

開水路流れにおける 水面変動と乱れの空間相関構造

SPATIAL CORRELATION STRUCTURES OF WATER SURFACE FLUCTUATION AND TURBULENCE IN OPEN-CHANNEL FLOWS

宮本仁志¹・下山顕治²
Hitoshi MIYAMOTO and Kenji SHIMOYAMA

¹正会員 博士(工学) 神戸大学助手 工学部建設学科 (〒657-8501 神戸市灘区六甲台町1-1)

²学生会員 神戸大学大学院 自然科学研究科博士課程前期過程 (同上)

In this paper, we investigate relations between water surface fluctuations and turbulence structures in open-channel flows. Examined here are instantaneous velocity vectors and corresponding water surface profiles measured by a simultaneous image measurement technique. At first, the proper orthogonal decomposition (POD) of the water surface fluctuations successfully extracts their predominant spatial characteristics that are represented as sinusoidal wave shapes. Then, by using the modal amplitudes of the POD eigenvectors, we calculate spatial correlation coefficients between the amplitudes and the velocity fluctuations. The result shows that there exists a thin surface layer near the water surface in which velocity fluctuations seem to be parallel to the surface and that there are strong relationships between the water surface fluctuations and the large scale turbulent structures that have the same longitudinal scale.

Key Words : *free surface-turbulence interaction, surface layer, organized motion, open-channel flow, proper orthogonal decomposition, simultaneous image measurement*

1. はじめに

開水路流れの乱流構造に及ぼす自由水表面の影響は、水表面を介しての気体輸送や運動量交換に関係するため、河川の自浄作用など水環境の観点からも重要と考えられる。本論文では、水面・流速の同時画像計測法^{1),2)}を用いて、開水路での瞬時の水面分布と流速ベクトルを測定し、得られた水面の計測値に固有直交関数展開 (proper orthogonal decomposition: POD)³⁾を施すことにより開水路流れにおける自由水表面の変動特性を調べる。さらに、それら水面変動の主成分と内部の流速変動との空間相関解析によって自由水表面の変動と開水路乱流との相互関連性を検討する。

自由表面境界を有する乱流に関しては、かなり多くの研究成果が発表されているが、それにも拘わらず、開水路乱流において、フルード数が大きくなり水面変動が顕著になる場合の水面変動と内部の乱流構造の関連性については未解明の部分が大きいようである。これに関する近年での実験的アプローチとしては、瀬津・中山による研究^{4),5)}が挙げられる。彼らは、レーザー流速計と超音

波高計を用いて乱流と水面変動を詳細に計測し、乱れ強度、エネルギー収支の検討により水面近傍の領域では管路流に比べて著しく乱流構造が異なること⁴⁾、時空間相関解析により壁面近傍の組織渦と自由水面近傍の組織渦との関連性があること⁵⁾を報告している。また、水面変動に対しては一点の計測データを用いているため、底面からの乱れが水面近傍でどのように変化するのかに議論の中心がおかれている。

一方、数値解析的アプローチとしても多くの研究がなされている。その中で、Shenらの直接数値計算(direct numerical simulation: DNS)による研究⁶⁾では、水面近傍において、非常に薄い粘性境界層(surface layer)とそれより幾分厚く運動学的条件を満足するように水面に沿う流れが生じる層(blockage layer)の存在が指摘されており、注目される。また、最近では、横嶋・中山⁷⁾が開水路乱流のDNSを行っており、水面近傍の乱流構造がフルード数の増加とともに三次元的になることが示唆されている。しかしながら、これらは微小振幅波理論など線形境界条件を与えることにより解かれたものであり、現象解明にあたっては実験的研究での検証が必要となろう。

本論文では、同時画像計測法の特徴を活かし、水面変

表-1 水理条件

Case	Q (cm ³ /s)	B (cm)	H (cm)	$\bar{U}$ (cm/s)	U_* (cm/s)	$1/I$	Re ($\times 10^4$)	Re_*	Fr
1	2.5×10^3	25	3.29	30.4	1.53	1149	1.0	502	0.53
2			2.91	34.3	1.78	747	1.0	518	0.64
3			2.42	41.3	2.14	447	1.0	517	0.85
4			1.89	52.8	2.67	237	1.0	505	1.23

Q : 流量, B : 水路幅, H : 平均水深, $\bar{U}$: 断面平均流速, U_* : 底面摩擦速度, I : 水路床勾配,
 $Re = \bar{U}H / \nu$: レイノルズ数, $Re_* = U_*H / \nu$: 摩擦レイノルズ数, $Fr = \bar{U} / (gH)^{1/2}$: フルード数.

