

複断面開水路流れにおける 大規模水平渦の発生と発達

Generation and Evolution of Large Surface-Eddies
in Compound Open Channels

武内慶了¹・本永良樹²・海野修司³・山田正⁴

Yoshinori TAKEUCHI, Yoshiki MOTONAGA, Shuji UNNO and Tadashi YAMADA

¹学生員 中央大学大学院 理工学研究科土木工学専攻 (〒203-0051 東京都文京区春日1-13-27)

²学生員 工修 中央大学大学院 理工学研究科土木工学専攻 (〒203-0051 東京都文京区春日1-13-27)

³正会員 国土交通省関東地方整備局京浜工事事務所 (〒230-0051 神奈川県横浜市鶴見区中央2-18-1)

⁴正会員 工博 中央大学教授 理工学部土木工学科 (〒203-0051 東京都文京区春日1-13-27)

Two-dimensional numerical calculation and theoretical stability analysis for open channel flow was executed to make clear the characteristics of large surface-eddies which appears in compound open channels. Characteristics of large surface-eddies in compound open channel were classified into generation and evolution processes. In the generating process, linear stability analysis in 2-dimensional shear layer flow with finite width of channel shows that wave length in the generating process becomes longer as width of channel becomes narrower. Characteristic of surface-eddies in evolution process is as follows. 1) Patterns of large surface-eddies has two patterns, periodical and chaotic. 2) Time-period of large surface-eddies decreases as velocity difference between main channel and floodplain increases. 3) Wave number increases with Reynolds number defined by eddy viscosity, and chaotic pattern of large surface-eddies exist in the range of high Reynolds number.

Key Words : compound open channels , large surface-eddies , linear stability analysis , 2-D numerical analysis, river eng.

1. はじめに

複断面河道は日本の河川中流部に多く見られ、その河道における洪水流の乱れを正確に把握することは河道維持等において極めて重要な要素である。複断面低水路・高水敷境界部における大規模水平渦に関する研究は以下に示すように発展してきた。

Sellin¹⁾は複断面水路流れにおいてアルミ粉末を用いた水面流況の移動撮影を行い、境界部の流体混合に寄与する水面渦の存在を初めて示した。芦田・高橋・竹元²⁾は、比較的狭くかつ整正な高水敷を持つ複断面水路流れにおいて、染料を用いて低水路・高水敷境界部における混合現象を可視化した。また水平渦の特性を把握することを目的とした実験的研究として、石垣・今本³⁾は、低水路流れと高水敷上流れの速度差に起因する水平渦構造及び断面形状に起因する斜昇流が交互に発生することを可視化によって見出し、低水路・高水敷間における混合現象

には、水平渦による水平混合と斜昇流による鉛直方向の混合が存在することを報告している。石川・田中⁴⁾は流下方向に連続したかん木模型の揺動現象が、模型の列の渦による連成振動によるものであり、その周期が水路横断方向のセイシュの周期に一致するとき共振を起こし、混合運動が生じることを見出した。福岡・藤田^{5), 6)}は、粗度係数が変化する境界で発生する水平乱流混合に大きな影響を与える大規模渦や組織的な乱れの構造を、境界混合係数で表現し、横断方向の運動量交換を定量的に表現できることを示した。瀬津ら⁷⁾は室内実験を行い、高水敷高さ D と低水路水深 H との比 H/D がおおよそ1.5以下の流れ場において、低水路と高水敷の境界に生じるせん断不安定によって水平渦が発生し、境界部付近に発生する横断方向Reynolds応力の高い領域が高水敷奥まで輸送されることを報告している。次に大規模水平渦の発生原因に関する理論的研究として、石川ら⁸⁾はせん断力を考慮した平面せん断流の理論流速分布を

表-1 数値計算に用いた水路形状と計算条件

		低水路幅 [m]	高水敷幅 [m]	流量 [m³/s]	高水敷 粗度係数	低水路 フルード数	高水敷 フルード数	水平渦の 挙動
Run-1	両側高水敷	15.0	15.0	203.0	0.100	0.226	0.054	カオスの
Run-2	両側高水敷	30.0	15.0	308.0	0.100	0.195	0.020	カオスの
Run-3	両側高水敷	60.0	15.0	518.0	0.100	0.160	0.024	周期的
Run-4	両側高水敷	60.0	15.0	621.6	0.100	0.191	0.035	周期的
Run-5	両側高水敷	60.0	15.0	725.2	0.100	0.219	0.031	周期的
Run-6	両側高水敷	60.0	15.0	828.8	0.100	0.242	0.037	周期的
Run-7	両側高水敷	60.0	15.0	900.0	0.030	0.249	0.162	カオスの
Run-8	両側高水敷	60.0	15.0	900.0	0.040	0.257	0.104	カオスの
Run-9	両側高水敷	60.0	15.0	900.0	0.050	0.261	0.089	カオスの
Run-10	両側高水敷	60.0	15.0	900.0	0.075	0.269	0.047	周期的
Run-11	両側高水敷	120.0	15.0	938.0	0.100	0.181	0.015	周期的
Run-12	片側高水敷	100.0	100.0	1584.0	0.040	0.491	0.225	カオスの
Run-13	片側高水敷	100.0	100.0	1980.0	0.040	0.500	0.225	カオスの
Run-14	片側高水敷	100.0	100.0	2382.0	0.040	0.490	0.220	カオスの

