

# 地下水流動に対するモデル誤差の 地盤統計学的改善策と最適モデルの選択法

## GEOSTATISTICAL IMPROVEMENT OF IMPERFECT MODELING FOR GROUNDWATER FLOW AND SELECTION METHOD OF BEST MODELING

浜口 俊雄<sup>1</sup>  
Toshio HAMAGUCHI

<sup>1</sup>正会員 農博 京都大学防災研究所 (〒611-0011 宇治市五ヶ庄)

The purpose of the present paper is to propose a new approach to the problem of identifying a model structure of groundwater flow with modeling errors to be complemented on the basis of groundwater hydraulics and geostatistical theory. The optimal parameters are identified to be in best agreement between the calculated and observed hydraulic heads. The head residual by all means causes a modeling error in computed parameters because the conventional groundwater model in use is of the physically based, deterministic type. An universal and new strategy to complement all errors at the observed points is now needed. The strategy also should take the spatio-temporal estimates of the errors at the rest of the given points. This paper theoretically describes a new approach and demonstrates its effectiveness in dealing with numerical studies in a hypothetical aquifer. Finally, a mathematical procedure to select the best model subsequent to improvement of fitting imperfection is used, and its validation is then discussed.

**Key Words :** groundwater flow, geostatistics, improvement, modeling error, model selection

### 1. 序論

実際の物理現象に対して, 決定論的な物理モデルを用いて把握しようとした場合, そこには大なり小なり不確定的誤差が生じる。この誤差は, 例えばモデル構造やそれに関連した諸項目 (物性分布, 物性の方向性, 境界条件, 初期条件など) に含まれる不確定量により発生しやすい。不確定的誤差は実現象の機構を捉えるモデル化の産物であり, 文字通り不確かな素因が強い。故に, モデルで考察する場合, 再現値 (モデル解析値) が真値 (観測/計測値とほぼ等価) に対して或る程度の誤差範囲にあって挙動傾向が合致していればモデルに再現性があると見なし, 妥当性を伺い知ることができる。さらにその再現計算の精度向上を試みる際, モデル構造の単純化が施されていたり, モデル完成度が不十分である等といった場合であれば, 適正に同定したモデルパラメータを使用するなどキャリブレーションを行って, その誤差を小さくすることも可能であるが, そこを重要視したところで小さくするには限界があり, 所望の誤差範囲に収まらないこともある。こうしたモデルは, 大まかに現象把握する解析への適用には支障なくとも, 細部までの再現解析には適切なものとなり得ない。そこで本研究では, 様々な不確定的な再現誤差を地盤統計的に評価することで統計モデル化した後, それと物理モデルとを複合化して新たなモデルを構築することで,

モデル再現値を改善していくことを目的とする。ここでは, 地下水流動を対象として, モデル誤差を補完する物理・統計複合モデルを提案し, そのモデルの導入効果を検討するとともに, 複数のモデル候補から最適なモデルを客観的かつ合理的に選択する方法を紹介する。

### 2. 空間不確定量

#### (1) システム誤差

解析時に生じる誤差は

- [a] 現象モデル化誤差 … 理論/経験に基づく決定論的モデルと真の構造との差異に当たる誤差。
- [b] 数値モデル化誤差 … モデルの離散的処理や物性分布の離散化・区域化 (zoning) など, 数値モデル化で生じる誤差。
- [c] モデル既定条件誤差 … 既定条件 (境界条件・初期条件) の設定と真の構造との差異に当たる誤差。
- [d] システム処理誤差 … 線形近似・有効桁数などによる数値の打ち切り/丸めといった数値処理で生じる誤差や繰返し収束計算などのアルゴリズム処理に起因した計算構造システムで生じる誤差。

に挙げた4つに大別できる<sup>1)</sup>。物理モデルに対する解析機構が数値計算システムとして扱われるのであれば, 上記の4つの誤差を総称して「システム誤差」と呼び, 本稿では $\eta(z, t)$ と表記する。ただし,  $z$ は空間座標,  $t$ は

