

共鳴点近傍における連続蛇行水路の高速流の特性解析

Fundamental Characteristics of High Velocity Flows in a Sinuous Open Channel in the Vicinity of Resonance Relation

細田 尚¹・西濱 真佐男²

Takashi HOSODA・Masao NISHIHAMA

¹正会員 工博 京都大学大学院教授 工学研究科土木工学専攻 (〒606-8501 京都市左京区吉田本町)

²非会員 工修 (株) 電通 (〒104-8426 東京都中央区築地1-11-10)

Fundamental characteristics of high velocity flows in a sinuous open channel have been investigated theoretically and experimentally. It was shown that the water surface profiles can be classified into two patterns by using the analytical solutions of linearized shallow water flow equations, and the experimental results agree well with the theoretical findings within the limited range of flow conditions. In this paper, we carried out numerical simulations by using a shallow water flow model to clarify the non-linear characteristics of water surface profile in the vicinity of a resonance relation. The calculated results of water surface profile were visualized and compared with the experimental results to verify the numerical model. It was pointed out that the calculated results elucidated some fundamental nonlinear characteristics such that the flow resistance increases and the phase lag between water surface variations along a side wall and sinuous channel becomes to be $\pi/2$ in the neighborhood of a resonance relation.

Key Words: open channel flows, high velocity flows, resonance phenomena, numerical analysis

1. はじめに

親水アメニティ空間を創出するための水の造形設計法を構築するには、各種人工水路の基本的な流れ特性を把握する必要がある。そこで本研究では、連続的に蛇行する水路に通水し、水路勾配を変化させた時の水面形特性について、蛇行と水面の共鳴関係近傍の応答特性に着目して考察している。

連続蛇行水路の流れは、蛇行河川の流路変動、流路と固定砂州の関係などに着目した多くの研究が行われてきた(例えば, Englund¹⁾, Ikeda・Parker・Sawai²⁾, 池内・玉井³⁾, 長谷川⁴⁾, Blondeaux・Seminara⁵⁾, 細田等^{6, 7)}). その中で、浅水流方程式の線形解析及び非線形解析を用いて、高フルード数領域に水路蛇行と水面の共鳴関係が存在すること、共鳴関係近傍では流れの抵抗則が増加し流路蛇行と $\pi/2$ の位相差を有する特有の水面形が生じることなどが指摘された。

本研究では、このような共鳴関係近傍の流れの特性をより詳細に検討するため、まず浅水流方程式を実験条件に合わせて数値解析し、計算結果を実験結果と比較することにより数値解析モデルを検証する。さらに、数値解析モデルを用いて水路勾配を変化させた数値実験を行い、共鳴関係近傍での水面の応答特性について考察する。

2. 対象とする現象の特性

まず、本研究の目的を明確にするため、3通りの

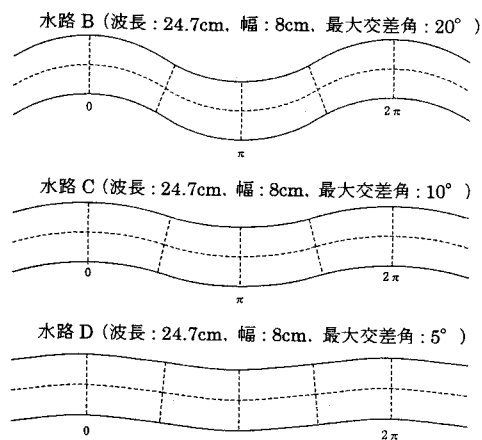


図-1 実験に用いられた蛇行水路

平面形状を有する連続蛇行水路を用いて行われた従来の実験結果⁶⁾を用いて、対象としている現象の特性について具体的に説明する。(本節の内容は参考文献⁷⁾にすでに記述したが、内容を分かり易くするためにここに再記する。)

sine-generated curveで表される平面形状を有する実験水路の平面図を図-1に、実験の水理諸量を表-1に示す。表中の幾何学的無次元パラメータは次式で定義される。

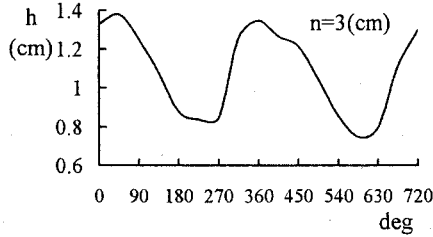
$$\lambda = \frac{2\pi h_0}{L}, \quad \varepsilon = \frac{B}{2h_0}, \quad \nu = \frac{h_0}{R} \quad (1)$$