(どの計算条件においても流下距離3000[m], 河床勾配1/1000, 低水路粗度係数0.015, 高水敷高さ3.0[m]である。)

求め実測値と比較し、平面せん断流内部に生じるせん断力を評価することを可能にした。Tamai・Asaeda・Ikeda⁹⁾はMichalke¹⁰⁾がtanh型の流速分布に対して不安定解析を行った結果を適用し、低水路と高水敷境界の周期渦の発生を説明できることを明らかにした。Chu et al.¹¹⁾は非粘性線形理論をtanh型とsech型の流速分布を持つせん断流れに適用し、それぞれの流れの安定限界を求め、変曲点不安定が水平渦の発生原因となることを明らかにした。池田ら^{12), 13)}は線形不安定解析の結果を室内実験結果と比較し、側岸部の植生境界で発生する水平渦の周期の実験値は理論周期と極めてよく一致し¹²⁾、また複断面開水路においては、低水路、高水敷の境界で発生する渦列は高水敷と低水路の流速差に基づく変曲点不安定によって決定される渦波長と、Karman型の2列の渦列の安定配列によって決まる渦の波長という2つの安定性によって定まっており、大規模水平渦の周期の実験値は理論周期と定性的に一致することを報告している¹³⁾。しかしながら、複断面開水路における大規模水平渦の実験周期と理論周期の比較を詳細に見ると、周期の実験値は理論値を大きく上回っているようである。木村・細田・友近¹⁴⁾は自由水面を考慮した開水路平面2次元流の基礎式を用いて空間に関する線形安定解析を行い、せん断不安定波動の空間的増幅特性を理論的に考察した結果、ある特定の振動数を持つ擾乱が渦となって増幅されながら流下し、せん断不安定による渦の再現が可能であることを確かめた。

水平渦のメカニズムとは別に、実河川における乱れに関する研究は以下のように行われてきた。余越¹⁵⁾は、実河川における主流速のエネルギー Spektral 密度分布を取ったとき、低周波の領域において Spektral 密度が突出する部分があることを明らかにした。また木下¹⁶⁾は、洪水時の利根川における航空写真より、実河川における水平渦の存在を確認した。

複断面水路流れにおける乱れは、上述の知見より水平渦、斜昇流、2次流等の3次元性を有することが明らかとなっており、数値計算によりこれらの

現象を解明することが試みられてきた。2次元計算では難岡・八木¹⁸⁾がSDS-2DHモデルを開発し、辻本ら¹⁷⁾による植生境界で生じる横断混合に関する実験結果を精度良く再現し、モデルの妥当性を示した。3次元では佐藤・河原¹⁹⁾が行なったLESや細田・櫻井・村本²⁰⁾が行なった非線形k-εモデルにより、流れの3次元性を再現できるようになってきている。しかし既往の3次元数値計算の多くは、その対象領域が計算時間の制約から流下方向に水深の数倍から100倍程度であり、本研究で対象とする領域は流下方向に数kmあり(上下流の境界条件のとり方が直接影響しない中間領域を対象にするため)、このような広範な領域に3次元数値計算を実施することは非常に困難である。そこで著者らは、やみくもに現象を複雑に捉えるよりも、大規模水平渦の発生から発達に至るメカニズムを詳細に把握するためにもう一度単純な場合に立ち返り、直線複断面開水路流れにおける大規模水平渦の発生から発達に至る特性を2次元の基本式に限定し、それを詳細に調べることにした。

2. 2次元数値計算の基本式

洪水流の再現計算を行なうにあたり、本研究では運動方程式に決定論的な基礎式である2次元不定流の基本式(1)、(2)式と、(3)式に示す連続式を用いた。

$$\frac{\partial M}{\partial t} + \frac{\partial(uM)}{\partial x} + \frac{\partial(vM)}{\partial y} = -gh \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{gn^2 |M| \sqrt{M^2 + N^2}}{h^{7/3}} + \varepsilon \left(\frac{\partial^2 M}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M}{\partial y^2} \right) \quad (1)$$