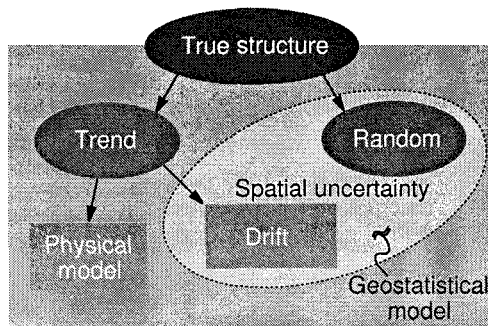


図-1 解析モデルと空間不確定量

時間を表す。

こうした再現計算時に現れる $\eta(z, t)$ は時空間的に不確定的なため、「時空間不確定量」とも呼ばれる。 $\eta(z, t)$ は、名称の如く不確定的産物であるが故に、純粋な物理的アプローチからのモデル化は難しい。よって、この不確定量をモデル評価する場合は統計的アプローチによるモデル化が最善と考えられる。ただし $\eta(z, t)$ は、上述の項目[a]~[d]を見てもわかるとおり、全くランダムな格好でなく、時間や空間が関わる物理過程のモデル化が引き金となって発生しているので、時空間を考慮した統計的アプローチが適切と考えられる。そこで、本研究では地盤統計学的方法<sup>2)</sup>の採用を提唱する。ところで、項目[d]を除くシステム誤差を「モデル誤差」と称するが、以降は、特にモデル誤差に着目して統計モデル評価の検討を進める。

## (2) 空間不確定的偏りの導入

真値 $\phi(z, t)$ をトレンド成分 $m(z, t)$ とランダム成分 $w(z, t)$ に分解して考えると、

$$\phi(z, t) = m(z, t) + w(z, t) \quad (1)$$

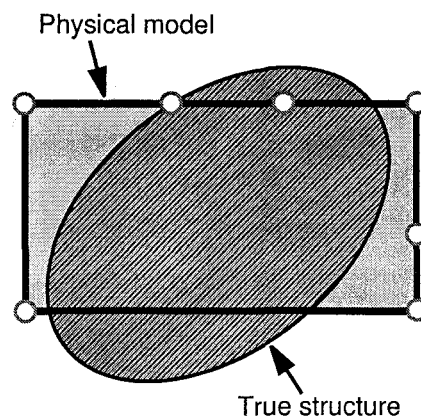
となる。いま空間不確定量 $\eta(z, t)$ ならびに上記 $w(z, t)$ が時間に独立であると仮定することで、各々の表記を $\eta(z)$ と $w(z)$ に改める。ところで真値 $\phi(z, t)$ は、決定論的モデル解析解である時空間確定値 $f(z, t)$ と空間不確定量 $\eta(z)$ との和でもあるから、

$$\phi(z, t) = f(z, t) + \eta(z) \quad (2)$$

と書ける。そこで $f(z, t)$ 、 $\eta(z)$ 、 $m(z, t)$ 、 $w(z)$ の関係を考えてみる。決定論的な解析モデルが単独で真のトレンド構造を網羅しているような状況は稀であり、解析モデルと真のトレンド構造は異なると考えておけば一般性を失わない。したがって $f(z, t)$ と $m(z, t)$ が等しくないと見なして考える。裏を返せば、式(1)、(2)からシステム誤差 $\eta(z)$ とランダム成分 $w(z)$ の関係も一般的に等価ではないと考えることになる。そこで筆者は $\eta(z)$ に空間不確定的偏りとも呼ぶべき定数成分 $\hat{b}$ の存在を考え、 $\eta(z)$ をその定数 $\hat{b}$ と時間に依存しないランダム成分 $w(z)$ の和で構成させた結果、

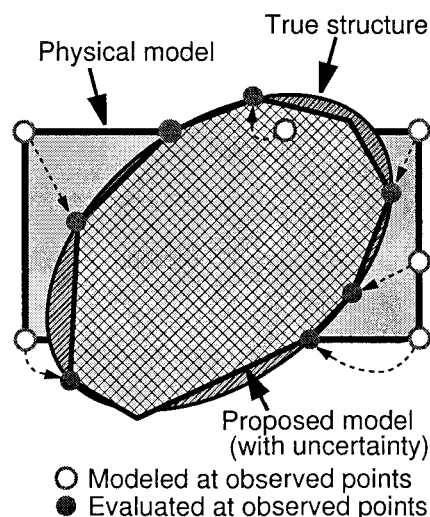
$$\eta(z) = \hat{b} + w(z) \quad (3)$$

を得る。この $\hat{b}$ は空間不確定量の一部であるがランダム成分ではなく、むしろ全体における不確定的定数傾向



○ Modeled at observed points

図-2 物理現象のモデル化



○ Modeled at observed points  
● Evaluated at observed points

図-3 空間不確定量を加味したモデル化

を表すものとなっている。したがって、 $m(z, t)$ は

$$m(z, t) = f(z, t) + \hat{b} \quad (4)$$

という式を満たすものであると解釈できる。

## (3) 空間不確定量の評価

$\eta(z)$ が物理過程のモデル化に起因して発生した空間不確定量（システム誤差）であるので、これを地盤統計モデル<sup>3)</sup>によって評価することを提案する。以上の概念を表した模式図が図-1である。その外枠が本提案の物理・統計複合モデルとなっている。なお $\hat{b}$ は地盤統計学の分野で言う「ドリフト」に相当するものと見なせる。

