酒井哲郎: 河床構成粒子群との相互作用を考慮した流砂の流動過程の数値解析, 水工学論文集, 第41巻, pp.819-824, 1997.
- 後藤仁志・原田英治・酒井哲郎: 数値移動床による混合粒径流砂の流送過程のシミュレーション, 水工学論文集, 第44巻, pp.665-670, 2000.
- 原田英治・後藤仁志・酒井哲郎・羽間義晃: 混合粒径砂の動的粗粒化過程の数値解析, 水工学論文集, 第45巻, pp.655-660, 2001.
- 清水義彦・辻本哲郎・中川博次: 直立性植生層を伴う流れ場の数値計算に関する研究, 土木学会論文集, 第447号/II-19, pp.35-44, 1992.
- 辻本哲郎・赤城里至: 不規則跳躍モデルとk-εモデルを用いた飛砂の運動と風の解析, 海岸工学論文集, 第41巻, pp.386-390, 1994.
- 伊藤隆郭: 土石流の構成即およびその適用に関する研究, 立命館大学学位論文, p.56, 2000.
- Bagnold, R. A. : Experiments on a gravity free dispersion of large solid sheres in a Newtonian fluid under shear, Pro. Roy. Soc. A, Vol.225, pp.46-63, 1954.
- 高橋 保: 土石流の発生と流動に関する研究, 京都大学防災研究所年報, 第20号B-2, pp.405-435, 1977.
- 椿東一郎・橋本晴行・末次忠司: 土石流における粒子間応力と流動特性, 土木学会論文報告集, 第317号, pp.79-81, 1982.
- 橋本晴行・椿東一郎・平野宗夫: 土砂の掃流状集合流動について, 水理講演会論文集, 第30回, pp.235-240, 1986.
- 江頭進治・芦田和男・矢島啓・高濱淳一郎: 土石流の構成則に関する研究, 京都大学防災研究所年報, 第32号B-2, pp.487-501, 1989.
- 江頭進治・芦田和男・高濱淳一郎・田野中新: エネルギー散逸機構に基づく流砂モデル, 京都大学防災研究所年報, 第33号B-2, pp.293-306, 1990.
- 宮本邦明: Newton流体を含む粒子流の流動機構に関する基礎的研究, 立命館大学学位論文, 1985.
- 江頭進治・宮本邦明・伊藤隆郭: 掃流砂に関する力学的解釈, 水工学論文集, 第41巻, pp.789-794, 1997.
- 後藤仁志・辻本哲郎・中川博次: 掃流層における粒子間衝突の流動機構に果たす役割, 土木学会論文集, No.515/II-31, pp.23-32, 1995.

(2002. 9. 30受付)