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \frac{\partial(uN)}{\partial x} + \frac{\partial(vN)}{\partial y} = -gh \frac{\partial \eta}{\partial y} - \frac{gn^2 |N| \sqrt{M^2 + N^2}}{h^{7/3}} + \varepsilon \left(\frac{\partial^2 N}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 N}{\partial y^2} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial M}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial y} = 0 \quad (3)$$

ここに、 t : 時間[sec], x : 流下方向[m], y : 横断方

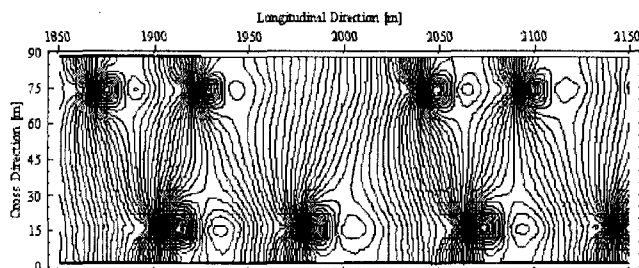


図-1 水位コンターの一例 (上流から1850～2150[m]区間)
(コンター線が密集する部分が水平渦中心付近である。)

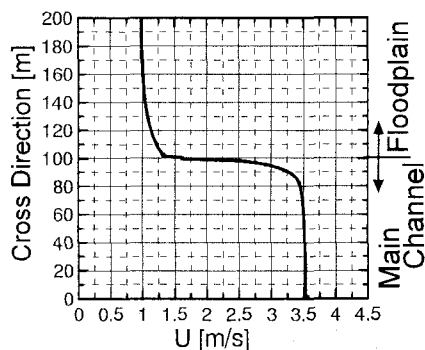


図-3 初期条件に用いた主流速横断分布
(RUN-13)

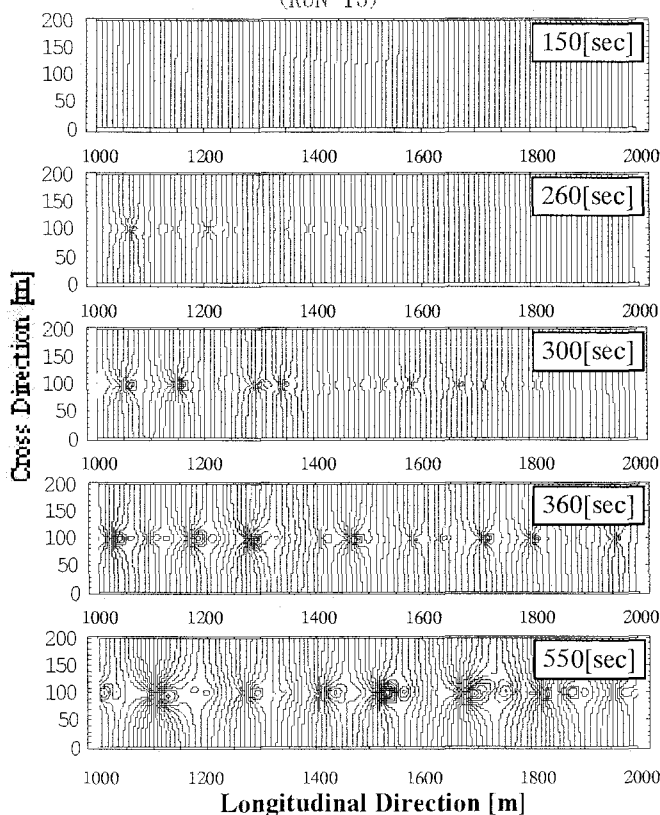


図-4a 水位コンターの時系列

〔 水平渦の平均流下速度が発生時は2.267[m/s], 発達後は2.10[m/s]と変化が小さいこと, 発達後の水平渦波長が発生時の2倍程度になることより, 複断面水路の低水路・高水敷境界部に現れる水平渦は, 発生時と発達後の特性が変化することは明らかである。〕

向 [m], M, N : x, y 方向の流量フラックス [m^2/s], u, v : x, y 方向流速 [m/s], g : 重力加速度 [m/s^2], h : 水深 [m], η : 水位 [m], n : Manningの粗度係数 [$\text{s} \cdot \text{m}^{-1/3}$], $\varepsilon (= \kappa u_* h/6)$: 水平方向渦動粘性係数 [m^2/s], κ : カルマン定数 [=0.4], u_* : 摩擦速度 [m/s] である。