ここに、 h_0 : 平均水深, L : 水路中心軸に沿って測られた蛇行波長, B : 水路幅, R : 曲頂部の最小

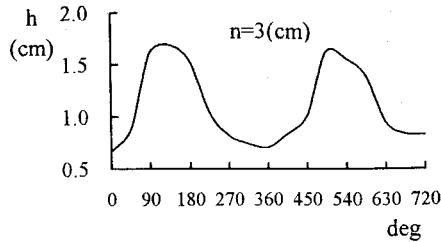
表-1 実験の水理諸量

	水深	流速	R	勾配	Fr数	λ	ε	ν
RunB1-1	2.29	20.02	11.26	1/150	0.42	0.583	1.747	0.203
RunB2-2	1.42	32.23	11.26	1/64	0.96	0.361	2.817	0.126
RunB3-1	1.73	45.05	11.26	1/26	1.33	0.440	2.312	0.154
RunB3-2	0.61	38.58	11.26	1/26	1.58	0.155	6.557	0.054
RunC1-1	1.48	46.83	22.07	1/64	1.23	0.384	2.703	0.067
RunC2-1	1.09	61.82	22.07	1/26	1.89	0.283	3.670	0.049
RunC2-2	0.59	53.51	22.07	1/26	2.20	0.153	6.780	0.027
RunC3-1	0.49	68.04	22.07	1/20	3.12	0.127	8.163	0.022
RunD1-1	1.09	42.54	43.77	1/64	1.30	0.285	3.670	0.025
RunD1-2	0.68	29.31	43.77	1/64	1.13	0.178	5.882	0.016
RunD2-1	0.59	63.69	43.77	1/26	2.64	0.154	6.780	0.013
RunD2-2	1.01	73.44	43.77	1/26	2.33	0.264	3.960	0.023
RunD3-1	0.61	77.50	43.77	1/20	3.16	0.160	6.557	0.014
RunD3-2	0.81	80.42	43.77	1/20	2.86	0.212	4.938	0.019

(単位: 長さ-cm, 時間-s)



(a) Run D1-1



(b) Run D2-2

図-2 水深の縦断分布

曲率半径を表す。

水路の最小曲率半径の大きな (ν が小さい) RunD の水深の縦断分布を図-2(a), (b) に示す。図-3 に示した座標系を参照して, s は水路中心軸の縦断座標, n は水路の横断座標, h は水深を表す。フルード数の小さい RunD1-1 ($Fr = 1.30$) の結果を示した図-2(a) を見ると, 側壁に沿った水深の縦断変化は水路の位相とほぼ同位相になっていることが分かる。一方, フルード数の大きな RunD2-2 ($Fr = 2.33$) を示した図-2(b) を見ると, 水深の縦断分布は水路の位相とほぼ逆位相となっている。この位相の反転は, 水面と水路蛇行の間の共鳴フルード数を境に生じることが浅水流方程式の線形解析⁶⁾の結果から説明される。

また, 側壁に沿った水深の縦断分布を用いて求められた水面変動の振幅とフルード数の関係を図-4 に, 位相差とフルード数の関係を図-5 に示す。どちらも共鳴関係近傍を除いて線形解にほぼ適合している。ただし, 図-4 中の振幅 Amp' と図-5 中の位相差 ϕ は, 図-3 の記号を参照し水路側壁位置の水面変動 ξ_1 を用いることで次のように定義されている。