本提案モデルの概念を図-2と図-3に示す。図-2は、真の構造（丸みを帯びた図形）と、真の挙動再現を目的として当てはめた物理モデル（四角形）の関係を簡潔に描いたものである。○印は観測点上のモデル解析解（再現値）を表している。与えた物理モデルでモデル誤差最小となった最善のモデル状態が同図の四角形であるとおく。本研究は図-3に示す提案モデル（多角形）を導入することで、真の構造にもっと近づくように誤差を埋めることを提唱するものである。ここに、●印は観測点上の提案モデル値である。図にあるように全観測点上のモデル解析解は真値を再現できるようになるため、物

理モデルのみの場合よりも地盤統計モデルを加味した分だけ残差が小さくなっていくと期待できる。

地盤統計モデルによる $\eta(z)$ のkriging推定の手順と式導出に関する詳細は参考文献4)を参照されたい。同文献の結果を本論文に適用するため、トレンド成分の多項式を定数のみで扱う点に留意すると以下の様になる。

$$\eta(z) = \hat{b} + k(z)^T K^{-1} \hat{w} \quad (5)$$

ただし、

$$\hat{b} = \frac{\alpha^T K^{-1} \phi}{\alpha^T K^{-1} \alpha} \quad (6)$$

$$\hat{w} = \phi - \alpha \frac{\alpha^T K^{-1} \phi}{\alpha^T K^{-1} \alpha} \quad (7)$$

である。ここに、観測数を $n$ 個として、 $\alpha$ ：成分が全て1の定数ベクトル $[n \times 1]$ 、 $\phi$ ：観測値ベクトル $[n \times 1]$ 、 $k(z)$ ：求める推定点 $z$ と各観測点間の共分散ベクトル $[n \times 1]$ 、 $K$ ：各観測点間の $w(z)$ の共分散行列 $[n \times n]$ である。本研究では $w(z)$ の共分散関数 $C(d)$ として、一次元球状型関数である

$$C(d) = \begin{cases} \sigma^2 \left\{ 1 - 1.5 \left( \frac{d_1}{a_1} \right) + 0.5 \left( \frac{d_1}{a_1} \right)^3 \right\} & (0 \leq d_1 \leq a_1) \\ 0 & (d_1 > a_1) \end{cases} \quad (8a)$$

$$(8b)$$

を採用している。以上をまとめると、推定値 $\phi^*(z, t)$ は

$$\phi^*(z, t) = f(z, t) + \hat{b} + k(z)^T K^{-1} \hat{w} \quad (9)$$

のように求まる。

### 3. 地下水解析への応用

#### (1) 数値実験場

本研究では図-4のような仮想の不圧帯水層を想定した。この帯水層の不透水基盤面は、流れ断面が谷状になっており、流下方向に一定傾斜している。図中の○印は水位観測位置(9点)、●印は水位境界(5点)、□印は揚水位置(3点)である。また図の左端(地下水集水域)と上方(地表面)から地下水涵養があるものと設定して、有限要素法(FEM)を用いた非定常平面地下水モデルの数値実験を試みた。同モデルの基礎方程式は

$$\lambda \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ k(h-s) \frac{\partial h}{\partial x} \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ k(h-s) \frac{\partial h}{\partial y} \right\} + \varepsilon \quad (10)$$

で表される。ここに $\lambda$ 、 $h$ 、 $k$ 、 $s$ 、 $\varepsilon$ は順に有効間隙率、地下水位、透水係数、基盤高、地下水涵養量を表す。なお、当実験では全域で $\lambda=0.1$ かつ等方性を想定する。実験では区域分けされた透水係数分布を複数ケース想定し、その透水係数分布同定後のモデル解析で得られた地下水位解と観測値との残差から地盤統計学的に水位の空間不確定量を評価し、それをモデル解析解に補完して得られる水位解の算出を目的とする。ただし、観測値とは真のモデルを順解析で予め算出しておいた模擬観測値を指す。ここでは透水係数分布に関するシステム誤差(モデル誤差)に言及する。