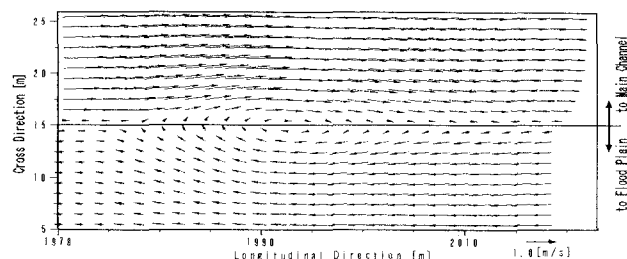


図-2 低水路・高水敷境界部主流速で動く系から見た
流速ベクトル図の一例

〔 流下方向に約20[m], 横断方向に約15[m]の水平渦
が生じていることがわかる。〕

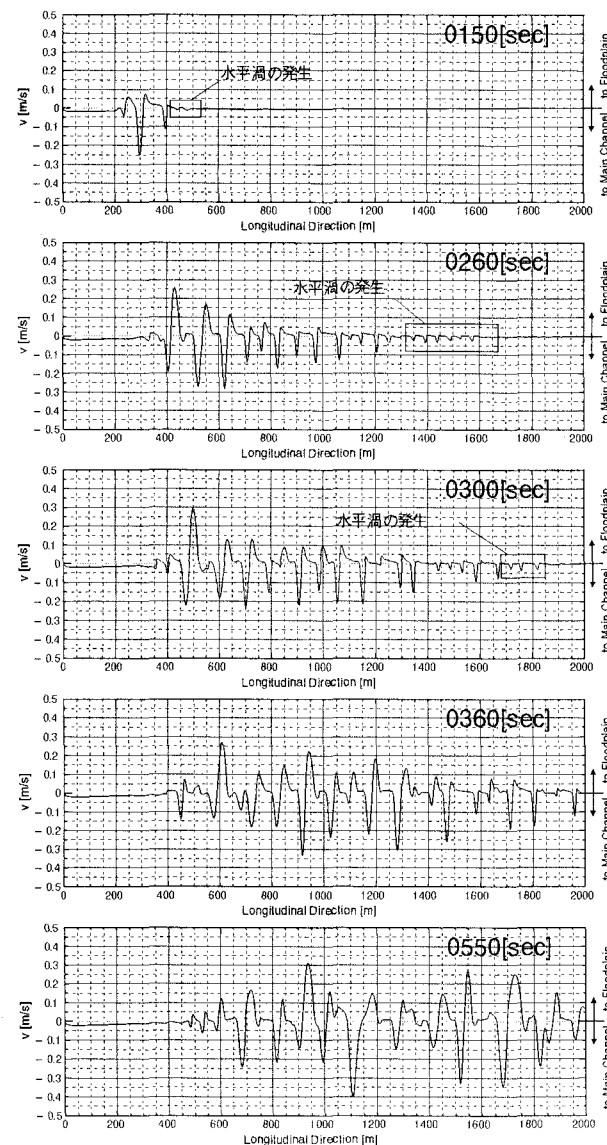


図-4b 境界部における横断方向流速の
流下方向分布の発達過程

基礎式の離散化には, 未知数である M, N, h を交互に配置し, 2次精度の差分を用い, 陽的に解いた。運動方程式中, 非定常項は前進差分, 移流項は流れ方向に対して後退差分, 水面勾配項は後退差分, 拡散項は2階微分の差分公式を施し, 連続式中すべて