$$\frac{h}{h_0} = 1 + \nu \xi_1 \quad (2)$$

$$\xi_1 (n = B/2) = Amp' \cdot \cos(\lambda s + \phi) \quad (3)$$

ここに, ξ_1 : 基準水面からの水位を表す。

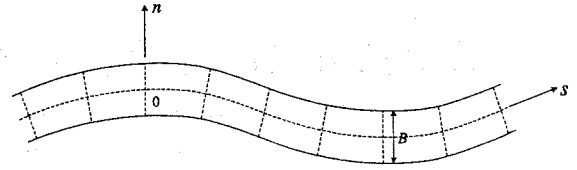


図-3 水路の座標系

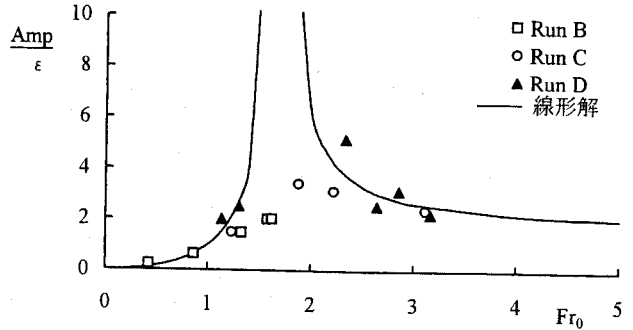


図-4 水面変動の振幅とフルード数の関係

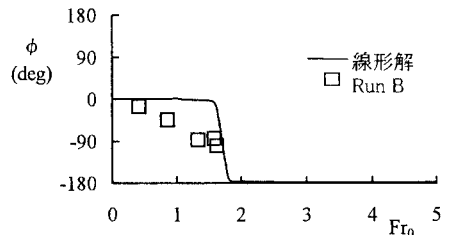
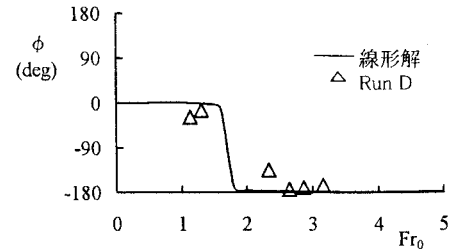


図-5 水面変動の位相差とフルード数の関係

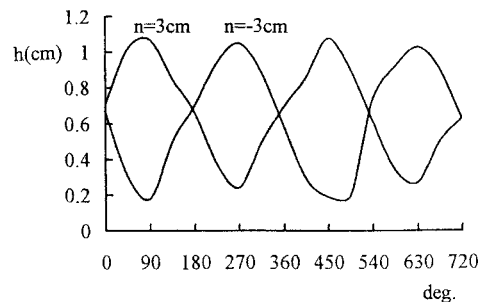


図-6 水深の縦断分布 (Run B3-2)

一方, 水路の最小曲率半径の小さい (ν が大きく非線形性が大きい) RunB の特性として, 以下のことが挙げられる。

RunB と同一勾配をもつ RunD の実験結果と比較すると, 表-1 から分かるように RunB のフルード数はかなり小さくなり, 見かけの抵抗が増加している。

さらに, 前述の図-4 を見ると線形理論の共鳴点近傍において極端に大きな振幅をとらない実験値が存

在している。また、図-5に示した位相差は共鳴点よりかなり小さいフルード数から線形理論に適合していない。図-6にRunB3-2の側壁に沿った水深の縦断分布を示す。この場合には、水深分布と水路蛇行の位相差は約 $\pi/2$ となっている。

本研究では、上述の共鳴点近傍における流れと水面形の遷移特性について、数値解析的に考察する。

3. 数値解析

3. 1 基礎式

数値解析の基礎式として図-7に示した基準水平面に置かれた一般座標系での浅水流方程式を用いる⁸⁾。連続式と運動量方程式の ξ -成分を記述すれば下記のようなになる。

[連続式]

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{h}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(U_c \frac{h}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(V_c \frac{h}{J} \right) = 0$$

[運動量式(ξ -成分)]

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{Q^\xi}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi} \left(U_c \frac{Q^\xi}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(V_c \frac{Q^\xi}{J} \right) \\ & - \frac{M}{J} \left(U_c \frac{\partial \xi_x}{\partial \xi} + V_c \frac{\partial \xi_x}{\partial \eta} \right) - \frac{N}{J} \left(U_c \frac{\partial \xi_y}{\partial \xi} + V_c \frac{\partial \xi_y}{\partial \eta} \right) \\ & = -gh \left(\frac{\xi_x^2 + \xi_y^2}{J} \frac{\partial z_s}{\partial \xi} + \frac{\xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y}{J} \frac{\partial z_s}{\partial \eta} \right) - \frac{\tau_b^\xi}{\rho J} \\ & + \frac{\xi_x^2}{J} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(-\overline{u'^2} h \right) + \frac{\xi_x \eta_x}{J} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(-\overline{u'^2} h \right) \\ & + \frac{\xi_y^2}{J} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(-\overline{v'^2} h \right) + \frac{\xi_y \eta_y}{J} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(-\overline{v'^2} h \right) \end{aligned} \quad (12a)$$