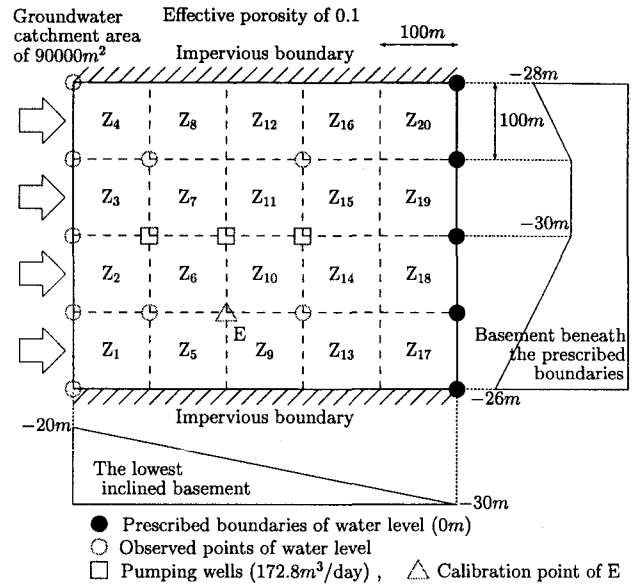


図-4 仮想帯水層

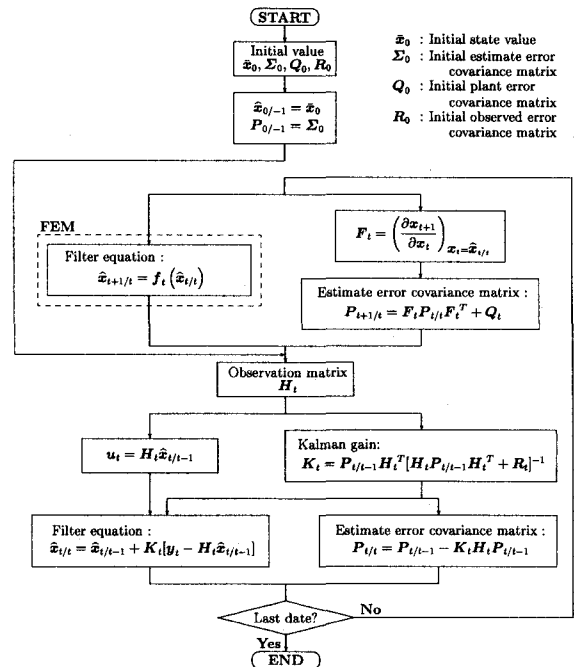


図-5 拡張 Kalman フィルタ有限要素法のアルゴリズム

#### (2) 地下水モデルパラメータの最適化手法

決定論的モデルを最適化するため、そのモデルパラメータ(透水係数)の最尤同定値が必要と思われる。本稿の場合、空間不確定量を取り除いた状態でモデルパラメータを求めねばならないという問題がある。そこで、逆解析手法には拡張 Kalman フィルタ有限要素法<sup>5),6)</sup>を採用する。同手法はシステム誤差 $w(z)$ をフィルタしながら、観測値を使ってパラメータを同定する処理機構であるため、空間不確定量を評価した本提案モデルに対する逆解析としては極めて理に適った方策である。同手法のアルゴリズムを図-5に示す。いま状態変数 $x_t$ を式(11)のように与える。

$$x_t = \begin{Bmatrix} h_t^1 \\ L_t \end{Bmatrix} \quad (11)$$

|       |                               |                               |                                |                                |                                |
|-------|-------------------------------|-------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|
| Exact | 215.3322<br>(Z <sub>4</sub> ) | 255.5558<br>(Z <sub>6</sub> ) | 321.1791<br>(Z <sub>12</sub> ) | 400.0000<br>(Z <sub>16</sub> ) | 383.3276<br>(Z <sub>20</sub> ) |
|       | 173.9983<br>(Z <sub>3</sub> ) | 200.0000<br>(Z <sub>7</sub> ) | 272.5400<br>(Z <sub>11</sub> ) | 329.4123<br>(Z <sub>15</sub> ) | 346.6049<br>(Z <sub>19</sub> ) |
|       | 136.6654<br>(Z <sub>2</sub> ) | 171.4817<br>(Z <sub>5</sub> ) | 226.1393<br>(Z <sub>10</sub> ) | 273.9904<br>(Z <sub>14</sub> ) | 300.0000<br>(Z <sub>18</sub> ) |
|       | 100.0000<br>(Z <sub>1</sub> ) | 146.4934<br>(Z <sub>8</sub> ) | 194.3980<br>(Z <sub>9</sub> )  | 235.9593<br>(Z <sub>13</sub> ) | 265.2360<br>(Z <sub>17</sub> ) |