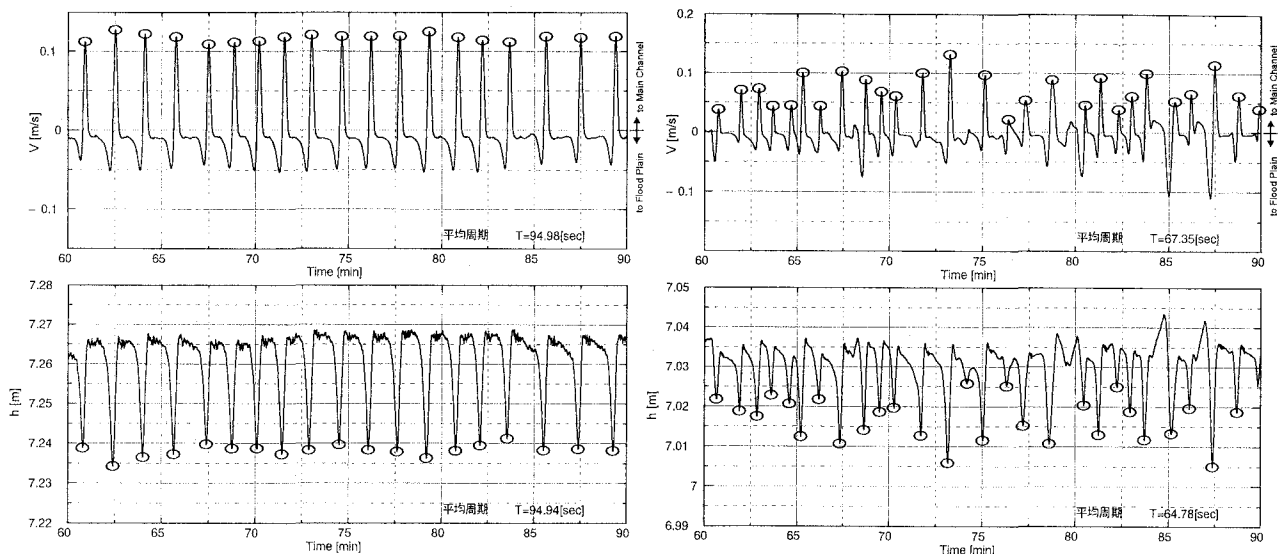


図-5 境界部における横断方向流速と水深の時系列

〔発達後の水平渦の挙動が周期的である場合(左図)とカオス的である場合(右図)とがあることがわかる。水平渦の通過に伴った急激な水深低下の間隔の平均値を平均周期と呼ぶ。〕

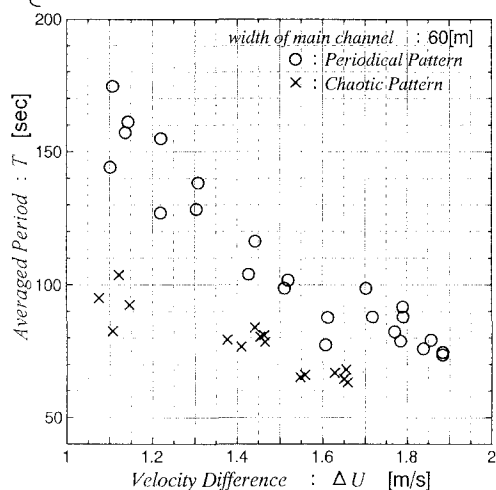


図-6 主流速差と平均周期の関係

〔主流速差が大きいくほど平均周期が短くなる傾向が顕著に表れており、その勾配は水平渦の発生が周期的、カオス的な場合で明瞭な違いが見られる。〕

の項に前進差分を用いた。

数値計算は片側高水敷と両側高水敷の場合で行なった。水路形状と計算条件を表-1に示す。上流端境界条件として一定流量を、下流端境界条件として下流端から流体が流れ出るよう(4)式を与えた。

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{h}{M} \right) + u \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h}{M} \right) = 0 \quad (4)$$

下流端の境界条件の影響が無視できるほど上流側である上流端から0～2000[m]下流の区間を対象とし、水平渦の挙動を調べた。またどの計算条件においても、水路長は3000[m]、河床勾配は1/1000、低水路粗度係数 $n_m=0.015$ 、高水敷高さ3.0[m]である。

(1) 水平渦の確認

図-1は、Run-3の計算結果より、水位コンターを表したものである。図中、水位コンター線が密になっている部分が水平渦であり、左岸、右岸の低水

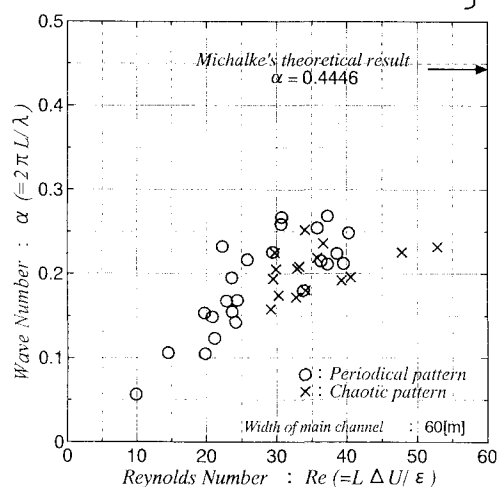


図-7 Reynolds数と波数の関係

〔水平渦の波数はRe数とともに増加していくことが分かる。Re数が増加すると水平渦が周期的挙動からカオス的挙動に変化する。εは主流の動粘性係数である。〕

路・高水敷境界部(以下、境界部と呼ぶことにする)でそれぞれ交互に水平渦が発生している。水位コンター線が密になっている部分を拡大し、低水路・高水敷境界部主流速で動く系から見た流速ベクトルを図-2に示す。これらの図より、境界部で水平渦が発生していることがわかる。

3. 数値計算による水平渦の発生と発達および線形安定解析

Run-13において、初期条件として図-3に示す主流速横断分布を流下方向一様に与えた場合の水位コンター(上流端から1000[m]～2000[m]区間)の時系列を図-4aに、水位コンターと同時に境界部横断方向流速の流下分布(上流端から0[m]～2000[m]区間)を図-4bに示す。上流側で渦が発生し、流下とともに水平渦が発達する(図-4、1段目、150[sec])。次に発達し始めた渦群の先頭部に新