ここに、 (ξ, η) ：一般座標、 (Q^ξ, Q^η) ：流量フラックスベクトルの反変成分、 (M, N) ：流量フラックスベクトルの直角座標成分、 (U_c, V_c) ：流速ベクトルの反変成分、 J ：座標変換のヤコビアン $(=1/(x_\xi y_\eta - x_\eta y_\xi))$ 、 $(\tau_b^\xi, \tau_b^\eta)$ ：底面せん断応力ベクトルの反変成分、 $-\overline{u'^2}, -\overline{u'v'}, -\overline{v'^2}$ ：水深積分されたレイノルズ応力テンソルの直角座標成分。

底面せん断応力はマニング則を用いて評価する。滑面上の流れを対象としているので、粗度係数は $n=0.009$ としている。

3. 2 数値解析法

数値解析法として有限体積法を用い、水量量を空間的に互い違いに配置するスタッガード・スキームを用いている。基礎式の離散化法として、移流項には流束制限関数としてminmod関数を用いたTVD-MUSCL法を、時間積分には2次精度のアダムス・バッシュフォース法を用いている。

計算は5波長の蛇行部を有する水路を対象に行い、

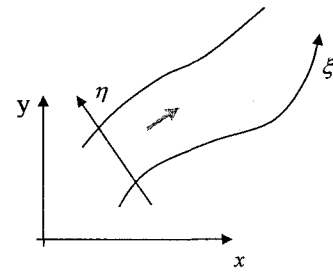
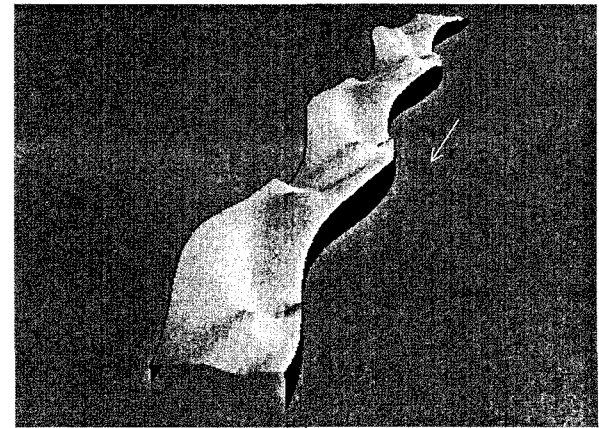
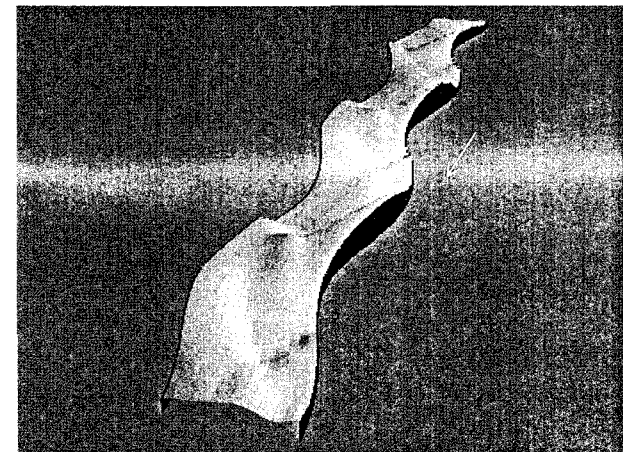
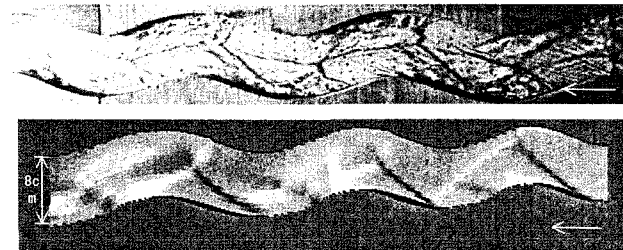


図-7 一般座標と直角座標

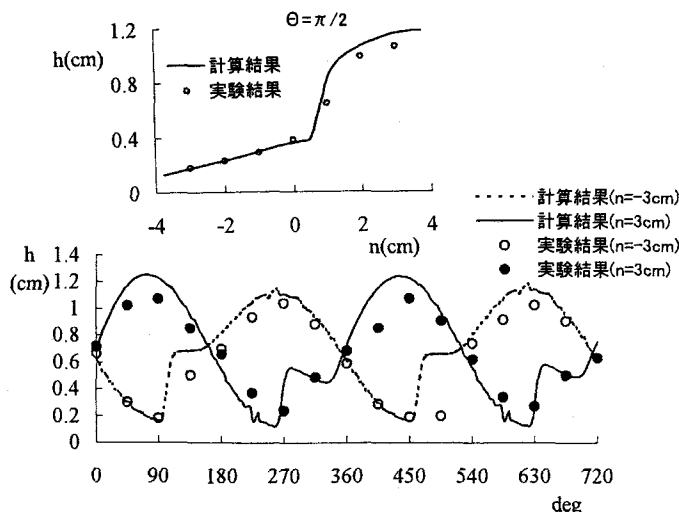


(a) RunB3-1 (上段：実験，中段・下段：解析)