動の空間分布特性を明らかにした上で, その特性をもとにして, 壁面から水面への乱流構造変化というアプローチではなく, 水面から流体内部へのアプローチという観点で水面変動と乱流構造の関連性を検討する.

2. 水理実験と同時画像計測の概要

(1) 実験条件

表-1に水理条件を示す. 実験水路は全長10m, 水路幅 $B = 0.25\text{m}$ の亚克力製である. 計測位置は, 水路床からの乱流境界層が十分に発達したと考えられる水路上流端から約7.5~8.0mとした. 水理条件については, レイノルズ数 $Re = \bar{U}H / \nu$ を 1.0×10^4 と一定にし, フルード数 $Fr = \bar{U} / (gH)^{1/2}$ を 0.53~1.23まで変化させた. 条件の設定にあたっては, 側壁の影響が少ないように横断方向のアスペクト比を $B/H > 7.0$ とし, また, 摩擦レイノルズ数 $Re_* = U_*H / \nu$ を約500とすることで, 対数則の外層域にwake領域がほとんど現れない流れ⁹⁾を検討対象とした.

(2) 水面・流速の同時画像計測

図-1に計測システムの概要を示す. 流水中に比重が約1.02, 粒径約0.02mmの高分子ポリマー粒子を投入し, ダブルパルスYAGレーザーによるスリット光で計測対象断面を可視化する. 鏡を用いることにより可視化断面での流体内部と水面形状を同一画像フレーム内で撮影し²⁾, PIVと水面形状の抽出アルゴリズム¹⁾により流速ベクトルと水面分布をそれぞれ測定する. 計測断面は水路中央の流下方向鉛直断面である. PIV解析により得られる流速ベクトルのサンプリング周波数は15Hzであり, 高解像度カメラ(1008×1018画素)における一画素の実長は約0.098mmである.

座標軸などの設定については, 水路床の一点を原点として, 流下方向にx軸を, それに垂直な上向き方向をy軸とした. x, y軸方向の瞬間流速ベクトルの各方向成分を u , v とし, 平均流速ベクトル, 変動成分の各成分を (U, V) , (u', v') とした. 水面分布に関しては, 瞬時の水面形状を h , 平均水面および変動成分をそれぞれ H , h' とした.

3. 解析方法

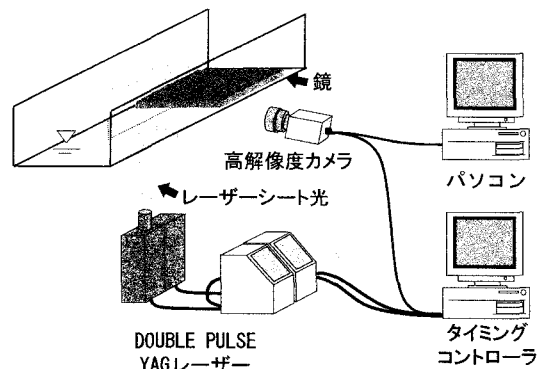


図-1 計測システムの概要

本論文では, 水面の変動特性を固有直交関数展開 (POD)³⁾によって抽出し, また, 水面変動と流速変動の相互関連性を空間相関解析によって調べる. 以下に, それら手法の概要を記す.

(1) 固有直交関数展開 (POD)

PODは多変量解析の分野で主成分分析と呼ばれている手法と同じものであり, 変動成分の全ての要素と最も相関が高い固有ベクトルを見いだすものである. 本論文では水面の変動成分 h' にPODを適用する.