たな水平渦が発生し始める(図-4, 2段目260[sec], 3段目300[sec]). 発生した水平渦は流下とともに発達し, 隣り合う水平渦と合併することでさらに発達する(図-4, 4段目360[sec]). 数値計算によって水平渦が発生する理由として, 計算上の打ち切り誤差が擾乱の役割となり, 水平渦が発生したものと考えられる. 一方, 図-4bより, 水平渦の発生後, 流下とともにそれぞれ発達する場合は規則的な波形を示すのに対し, 隣り合う渦と合併後はカオス的な波形となる. 続いて水平渦の発生時の波長と発達後の波長に着目する. この計算条件の場合, 水平渦の発生波長は50[m]程度であるが, 発達後の渦波長は100[m]程度となる. また, 水平渦の平均流下速度が発生時に2.267[m/s], 発達後に2.100[m/s]であり, これより発生時に比べ発達後の水平渦平均流下速度が7.4[%]減少したに過ぎないことを考えれば, 複断面水路の低水路・高水数境界部に現れる水平渦は, 発生時と発達後の特性が大きく変化することが明らかである. 著者らは水平渦の発生と発達という現象を分け, それぞれの特性について検討した.

(1) 発達後の水平渦の諸特性

本節では水平渦発生後, 流下しつつ隣り合う渦と合併し発達した水平渦の特性を調べた. 図-5は境界部における横断方向流速と水深の時系列の一例である. 決定論的な基礎式を用いているにも係らず, 水平渦の挙動が周期的である場合とカオス的である場合がある. 計算の範囲内で, 高水数平均主流速が0.4~0.45[m/s]の場合に水平渦がカオス的挙動を示した. 本論文では, 水平渦の通過に伴った急激な水深低下の時間間隔の平均値を平均周期と呼ぶ. 両側高水数, 低水路幅60[m]の条件における計算結果から, 主流速差 ΔU と平均周期 T の関係を図-6に示す. ここで主流速差とは, 低水路中央部における主流速と高水数平均主流速との差である. これより, 主流速差が大きいほど平均周期が短くなる傾向が顕著に表れており, その勾配は水平渦の挙動が周期的である場合, カオス的である場合で明瞭な違いが見られる. Re数と波数の関係を図-7に示す. 代表長さ L は運動量厚さの2倍の大きさとし, 代表流速は主流速差 ΔU とした. これより, Re数の増加とともに波数が増加していき, Re数が増加すると水平渦が周期的挙動からカオス的挙動に遷移することがわかった.

(2) せん断流の安定問題としての水平渦の発生波長に及ぼす高水数・低水路幅の効果

本節では水平渦の発生波長に及ぼす高水数と低水路の幅の効果調べる. ここではやみくもに現象を複雑に捉えずに, もう一度単純な場合に立ち返り, あえて自由表面を考慮せずRayleigh方程式を用いて高水数幅, 低水路幅を考慮した二次元せん断流れに対して線形安定解析を行ない, 水平渦の発生波長に及ぼす河川幅の効果を検討した.

(5), (6)式に示すように微小擾乱に微小振幅の波

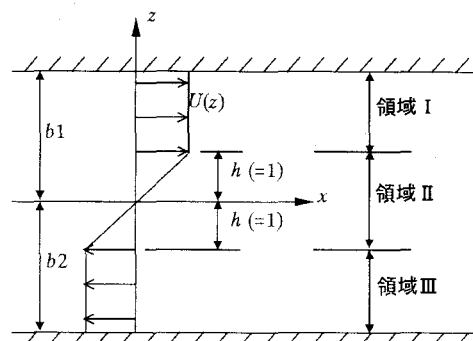


図-8 線形安定解析に適用した二次元せん断流れ

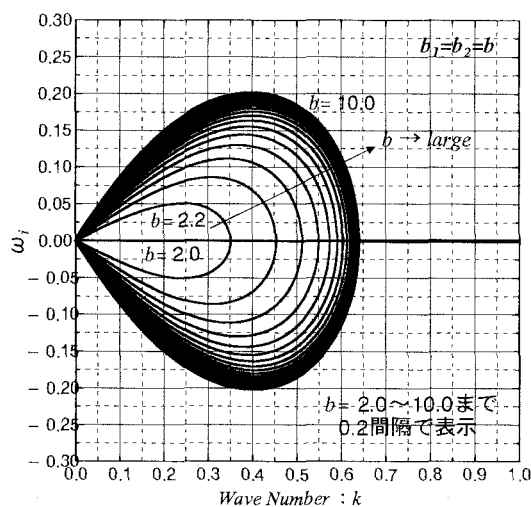


図-9 波数 k と角振動数の虚数部 ω_i の関係

$b=2.0$ のときは波数 k によらず中立である. 最大増幅率 ω_{imax} を与える波数 k で水平渦が発生し, 水路幅 b が狭いほど最大増幅率を与える波数 k が小さくなり, 幅 b が広がるにつれて波数 k が0.4に近づく.