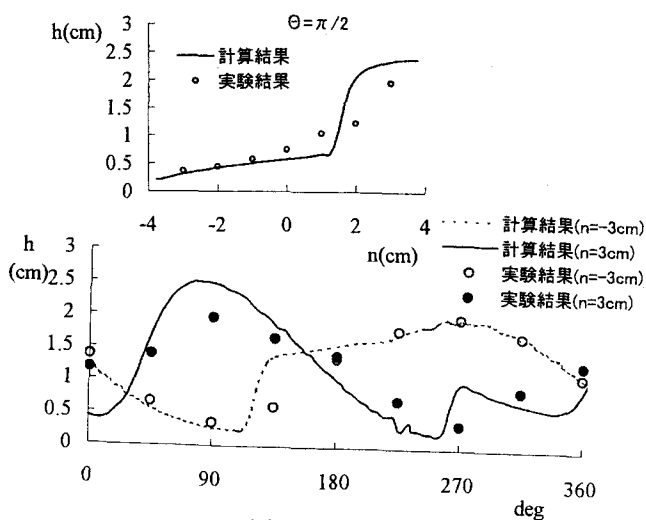


(b) RunB4-1 (上段：実験，中段・下段：解析)

図-8 水面の鳥瞰図と流況写真の比較



(a) RunB3-2



(b) RunB4-1

図-9 水深の横断分布と縦断分布

一波長を流れ方向に72, 横断方向に30の空間分割した。

4. 数値解析結果の考察

4. 1 数値解析モデルの検証

まず実験結果と数値解析結果を比較することにより, 数値解析モデルの検証を試みる。

紙面の制約のため, 実験条件RunB3-2, B4-1に合わせて計算した結果を用いて作成したCGによる水面の鳥瞰図と実験の流況写真との比較を図-8(a), (b)に, 水深の横断分布と縦断分布形を図-9(a), (b)に示す。計算結果と実験結果はほぼ適合していると考えられる。

以上の結果から本数値解析法は対象としている現象をある程度再現可能なモデルと考えられる。そこで次に, 水路勾配及び流量を変化させて行われた数値計算結果を用いて, 共鳴点近傍の流れの変化特性について考察する。

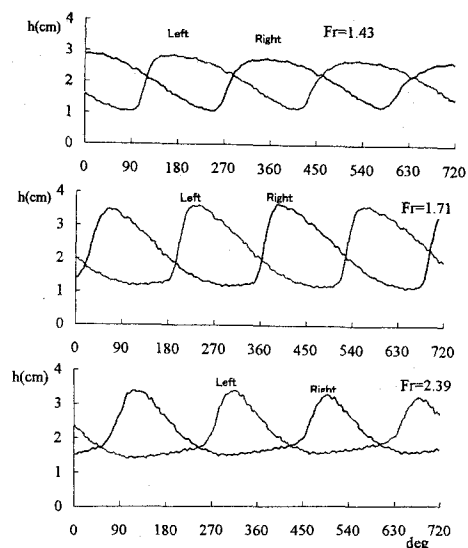


図-10 共鳴点近傍の水深縦断分布の遷移特性(D)

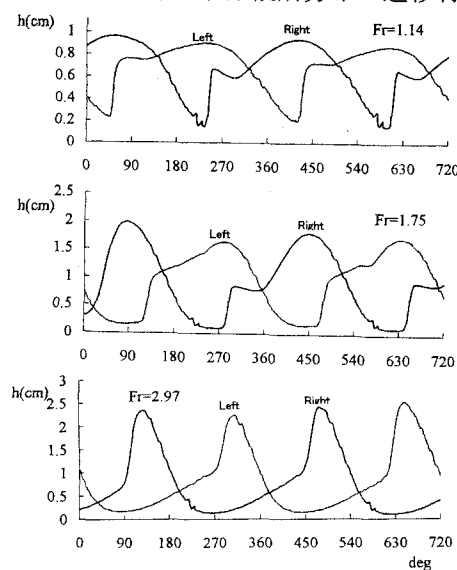


図-11 共鳴点近傍の水深縦断分布の遷移特性(B)