Unit: m/day

図-6 透水係数空間分布設定

|        |                                                                                  |                                                                                                                          |
|--------|----------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Case 1 | 221.5426<br>(Z <sub>1</sub> ~Z <sub>20</sub> )                                   |                                                                                                                          |
| Case 2 | 154.8059<br>(Z <sub>1</sub> ~Z <sub>8</sub> )                                    | 335.7763<br>(Z <sub>9</sub> ~Z <sub>20</sub> )                                                                           |
| Case 3 | 206.6947<br>(Z <sub>3</sub> , Z <sub>4</sub> , Z <sub>7</sub> , Z <sub>8</sub> ) | 354.0413<br>(Z <sub>11</sub> , Z <sub>12</sub> , Z <sub>15</sub> , Z <sub>16</sub> , Z <sub>19</sub> , Z <sub>20</sub> ) |
|        | 118.2425<br>(Z <sub>1</sub> , Z <sub>2</sub> , Z <sub>5</sub> , Z <sub>6</sub> ) | 293.4447<br>(Z <sub>9</sub> , Z <sub>10</sub> , Z <sub>13</sub> , Z <sub>14</sub> , Z <sub>17</sub> , Z <sub>18</sub> )  |
| Case 4 | 219.3408                                                                         | 263.1140                                                                                                                 |
|        | 168.8113                                                                         | 224.7142                                                                                                                 |
|        | 135.8332                                                                         | 185.8441                                                                                                                 |
|        | 101.7502                                                                         | 144.2885                                                                                                                 |
|        | 289.9044                                                                         | 382.6352                                                                                                                 |
|        | 254.9413                                                                         | 348.1349                                                                                                                 |
|        | 215.4022                                                                         | 273.9089                                                                                                                 |
|        | 180.1621                                                                         | 237.3977                                                                                                                 |
|        | 380.4207                                                                         | 352.3683                                                                                                                 |
|        | 295.5448                                                                         | 260.8399                                                                                                                 |

Unit: m/day

図-7 区域化別の透水係数同定結果

ここに、 $h_t^1$  は未知水位量、 $L_t (= \log k_t)$  は常用対数透水係数量を表す。

### (3) 数値実験における透水係数分布

まず真の地下水挙動を得るための地下水モデルに諸元を設定し、これに対して順解析を行って図-4で示した9点の観測点での模擬観測値を作成した。実際の透水係数分布は空間的に複雑な様相を呈していると思われるが、解析モデルの各要素では要素内平均透水量から得られる等価透水係数として表現されるため、ここで用いた透水係数の空間分布は簡略的に表す図-6の様に設定している。

次に、数値実験に用いるためのモデルの透水係数分布の空間構造を定める。空間的に離散化された地下水モデル解析時には、通常、観測データに基づいて同一な透水係数の空間分布を要素単位で組み合わせて区域化し、それらの各値とともに試行錯誤的に推定するものである。そこで本研究は、最適な区域化の決定と各区域の等価透水係数の同定を客観的に行いつつ、更に、解析時に生じるモデル誤差を出来る限り推定的に埋めて真に近づける手法の考案を目的としており、その効果を数値実験で検証する。

本実験のモデル透水係数分布は、予め設定した真の透水係数分布に対し、下記の4つの場合を想定する。

ケース1：全域 {Z<sub>1</sub>~Z<sub>20</sub>} が均一区域の分布

ケース2：上流域 {Z<sub>1</sub>~Z<sub>8</sub>} と下流域 {Z<sub>9</sub>~Z<sub>20</sub>} が各々均一区域の分布

ケース3：4流域 {Z<sub>1</sub>, Z<sub>2</sub>, Z<sub>5</sub>, Z<sub>6</sub>}、{Z<sub>3</sub>, Z<sub>4</sub>, Z<sub>7</sub>, Z<sub>8</sub>}、{Z<sub>9</sub>, Z<sub>10</sub>, Z<sub>13</sub>, Z<sub>14</sub>, Z<sub>17</sub>, Z<sub>18</sub>}、{Z<sub>11</sub>, Z<sub>12</sub>, Z<sub>15</sub>, Z<sub>16</sub>, Z<sub>19</sub>, Z<sub>20</sub>} が個々に均一区域の分布

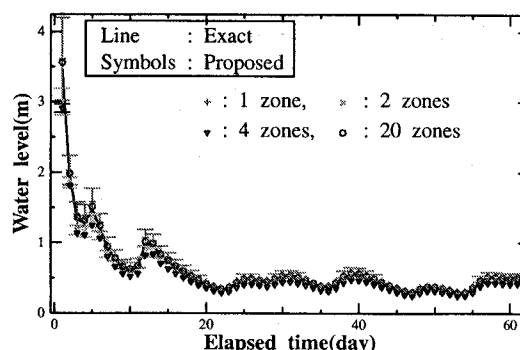


図-8 ケース1におけるE点での推定誤差範囲

ケース4：Z<sub>1</sub>~Z<sub>20</sub> の各要素毎に異なる分布 (真の分布に同じ)