PODにおける m 次モードの固有ベクトル ϕ_m は次式より求められる.

$$[R_h]\{\phi_m\} = \lambda_m\{\phi_m\} \quad (1)$$

ここに,

$$[R_h] = [R_{i,j}] = \left[\frac{1}{M} \sum_{p=1}^M h'(x_i, t_p) h'(x_j, t_p) \right] \quad i, j = 1, 2, \dots, N \quad (2)$$

は水面変動成分の分散共分散行列であり, λ_m はモード m の固有値, x_i は計測における x 方向の離散位置, N は全計測点数, t_p は計測の離散時間, M は全離散時間点数である. 水面変動成分 h' は次式より再合成される.

$$h'(x_i, t_p) = \sum_{m=1}^N h'_m(x_i, t_p) = \sum_{m=1}^N a_m(t_p) \phi_m(x_i) \quad (3)$$

ここで,

$$a_m(t_p) = \langle h'(x_i, t_p) | \phi_m(x_i) \rangle / \langle \phi_m(x_i) | \phi_m(x_i) \rangle \quad (4)$$

はモード m の係数(振幅), h'_m はモード m の変動成分,

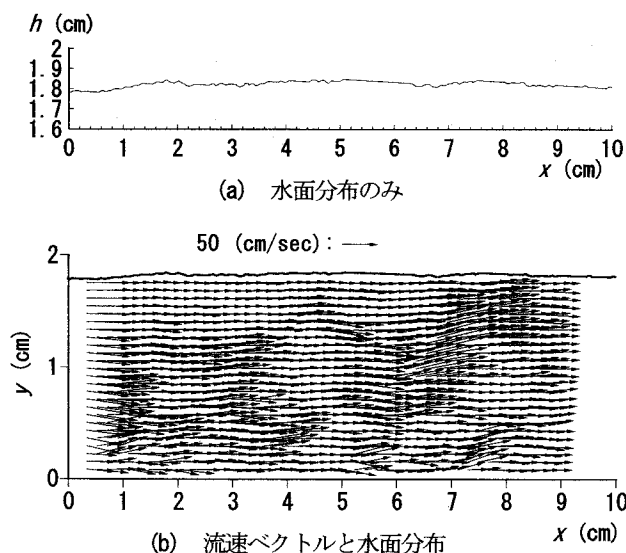


図-2 瞬時の流速ベクトルと水面分布の例
(Case 4 : $Fr=1.23$)

である。固有値 λ_m はモード m における h'_m の変動強度の2乗に対応しており、各モード n における寄与率 c_n の1~ m 次までの累積寄与率 C_m は次式で与えられる。

$$C_m = \sum_{n=1}^m c_n = \sum_{n=1}^m \frac{\lambda_n}{\sum_{l=1}^N \lambda_l} \quad (5)$$

(2) 空間相関解析

同時空間相関係数を用いることによって、水面の変動と内部の乱流構造との相互関係を調べる。本論文では、後述のように、式(4)から求められるモード m の変動成分 h'_m の振幅 a_m と、流速変動成分 u' , v' との相関を調べる。

変動成分 $f(t_p)$ と $g(x, y, t_p)$ との同時空間相関係数 $COR_{fg}(x, y)$ は次式で与えられる。

$$COR_{fg}(x, y) = \frac{\sum_{p=1}^M f(t_p) g(x, y, t_p)}{\left(\sum_{p=1}^M f(t_p)^2 \right)^{1/2} \cdot \left(\sum_{p=1}^M g(x, y, t_p)^2 \right)^{1/2}} \quad (6)$$

4. 結果と考察

(1) 流れ場の瞬間像および統計量

a) 瞬時の流速ベクトルおよび水面分布

図-2に瞬時の水面分布 h および流速ベクトル (u, v) の例 (Case 4 : $Fr=1.23$) を示す。図-2(a)での h は、流下方向にほぼ一定の値をとるが、波長が3~4cmの微小な凹凸が存在している。また、このCaseの平均水深 $H = 1.89$ cm (表-1参照) と比較すると、全体的に低い水位になっていることがわかる。一方、図-2(b)においては、 x

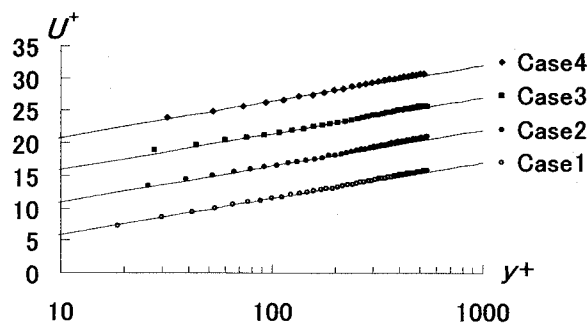


図-3 x 方向平均流速分布(実線は対数則分布であり、対数則との比較のために縦軸を調整している)