4. 2 共鳴点近傍での水面形の遷移特性

共鳴点付近を中心としたフルード数の変化にともなう水深縦断分布の変化を, 水路Dについては図-10に, 水路Bは図-11に示す。また, 図-10及び図-11に対応する水面の鳥瞰図を夫々図-12と図-13に示す。

水深の縦断分布の図を見ると, 水路Dの場合は, 共鳴関係のフルード数の前後で位相が逆位相から同位相に変化し, 共鳴関係付近では位相のずれは約90°になっている。一方, 水路Bの場合は, 共鳴点より小さなフルード数で約90°の位相のずれを示す水面形が生じており, さらに共鳴点近傍の鳥瞰図を見ると水路幅中央付近に水面の盛り上がりが生じている特徴的な水面形となっている。これは, 強い非線形性のため水路波長の半分の波長を有する水面変動が顕著になったためと考えられる。

4. 3 振幅, 位相差とフルード数の関係

図-14~17に, 幾何学的無次元パラメータ $\nu (=h_0/R)$ によって分類した水路DとBの振幅, 位相

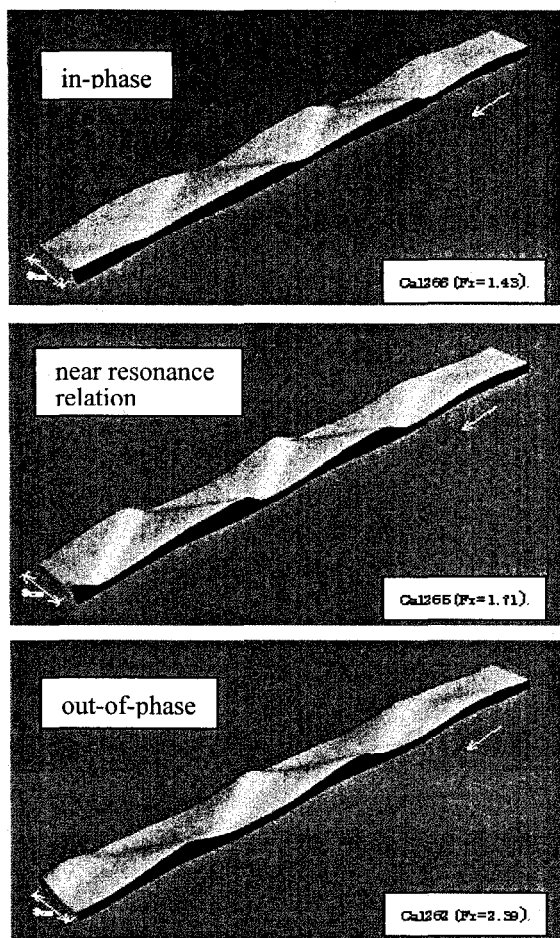


図-12 共鳴点近傍の水面の鳥瞰図の遷移(D)

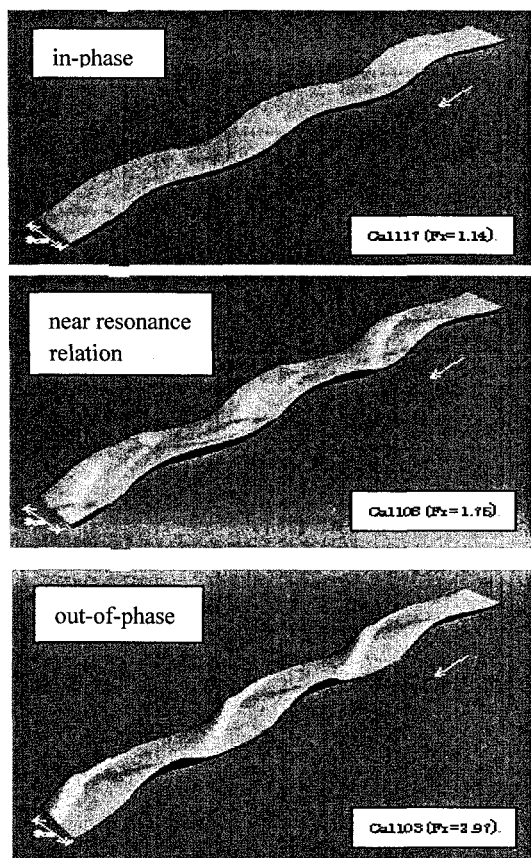


図-13 共鳴点近傍の水面の鳥瞰図の遷移(B)