図-7は4パターンの区域化設定ならびに各区域での等価透水係数の最尤同定結果を簡略に示している。ただし、同図に描かれた分布は図-4や図-6と方向等が対応しているものとする。また、その透水係数同定計算には前節に記載の逆解析手法を用いている。これらの結果から各ケース毎のモデル解析解(水位)を算出し、その後、各ケース毎の空間不確定量を地盤統計学的に評価して観測点での任意時刻の水位残差が0になる推定を行った。上記手法によって、観測点以外の各節の誤差もモデル解析解に比べて小さくなると期待される。モデル誤差を空間補完する本手法に基づいて再現推定した水位を各ケース毎に各点で検証した。その結果、どの節点においてもほぼ同様の傾向を示したため、本稿では検証の代表点として図-4の△印のE点に着目することとした。その点における水位変動と推定誤差範囲を図-8に示す。ここに、実線は真の変動、+、×、▽、○印はそれぞれケース1~4での本提案手法の解を表し、エラーバーは取り得る推定誤差範囲を示す。ただし、誤差範囲があまりに小さくて諸記号と重なる程度である区間については高々諸記号の大きさ程度の範囲であると見なして十分であるので、考察に支障がないとの判断から見やすさを優先して略記している。同図から、全結果で狭い推定誤差範囲に真値が含まれていることから高精度に推定できていることが分かる。

ところでケース3,4の提案モデルでは、ケース1,2に比べて推定誤差範囲および誤差補完量が1~2桁小さいため、その補完量の全ケース同時比較は難しい。本稿では考察しやすいケース1,2におけるモデル解析解と提案モデル解を取り上げ、図-9に表す。ここに、実線は真の変動、+、×、▽、○印は順にケース1,2のモデル解析解とケース1,2の提案手法解を表す。この図では+と▽、×と○という記号間の差異が各ケースの誤差補完量を示しているが、任意の時間においても、+印の方が▽印よりも、また、○印の方が×印よりもそれぞれ実線(真値)に近いことが見て取れる。これは決定論的モデルによる解析解に空間不確定量を評価し加味することで再現性の精度が向上していると言え、モデル誤

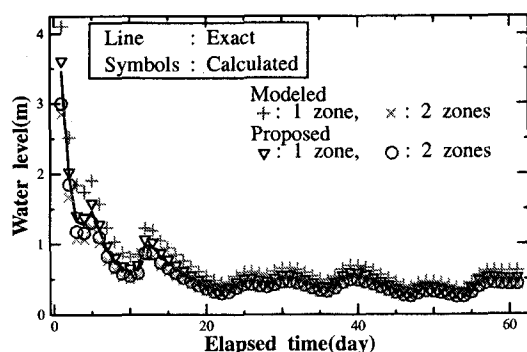


図-9 ケース1におけるE点での水位変動

差を空間補完した効果の程が伺える。特にモデル誤差の大きなケース1の方が顕著に現れている。また、提案手法解の残差に関しても、モデル解析解の残差とは違い、ケース1,2ともほぼ同程度まで改善されていることがわかる。以上の実験から、本提案手法によるモデル誤差の空間補完能力の高さと有効性が確認できる。

#### (4) 空間不確定的偏りの導入効果

いま、本提案手法においてトレンド構造にも不確定要素を考慮すべく導入した空間不確定的偏り $\hat{b}$ の効果について検証してみる。

筆者は、空間不確定量であるモデル誤差のトレンド成分に対するランダム成分に関して変動係数 $\delta_t$ によって考察することとした。相対的なばらつきの指標を表す変動係数は

$$\delta_t = \frac{\sigma_t}{\hat{b}} \quad (12)$$

で与えられる。ここに $\sigma_t$ はランダム成分 $w(z)$ の標準偏差である。 $\delta_t$ は変動の相対的比較が可能であるが、

- $\hat{b}$ が0を取り得る可能性のあること
- 注目すべき $\hat{b}$ が $\delta_t$ の分母にあるために $\hat{b}$ の変動傾向と $\delta_t$ の変動傾向が逆に現れること
- 上述が相まった結果、 $\hat{b}$ が0に近づくにつれて $\delta_t$ が極端に大きくなるため、0付近の $\hat{b}$ における $\delta_t$ を他と比較するには不向きであること

といった理由から、考察には本検証に都合のよい $\delta_t$ の逆数を考えることとした。またその際 $\hat{b}$ の符号は定められないため、その絶対値を考える。よって、

$$\frac{1}{|\delta_t|} = \frac{|\hat{b}|}{\sigma_t} \quad (13)$$

の値を、空間不確定的偏り $\hat{b}$ の導入効果の相対的評価値とする。この値は先程とは逆で、 $\hat{b}$ が分子にあるので、値が大きい程 $\hat{b}$ への依存度が高い状態であると言える。