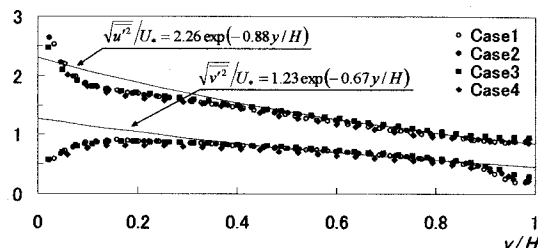


図-4 乱れ強度の鉛直分布(実線は禰津・中川⁸⁾による半理論曲線)

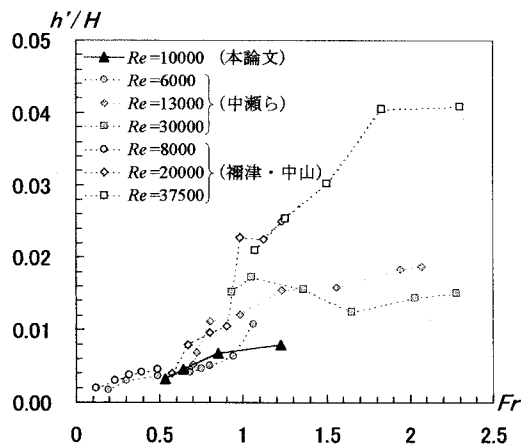


図-5 水面変動強度とフルード数の関係

は6~8cm, $y = 1 \sim 1.7$ cm付近で流速ベクトルが上方を向いており、その他の流体部分でもある程度の空間スケールをもって流速ベクトルが上下に変動している。

b) 平均流速分布および乱れ強度

図-3に平均流速 U^+ の鉛直分布を、図-4に x, y 方向の乱れ強度 $\sqrt{u'^2}/U_*$, $\sqrt{v'^2}/U_*$ を示す。 U^+ は図に併示した対数則分布とよく一致しており、 $Re_* = 500$ であるため水表面近傍ではwake領域が明確には存在しない。一方、 $\sqrt{u'^2}/U_*$, $\sqrt{v'^2}/U_*$ の分布は禰津らの半理論曲線⁸⁾ にほぼ一致しており、また、水面近傍における $\sqrt{v'^2}/U_*$ は水面の影響のために低減している。これらの結果はLDAによる既往の研究⁴⁾ とほぼ一致しており、同時画像計測による流速ベクトルの精度が検証されたと考える。

c) 水面変動強度

水面変動強度 $\sqrt{h'^2}/H$ とフルード数 Fr の関係を図-5に

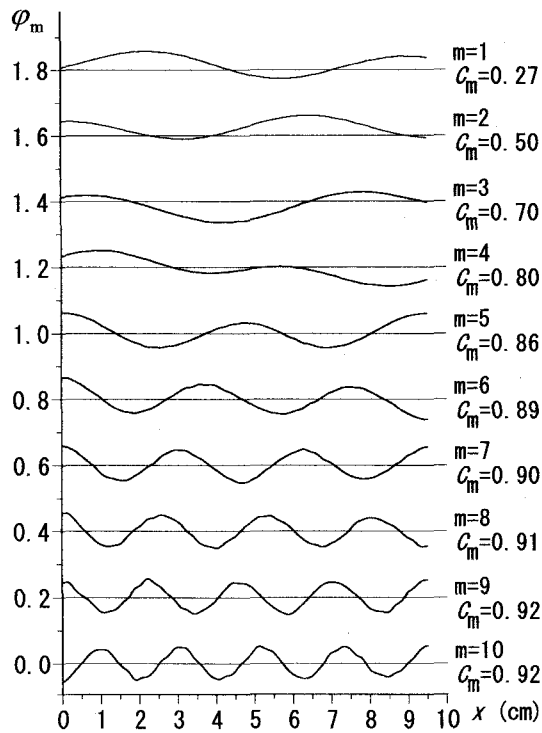


図-6 h' の固有ベクトル φ_m (縦軸を0.2ずつ移動させており、各モードでの横軸が実際には原点を通る)

示す。本画像計測での $\sqrt{h'^2}/H$ (Δ 印) は、 Fr に伴って増加しており、中瀬ら⁹⁾ の実験値と同一オーダーで同様の傾向を示す。しかしながら、瀬津・中山⁴⁾ により指摘された限界流付近における $\sqrt{h'^2}/H$ の急増は、本計測では得られていない。中瀬らの計測値でも限界流付近で急増現象を示さないケースもあり、水面の変動特性については流体内部の乱流構造と水面変動の相互関係を考慮した現象の整理が必要と思われる。