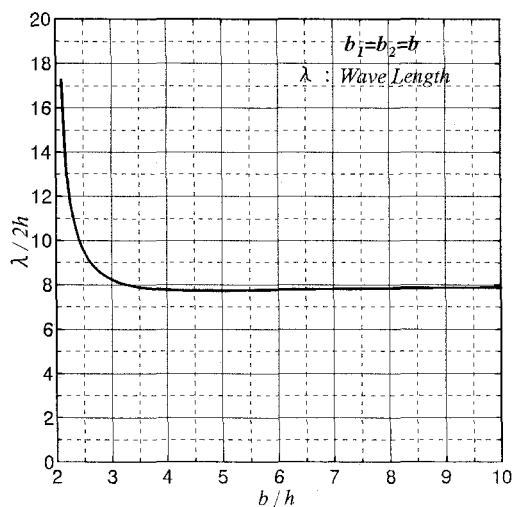


図-10 水路幅 b と水平渦発生波長 λ の関係

水路幅が狭いほど水平渦発生波長が長くなり, 水路幅が十分に広がる極限では, 水平渦発生波長はせん断厚さ $2h$ の7.85倍となる.

が生じると考える. Rayleigh方程式は(7)式である.

$$w(x, y, z, t) = \hat{w}(z) \cdot \exp[i(\alpha x + \beta y - \alpha t)] \quad (5)$$

$$p(x, y, z, t) = \hat{p}(z) \cdot \exp[i(\alpha x + \beta y - \alpha t)] \quad (6)$$

$$(U(z) - c) \left(\frac{d^2}{dz^2} - k^2 \right) \hat{w}(z) - \frac{d^2 U(z)}{dz^2} \hat{w}(z) = 0 \quad (7)$$

ここに $\hat{w}(z), \hat{p}(z)$: 無次元擾乱の振幅, c : 位相速度, k : 無次元波数 ($k^2 = \alpha^2 + \beta^2$) である. 水路幅を考慮した二次元せん断流れの概要を図-8に示す. 式(8)~(10)は各領域における無次元主流速分布である.

$$U(z) = 1, \quad 1 < z \leq b_1 \text{ (領域 I)} \quad (8)$$

$$U(z) = z, \quad -1 \leq z \leq 1 \text{ (領域 II)} \quad (9)$$

$$U(z) = -1, \quad -b_2 < z < -1 \text{ (領域 III)} \quad (10)$$

図中領域 I・II, 領域 II・IIIの境界でそれぞれ無次元圧力と無次元 z 方向流速が連続し, 壁面において無次元 z 方向流速が0となる境界条件(11)~(14)式のもとにRayleigh方程式(7)式を区分的に解けば定数を決定するための行列が得られる.

$$\hat{w}_1 = \hat{w}_2, \hat{p}_1 = p_2 \quad \text{at } z = h \quad (11)$$

$$\hat{w}_2 = \hat{w}_3, \hat{p}_2 = p_3 \quad \text{at } z = -h \quad (12)$$

$$\hat{w}_1 = 0 \quad \text{at } z = b_1 \quad (13)$$

$$\hat{w}_3 = 0 \quad \text{at } z = -b_2 \quad (14)$$

定数が解を有するためには, 定数の係数行列 $[H]$ において $\det[H] = 0$ を解き, 角振動数 ω について表せば良い. 角振動数の解析解を複素速度 c を用いて(15)式で表し, その虚数部は擾乱の増幅率を表す.

$$\omega = \omega_r + i\omega_i = \frac{c_r + ic_i}{k} \quad (15)$$

波数 k と, 増幅率を表す角振動数の虚部 ω_i の関係を解析的に求め図-9に示す. ω_i が正となる波数 k の範囲で不安定となり, 擾乱が発達し最大増幅率 $\omega_{i\max}$ を与える波数 k で水平渦が発生する. 水路幅 b が狭いほど最大増幅率を与える波数 k が小さくなり, 幅 b が広くなれば水平渦が発生するときの波数 k が0.4に近づく. 次に水路幅と水平渦の発生波長の関係を図-10に示す. 図中縦軸は水平渦発生波長とせん断厚さ $2h$ の比を表している. これより, 水路幅が狭いほど水平渦の発生波長が増大し, 水路幅が十分に広がる極限では, 水平渦発生波長はせん断厚さ $2h$ の7.85倍となる.

4. まとめ

本研究では複断面開水路の低水路・高水敷境界部で生じる大規模水平渦の挙動を, 発生と発達という二つの現象に分けてそれぞれの特性を調べた. 得られた知見を以下に示す.