ケース1~4における $1/|\delta_t|$ の変遷を図-10に示す。ここに+, x, ▽, ○印の付随する4本の実線はそれぞれ順にケース1~4に該当する。 $1/|\delta_t|$ の相対的に大きな値の時間区間は $\hat{b}$ の導入効果が大きく出ており、相対的に小さな値の時間区間は $\hat{b}$ の導入効果が小さく出ていることを踏まえて同図を見ると、解析初期において、 $\hat{b}$ への依存度が小さい時刻には、モデル解析解と真値との

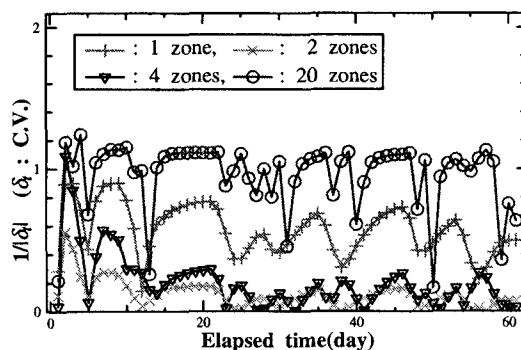


図-10 空間不確定的偏りの効果

差異(モデル誤差)が比較的大きな結果となっているが、その依存度が大きくなれば、その差異が小さな結果となっていることが図-8や図-9と照らし合わせることで分かる。また、ケース1のモデル解析解はケース2,3の解に比べてモデル誤差が大きいために $\hat{b}$ への依存度が高くなり、逆もまた言えることが見て取れ、理に適う。さらにこの3ケースは変遷の時刻を見ると同様の傾向が見受けられ、値の大小はあるものの全て同じ様な依存度の変化を呈していると言える。ところでケース4は絶対的な空間不確定量が小さすぎたため、誤差をドリフトだけで間に合わせられる格好となり、逆に $\hat{b}$ への依存度が高くなっただけと思われる。以上から提案モデルの導入効果は十分現れていると言える。

#### (5) 最適モデルの選択

本実験では真値が分かるので、モデル解析解と真値との差異をモデル毎に直接評価し、これらを直に比較してモデル間の優劣を定量的に決めることが可能である。ところが一般的な問題では真値が未知なため、その差異を直接調べることは不可能である。しかし真の構造が唯一無二であって不変であることに留意すると、真の構造に関する定量評価項を定数扱いにできる。その考えに基づけば、上記差異を計算する式の解析モデル構造に関する評価項だけを抽出し、モデル間で比較することによって、相対的評価すなわち適合度の優劣付けは実現可能となる。その評価指標は情報量規準と呼ばれており、有用性に富む。特に代表的なものとして式(14)で表されたAIC(Akaike Information Criterion; 赤池情報量規準<sup>7)</sup>)がある。本論文では空間不確定量(モデル誤差)への適合度評価に適用すべく、このAICを採用した。

$$AIC = -2MLL + 2K \quad (14)$$

ここに、MLL: 最大対数尤度、K: モデル誤差の空間構造関数のパラメータ数を表す。

パラメータ同定問題も絡めて最適モデルの選択を検討するような問題にはABIC(Akaike Bayesian Information Criterion; 赤池ベイズ情報量規準<sup>7)</sup>)を適用することもある<sup>8)-10)</sup>が、本研究でこれを用いる必要はない。以下に理由を記す。本稿では2.(2)節において空間不確

表-1 本提案手法モデルの適合順位

| True : 20 zones<br>Case | AIC     |      |
|-------------------------|---------|------|
|                         | Value   | Rank |
| Case 1 (1 zone)         | 368.619 | 4    |
| Case 2 (2 zones)        | 366.042 | 3    |
| Case 3 (4 zones)        | 366.031 | 1    |
| Case 4 (20 zones)       | 366.034 | 2    |

定量が時間に独立であるとの仮定を用いていることから、地盤統計学的評価を行ったモデル誤差の各時刻毎の構造を表すパラメータは事前情報(=推定未知量の統計的評価が事前に与えられた既知情報)を参照することなく個々に独立して同定されている。また、決定論的なトレンド成分  $f(z, t)$  の構造を成すパラメータの一つで、逆解析により同定された(等価)透水係数を、モデル誤差を空間推定する段階では確定量として扱うため、事前情報から得られるパラメータという位置付けではない。したがって対数ベイズ尤度を考えたABICではなく、単純に対数尤度を扱ったAICでよいと判断されるのである。ただし時間遷移を伴う問題のため、時間積分したAICを用いるべきであるが、時間方向に離散化していることから各時刻のAICを総和することにより、これを表現する。