(2) 水面分布の変動特性

水面変動は様々な時空間スケールの乱流構造と関連すると考えられるため、水面変動と流速変動の相関解析を行う前に水面変動成分 $h'(x, t)$ のPOD解析を行い、 h' をモード分解することによって水面変動の主要パターンを検出した。

図-6に、式(1)を解くことによって得られた、Case 1 ($Fr = 0.53$) における水面変動 h' の固有ベクトル φ_m を示す。各図の右側にはモード m の累積寄与率 C_m を併記しており、 $m=7$ までで全変動強度の約90%が再現されることがわかる。 φ_m により示される主要な水面変動パターンは正弦波形に近似しており、モード次数 m とともにその波数が増加している。この正弦波形の分布 φ_m はさらに高次モードでも続いて現れていた。このことは、Case 1 ($Fr = 0.53$) において、水面変動の空間分布がこれら正弦波の重ね合わせによってほぼ再現されることを示している。

図-7に各Caseにおける一次モードの固有ベクトル φ_1

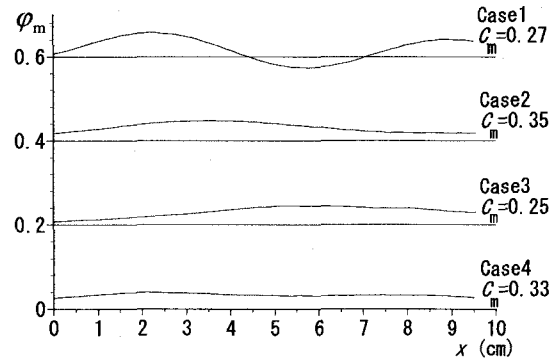


図-7 一次モードの固有ベクトル φ_1 (縦軸を0.2ずつ移動させており、各モードでの横軸が実際には原点を通る)

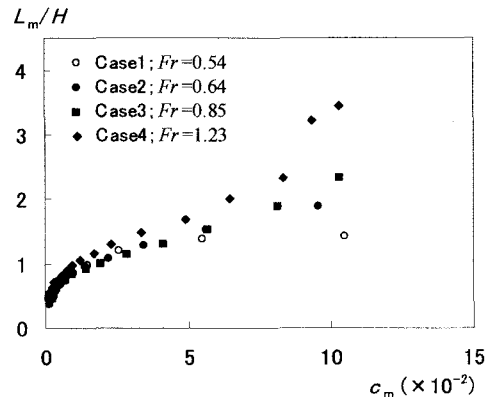


図-8 無次元波長と寄与率の関係

を示す。 φ_m の分布は、 Fr 数の増加に伴って正弦波形状からほぼ一定の値をとる分布へと変化する。このことは、 Fr 数が1.0を越えて射流になると、流下方向鉛直断面内の流れ場全体で上下に変動する成分が卓越することであることを表している。なお、 $m = 2, 3$ 次以降の高次モードでは、Case 2~4においても、得られる φ_m の分布傾向はCase1と同じであり、正弦波形状の固有ベクトルが得られる。

次に、正弦波形状の分布を示している固有ベクトル φ_m について、対応する波長 L_m を算出した。図-8は各モード m での無次元波長 L_m/H と寄与率 c_m の関係である。 c_m は、3. (1) で説明したように、水面変動の大きさの二乗 $\overline{h'^2}$ に対するモード m の $\overline{h'^2_m}$ の相対的な割合を表している。 L_m/H と c_m との間には強い正の相関があり、変動強度の大きい φ_m は波長が大きいことがわかる。また、特に、 $L_m/H < 2.0$ においては、 L_m/H と c_m の間の関係に Fr の依存性があまり認められない。このことは、平均水深 H の2倍程度以下の空間スケールをもつ水面変動の主成分 φ_m は、 Fr に関係なく、全変動強度に対してほぼ同じ割合となることを示している。一方、 $L_m/H > 2.0$ においては、 Fr が大きくなるに伴って同一の c_m に対する無次元波長 L_m/H の値が大きくなっており、水面変動成分 h' に対する Fr の依存性は、流下方向の空間スケールがおよそ $2H$ 以上の変動成分が受けもつことがわかる。