- 1) 上流端から, 水深の40~80倍程度下流において水平渦が発生し始め, 流下とともに成長し, 隣り合う水平渦と合併することで波長を伸ばす.
- 2) 発達後の水平渦波長は, 発生波長に比べて十分に長くなり, 水平渦の特性は発生時と発達後で異なる.
- 3) 水路幅を考慮した線形安定解析を二次元せん断流れに適用した結果, 水路幅が狭いほど水平渦の発生波長が長くなり, 水路幅の増大に伴い, 発生波長はせん断厚さの7.85倍となる.
- 4) 発達後の水平渦の挙動が周期的である場合とカオス的である場合がある.
- 5) 主流速差が大きいほど発達後の水平渦の平均周期

が短くなる傾向が顕著に見られる.

- 6) 発達後の水平渦の波長は流速差と主流の動粘性係数に基づくReynolds数が増加すると減少し, 水平渦は周期的挙動からカオス的挙動へと変化する.
- 7) 水平渦のカオス的挙動は, 主流と高水敷の水深差による位相速度のずれにも起因する.

参考文献:

- 1) R.H.J. Sellin: A Laboratory Investigation into the Interaction between the Flow in the Channel of a River and that over its Floodplain, La Houille Blanche No. 7, 1964, pp. 793-801.
- 2) 芦田和男・高橋保・竹元忠嗣: 複断面開水路における洪水流, 京都大学防災研究所年報, 第10号B, 133-145, 1967.
- 3) 石垣泰輔・今本博健: 可視化法による複断面開水路流れの3次元構造に関する研究, 土木学会論文集, No. 515/II-31, pp. 45-54, 1995.
- 4) 石川忠晴・田中昌宏: 開水路流中のかん木の抵抗特性に関する研究, 第31回水理講演会論文集, pp. 329-333, 1987.
- 5) 福岡捷二・藤田光一: 複断面河道の抵抗予測と河道計画への応用, 土木学会論文集, 第411号/II-12, pp. 63-72, 1989.
- 6) 藤田光一・福岡捷二: 洪水流における水平乱流混合, 土木学会論文集, No. 429/II-15, pp. 27-36, 1991.
- 7) 柳津家久・鬼束幸樹・相良幸輝・池谷和哉: かぶり水深の変化が複断面開水路流れの組織渦に及ぼす影響に関する研究, 土木学会論文集, No. 649/II-51, pp. 1-15, 2000.
- 8) 山崎真一・石川忠晴: 開水路せん断流に関する実験的研究, 土木学会第39回年次学術講演会講演集, II, pp. 237-238, 1984.
- 9) Tamai N., Asaeda T., Ikeda H.: Study on generation of periodical large surface eddies in a composite flow, Water Resour. Res., 1986.
- 10) Michalke A.: On the inviscid instability of hyperbolic-tangent velocity profile, J. Fluid Mech., Vol. 19, pp. 543-556, 1964.
- 11) Chu, V.H., Wu, J.H. and Khayat, R.E.: Stability of transverse shear flows in shallow open channels, J. Hydraulic Division, ASCE, vol. 117, pp. 1370-1388, 1991.
- 12) 池田駿介・太田賢一・長谷川洋: 側岸部植生境界の周期渦の発生機構, 土木学会論文集, No. 443/II-18, pp. 47-54, 1992.
- 13) 池田駿介・村山宣義・空閑健: 複断面水路水平渦の安定性とその3次元構造, 土木学会論文集, No. 509/II-30, pp. 131-142, 1995.
- 14) 木村一郎・細田尚・友近文志: 開水路流れ混合層におけるせん断不安定波動の空間的増幅特性, 土木学会論文集, No. 509/II-30, pp. 99-109, 1995.
- 15) 余越正一郎: 河川の大規模乱れ, 京都大学防災研究所年報第10号B, pp. 199-206, 1967.
- 16) 木下良作・宇民正・上野鉄男: 洪水時河川に現れる大規模渦について, 第23回乱流シンポジウム講演論文集, pp. 329-334, 1991.
- 17) 辻本哲郎・北村忠紀: 側岸に沿って植生群落のある流路での水面変動を伴う横断混合, 水工学論文集, 第36巻, pp. 273-280, 1992.
- 18) 灘岡和夫・八木宏: SDS & 2DHモデルを用いた開水路水平せん断乱流の数値シミュレーション, 土木学会論文集, No. 473/II-24, pp. 35-44, 1993.
- 19) 佐藤弘行・河原能久: LESによる複断面直線開水路乱流の解析, 応用力学論文集, Vol. 1, pp. 673-682, 1998.
- 20) 細田尚・櫻井寿之・村本嘉雄: 水平渦と2次流を伴う複断面開水路流れの非定常3次元数値解析, 水工学論文集, 第42巻, pp. 631-636, 1998.

(2002. 9. 30受付)