各ケースに呼応するモデル間でAICを大小比較し、小さな値ほど適合度は高いと判断してモデル間の適合度を測った。表-1にその順位付けした結果を示す。同表より、4区域で検討したケース3が最もモデル適合性が良く、1区域で検討したケース1が最もモデル適合性が悪いという結果が出ている。ここで興味深い点としては、真の透水係数分布に同じ20区域で検討したケース4がケース3よりも適合性が劣るという結果である。これは、図-4に示した観測数・配置(観測条件)が不十分であるために生じたものと考えられる。

式(11)を念頭に置いて考えると、透水係数の空間分布を同定する際の未知数は水位境界を除く節点数と透水係数分布の区域数の和に等しい。一意解を得るためには少なくともこれと同数の連立方程式が必要であるが、水位観測データによる透水係数を未知とした方程式は観測数だけしか得られない。またそこで観測データに類似性があった場合は方程式の数が事実上減少することも考えられる。ここで用いた透水係数分布を20区域に設定した場合、観測数が9であることから明らかに方程式が不足してしまう。こういった問題は不適切性(ill-posedness)があると言われていて、新たな補助情報を得なければ解を求めることに困難を極める。

本稿ではある程度の精度がある透水係数分布の事前情報を与えてやることで解の適切化を図っているが、観測データによる透水係数の逐次補正感度が観測条件の問題で鈍い区域が生じてしまい、結果として解の同定精度が低下し、4区域の場合よりも透水係数によるモデ

ル誤差がむしろ大きくなってしまったと考えられる。4区域では、各区域に最低1点ずつ観測点を有しているために観測データに基づく逐次補正感度が全領域に高くなっていることも一因と言える。なお、20区域を考えた場合の分布事前情報ならびに逆解析解の最適化は、先述のABICを援用して求めればよいが、今回はモデル誤差の補完手法ならびに補完後の最適モデルの選択方法に論点を置いているため、20区域時の同定解の更なる向上についてはこれ以上言及しないものとする。

よって、上記の方法により、得られた逆解析の精度や所与の観測条件を考慮しながらモデル誤差の補完による改善を行った最適なモデルを選択することができ、再現推定計算モデルの選択に客観性を持って臨めるようになったと言える。

#### 4. 結論

本研究では、地下水流動モデルに対して、モデル誤差を補完するような物理・統計複合モデルを導入することで、地下水位の提案手法解はモデル解析解よりも残差が小さくなり、真の地下水位挙動に近い表現を推定できると分かった。また、本稿の様な場合、最適モデルの選択にAICを用いれば、客観的に理に適ったモデルを選択してくることが分かった。今後は実問題に適用して、実用面での展開を行う予定である。

#### 参考文献

- 1) 浜口俊雄, 長谷川高士, 青山威康: 平面地下水モデルにおいて既定境界の不確定性を統計的に評価した逆解析手法, 地盤工学における逆解析の適用と施工管理に関するシンポジウム発表論文集, pp.111-114, 1997.
- 2) Journel, A. G. and Huijbregts, Ch. J.: Mining geostatistics, Academic Press, Inc., pp.324-343, 1978.
- 3) Chilés, J. and Delfiner, P.: Geostatistics Modeling Spatial Uncertainty, John Wiley & Sons, Inc., 1999.
- 4) 浜口俊雄: 地下水流況推定における地盤統計学的アプローチの効用, 京都大学防災研究所年報, 第44号B-2, pp.455-463, 2001.
- 5) 長谷川高士, 村上 章, 浜口俊雄: 拡張Kalmanフィルタによる地下水モデルのパラメータ同定と地下水位変動量評価による揚水量決定, 土木学会論文集, No.505/III-29, 1994.
- 6) 浜口俊雄, 村上 章, 長谷川高士: 平面解析で移動境界を考慮した地下水モデルと逆解析への応用, 土木学会論文集, No.568/III-39, pp.133-145, 1997.
- 7) Parzen, E., Tanabe, K. and Kitagawa, G. Editors: Selected paper of Hirotugu Akaike, Springer, pp.215-222, 1998.
- 8) 本城勇介, 福井宏行, 小川正二: 拡張ベイズ法による広域地下水解析モデルの逆解析: 定常データに基づく場合, 土木学会論文集, No.575/III-34, pp.93-102, 1996.
- 9) 本城勇介, 橋川正男, 小川正二: 拡張ベイズ法による広域地下水モデルの逆解析: 非定常データに基づく場合, 土木学会論文集, No.575/III-38, pp.175-183, 1997.
- 10) 奥野哲夫, 鈴木 誠, 本城勇介: ABICと拡張カルマンフィルタを用いた最適な地下水解析モデルの推定, 土木学会論文集, No.575/III-40, pp.179-198, 1997.

(2002. 9. 30受付)