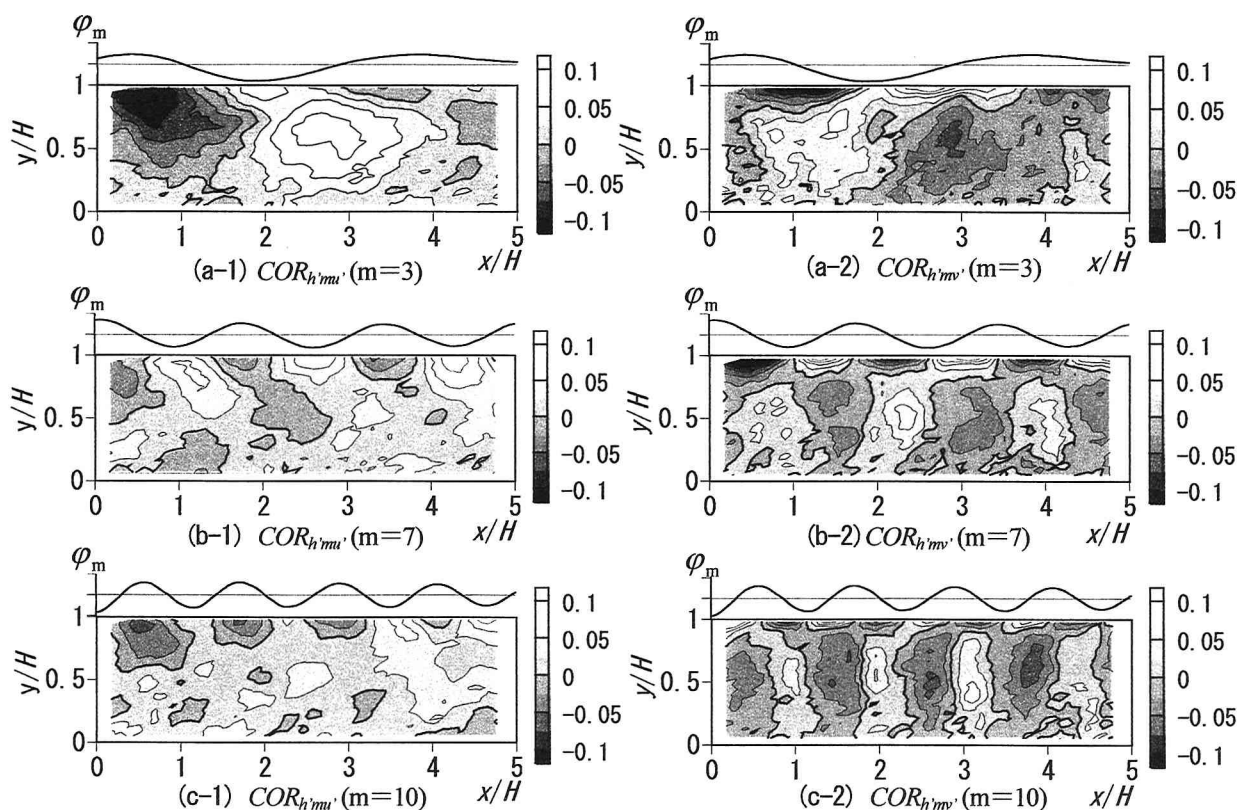


図-9 モード m の変動成分 h'_m と流速変動 u' , v' の同時空間相関分布(モード $m=3,7,10$, Case4, $Fr=1.23$, 各図の上部に固有ベクトル ϕ_m の分布形状を併示)

(3) 水面変動と乱れの相互相関関係

次に、水面の変動と内部の乱流構造との相互関連性を調べるために、空間相関係数(式(6))を算出した。ここでは、ある一点における水面変動 h' と流速変動成分 u' , v' との同時空間相関係数では両者の間に明確な相関構造が検出されなかったため、以下のように条件付の空間相関解析を行った。すなわち、水面変動成分 $h'(x, t)$ が固有ベクトル ϕ_m の重ね合わせ(式(3)参照)として分解されていることを利用して、モード m の変動成分 h'_m の振幅 a_m と u' , v' との同時空間相関係数 $COR_{h'mu'}$, $COR_{h'mv'}$ を算出した。