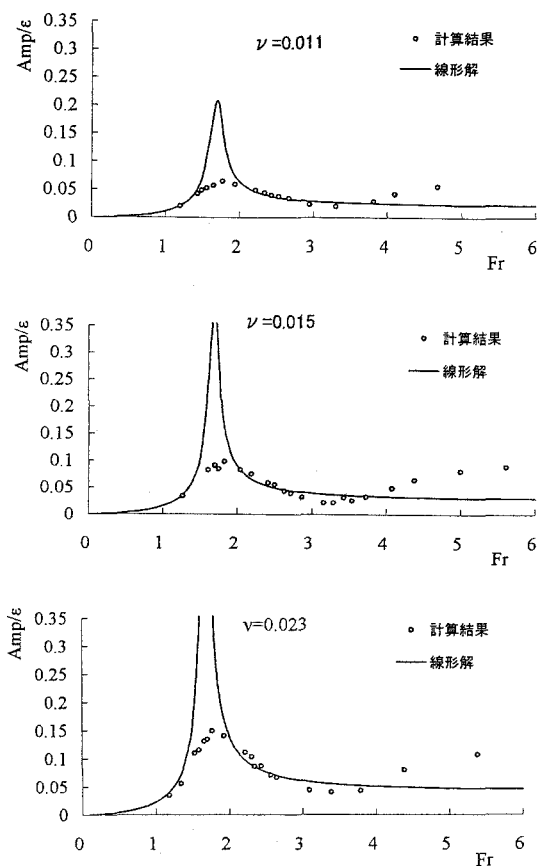


図-14 水面変動の振幅とフルード数の関係(D)

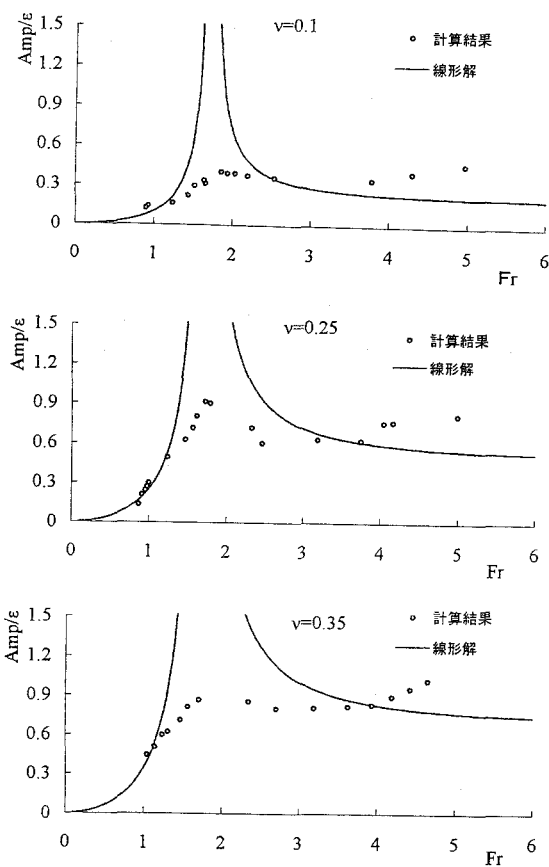


図-15 水面変動の振幅とフルード数の関係(B)

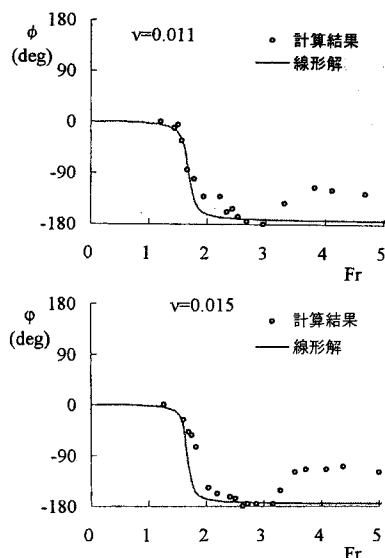


図-16 水面変動の位相差とフルード数の関係(D)

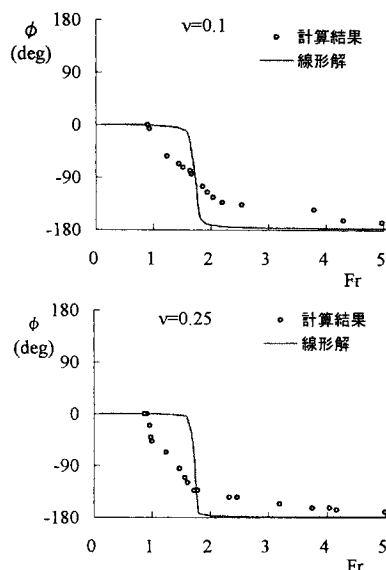


図-17 水面変動の位相差とフルード数の関係(B)