図-9に、Case 4($Fr = 1.23$)において、固有ベクトル ϕ_m の分布が正弦波形状となるモードでの結果の例を示す(モード $m=3, 7, 10$)。 $COR_{h'mu'}$, $COR_{h'mv'}$ の分布は、水面近傍のおよそ $y/H > 0.8$ とそれより下方の流れの中央部において正・負の相関の領域が流下方向に交互に連なっており(特に、 $COR_{h'mv'}$ で明確)、それらの流下方向の空間スケールは ϕ_m の波長 L_m と同一である。これより、水面から下方を見た場合の内部の乱流構造は、水面近傍で厚さ $\delta = 0.2H$ 程度の水面変動の影響が顕著な層(水面影響層)と、流れ中央の大規模な乱流構造の層とに分けることができ、水面変動 h'_m もしくは水面影響層と内部の大規模乱流構造との間には同一空間スケールをもつ明確な相関関係があることが確認される。また、この層厚 δ は、瀬

津・中山⁹⁾によって指摘された乱れの構造が顕著に変化する水面領域とほぼ同じである。さらに、 $COR_{h'mv'}$ の分布において ϕ_m の一波長に着目すると、水面影響層の上部では、 ϕ_m が波底から波頂に向かう部分で正の相関が、波頂から波底の部分では負の相関が顕著に表れている。このことより、水面影響層上部では水面形状に沿った流れになっていると推察され、Shenら⁹⁾の指摘したblockage layerに対応していると考えられる。一方、対応する流れの中央部での大規模乱流構造に関しては、 ϕ_m の波底→波頂・波頂→波底の位置で負・正の相関となっており、このことから水面変動と大規模乱流構造との間に明確な相関構造が存在することがわかる。さらに、この水面変動→大規模乱流の相関構造は、ある程度大きい c_m で正弦波形状となる ϕ_m のモードでは Fr に依存せずに同じ構造となっていた。

一方、 $Fr > 1.0$ の射流となる流れでは、図-7に示したように流れ場全体で上下に変動する成分が最も卓越するようになるが、この場合、空間相関 $COR_{h'mu'}$, $COR_{h'mv'}$ を算出しても上述のような明確な構造は見出せなかった。このことは、本論文での計測範囲(流下方向に約10cmの鉛直断面)における流れ場の情報のみでは、このモードの水面変動と内部の乱れの関連性が検出されないことを意味する。今後、本計測断面に直交する水路横断方向断面やより長い流下方向スケールでの断面において、両者の関連性を検討する必要があると考える。

(4) 水面変動の流下方向空間スペクトル

これまでの議論を踏まえて、ここでは、水面変動の流下方向スペクトルについて考察を加える。

4. (2) での水面変動のPOD解析は、得られた固有ベクトル ϕ_m のほとんどが波長 L_m をもつ正弦波形状の分布をなすことから、水面変動のスペクトル解析と同等になる。この場合、得られた寄与率 c_m は波数 $k_{hx} = 2\pi/L_m$ におけるスペクトル値に対応することになる。一方、4. (3) では、それら水面変動 h'_m と内部の乱流構造との間には同一空間スケール L_m をもつ明確な相関関係があることが明らかになった。

従って、波長 L_m をもつ乱れの成分 u'_{Lm} による変動圧力 p'_{Lm} が同一波長 L_m をもつ水面変動 h'_m を引き起こしていると仮定すると、波数空間 k_{hx} において $\rho u'_{Lm}^2 \sim p'_{Lm} \sim \rho g h'_m$ が同一の変化特性を示すものと推察される。そこで、乱流のスペクトルが $-5/3$ 乗則に従うとすると、水面変動 h' の流下方向スペクトル(ここでは寄与率 c_m と同等)は波数の $-10/3$ 乗に従うと考えられる。

図-10は、以上の考察により図-8の両軸を変更し、水面変動の流下方向スペクトルとして再描画したものである。これらより、各Caseにおいて、流下方向スペクトルの傾きが $-10/3$ に従う領域が存在することがわかる。また、 Fr の増加に伴ってその領域は大きくなっている。このことは以下のように説明されると考えられる。すなわち、本論文では Re を一定に保っており、 $Fr_* = u_* / (gH)^{1/2}$ と Fr は比例関係になる。このとき、 Fr_* の分子は水面を変形させる機動力を表し、分母は重力による復元力を表すものと考えられる。従って、 Fr もしくは Fr_* が大きくなるに伴って水面を変形させる乱れの効果が相対的に大きくなり、 $-10/3$ 乗に従う領域が拡大されるものと考えられる。

5. 結 論

開水路流れにおいて、 $Re_* = 500$ 、 $Fr = 0.53 \sim 1.23$ の水利条件で実験を行い、同時画像計測法により瞬時の水面分布と流速ベクトルを測定した。得られた計測値にPOD解析と空間相関解析を適用することにより、水面変動と乱流構造の相互関連性を検討した。得られた結果をまとめると、以下のようである。

(1) POD解析により水面変動の主要成分を抽出した結果、それらの大部分は流下方向波長 L_m をもつ正弦波形状の分布となった。水面変動に対する Fr の依存性は L_m が平均水深 H の2倍より大きいスケールの主要成分に顕著に表れており、 $Fr > 1.0$ では流下方向鉛直断面内の流れ場全体で上下に変動する成分が卓越するようになる。

(2) (1)の正弦波形状を呈する主要成分の振幅と内部の乱れとの空間相関解析により次のことがわかった：①水面近傍で $0.2H$ 程度の厚さをもつ水面変動の影響が顕著な

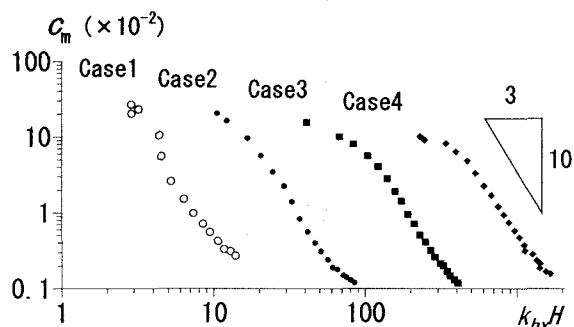


図-10 水面変動の流下方向空間スペクトル(Case1を基準にして横軸を $\times 5$ ずつ移動させている。)

層が存在し、その層の上部では水面変動の形状に沿った流れの存在が示唆されること、②流下方向に同一空間スケールをもつ水面変動成分と流体内部の大規模乱流構造との間には明確な相関関係があること。

(3) 水面変動の流下方向空間スペクトルについて考察した結果、波数の $-10/3$ 乗に従う領域が存在すること、および、その領域は Fr の増加に伴って大きくなることがわかった。

謝辞：本研究の一部は平成14年度科学研究費補助金、基盤研究(B)(1)(代表：道奥康治、課題番号：14350268)の援助を受けた。実験を遂行するにあたり、神戸大学四年生畑 洋輔氏の協力を得た。以上、記して謝意を表します。

参考文献

- 1) 宮本仁志, 神田 徹, 大江和正: 画像解析による水面変動・流速の同時計測法と開水路凹部流れへの適用, 水工学論文集, 第45巻, pp.511-516, 2001.
- 2) 下山顕治, 神田 徹, 宮本仁志, 大江和正: 画像処理による水面形計測法の精度検討, 第56回土木学会年次学術講演会講演概要, II-159, pp.318-319, 2001.
- 3) Berkooz G., Holmes P. and Lumley J. L.: The proper orthogonal decomposition in the analysis of turbulent flows, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, Vol.25, pp.539-575, 1993.
- 4) 瀬津家久, 中山忠暢: 自由水面近傍の乱流構造と水面変動との関連性に関する研究, 土木学会論文集, No.593/II-43, pp.69-78, 1998.
- 5) 瀬津家久, 中山忠暢: 自由水面近傍における組織渦の時空間相関構造に関する研究, 土木学会論文集, No.586/II-42, pp.51-60, 1998.
- 6) Shen, L., Zhang, X., Yue, D.K.P., Triantafyllou, G.S.: The surface layer for free-surface turbulent flow, *J. Fluid Mech.*, Vol.386, pp.167-212, 1999.
- 7) 横嶋 哲, 中山昭彦: 水面変動を伴う開水路乱流の直接数値シミュレーション, 土木学会論文集, No.712/II-60, pp.57-72, 2002.
- 8) Nezu, I. and Nakagawa, H.: *Turbulence in open-channel flows*, IAHR-Monograph, A. A. Balkema, Rotterdam, 1993.
- 9) 中瀬幸典, 横嶋 哲, 中山昭彦, 藤田一郎: 超音波変位計およびレーザー変位計による開水路乱流の水面変動計測, 日本流体力学会年次大会2000講演論文集, pp.243-244, 2000.

(2002. 9. 30受付)