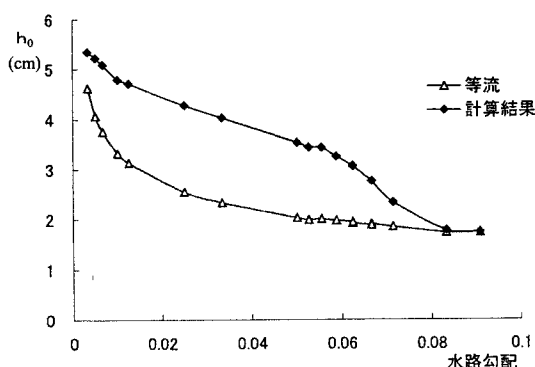


図-18 計算結果の平均水深と水路勾配の関係

差とフルード数の関係を示した。ただし、図-14, 15のAmpは次式で定義される水深変動 ξ の振幅を表す。

$$\frac{h}{h_0} = 1 + \xi \quad (13)$$

図-14, 15をみると、 ν の増加とともに、共鳴点の左側（フルード数の小さい領域）で計算結果が線

形理論に適合しなくなるフルード数は減少し、Ampの極大値は増加するが、 $\nu=0.25$ と0.35での上記のフルード数とAmpの極大値がほぼ等しいことから、両者の値は一定値に漸近していくと考えられる。また、このような線形理論からのずれは、4.2で述べたように水路波長の半分の波長を有する水面変動が大きくなることによって生じると考えられる。

4. 4 流れの抵抗則の増加特性

水路Bにおいて流量を一定に保ち、水路勾配を変化させた場合の共鳴点近傍での流れの抵抗の増加について検討する。平均水深と水路勾配の関係を図-18に示す。図には、等流と仮定した場合の水深と勾配の関係も示してある（粗度係数0.009）。水路勾配を徐々に大きくしていくと、共鳴点のフルード数（水路勾配1/17, $Fr=1.73$ ）より小さい領域では、計算結果の平均水深は等流水深よりかなり大きく、共鳴関係を越えると平均水深は急に減少し等流水深に漸近している。これは、共鳴点近傍において流れの抵抗の増加機構⁷⁾が顕著に働くためと考えられる。

5. おわりに

本研究は、連続蛇行水路の高速流を対象に、共鳴点近傍の流れの遷移特性を数値解析結果を用いて検証したものである。その結果、流れ特性は定性的には線形理論で近似できること、非線形性が強い場合共鳴点付近で特徴的な水面形が生じること、水路勾配を大きくしていくと共鳴点付近で流れの抵抗が増加し、さらに勾配を大きくすると平均水深は急激に等流水深に漸近すること等が指摘された。

今後、生じる流れの予測の観点から、共鳴点近傍での流れの抵抗と平均流のフルード数を表わす理論式を導く必要がある。

参考文献

- 1) Englund, F.: Flow and bed topography in channel bends, Proc. ASCE, J. Hyd. Div., Vol.100, HY11, 1631-1647, 1974.
- 2) Ikeda, S., Parker, G. and Sawai, K.: Bend theory of river meanders, Part 1 Linear development, J. Fluid Mech., 112, 363-377, 1981.
- 3) 池内幸司・玉井信行：蛇行水路における水深平均流れ場の遷移特性，土木学会論文報告集，第334号，89-101，1983.
- 4) Hasegawa, K.: The effect of plane and bed forms of channels upon the meander development, Proc. of JSCE, No.296, pp.143-152, 1980.
- 5) Blondeaux, P. and Seminara, G.: A unified bar-bend theory of river meanders, J. Fluid Mech., 157, pp.449-470, 1985.
- 6) 細田 尚：連続蛇行水路の高速流の基本的特性，水工学論文集，第43巻，311-316，1999.
- 7) 細田 尚：連続蛇行水路の高速流に関する非線形解析，土木学会論文集，No. 656/II-52, 103-111，2000.
- 8) 細田 尚・長田信寿・村本嘉雄：移動一般座標系による開水路非定常流の数値解析，土木学会論文集，No. 533/II-34, pp. 267-272，1996.

(2002. 9. 30受付)