

不飽和浸透解析によるヒステリシス効果の検証 -二次元浸透流への適用-

THE VERIFICATION OF HYSTERESIS EFFECT IN UNSATURATED INFILTRATION ANALYSIS - APPLICATION TO 2D INFILTRATION FLOW -

高橋雅之¹・風間 聡²・佐藤榮司³・沢本正樹⁴

Masayuki TAKAHASHI, So KAZAMA, Eiji SATO and Masaki SAWAMOTO

¹学生会員 東北大学大学院工学研究科 (〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉06)

²正会員 博士(工学) 東北大学 大学院工学研究科土木工学専攻 (同上)

³非会員 東北大学 大学院工学研究科土木工学専攻 (同上)

⁴フェロー 工博 東北大学 大学院工学研究科土木工学専攻 (同上)

Hysteresis effect is one of the soil characteristics, and it is important for groundwater analysis involving dynamic water movement. In this study, a 2D model based on Richards equation expressed on unsaturated infiltration theory with considered hysteresis effect, was developed. To discuss the model, numerical analysis and experiments were carried out on three conditions in the view of discharge and water balance.

As the analysis using the soil parameters measured by experiments, this model is more effective to simulate real water movement than the model without hysteresis effect. As these results, this model is useful to analyze 2D soil water movement and apply to 3D model.

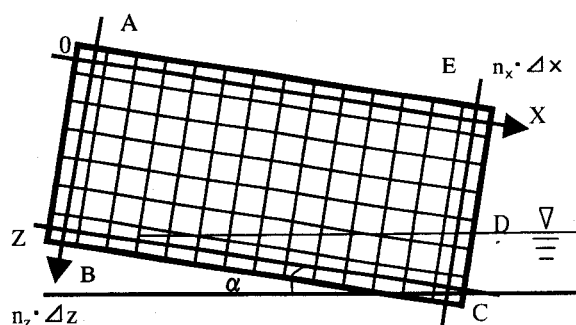
Key Words : *hysteresis, 2D model, Richards equation, soil moisture characteristic curve, hysteresis loop, main curve, scanning curve, hydrograph*

1. はじめに

近年, 気候変動が与える降水量への影響, 人口増加や経済発展による水需要の増加に対して, 日本におけるダムの役割は治水・利水の面でより重要となってきた。今後, 人工のダム計画には森林土壌の保水能力が最大限発揮されているかを評価する必要がある。

森林土壌における不飽和層での浸透理論 (Richardsの方程式) を用いた研究が数多く行われてはいるが, これらの研究では土壌のヒステリシス効果はあまり考慮されていない。また, 農業土木の分野ではヒステリシスを考慮した研究によって圃場スケールでの適用の必要性が実証されている¹⁾が, 二次元モデルの構築や斜面でのヒステリシス効果の議論には至っていない。

本研究では流域規模での基礎研究として, ヒステリシス効果を考慮した不飽和浸透解析の二次元モデルを構築し, 土壌サンプルデータに基づいた数値解析と浸透実験での流出量を比較することで, 斜面でのヒステリシス効果による影響について調べることを目的とする。



□ ; Control Volume ($\Delta x \times \Delta z$)
図-1 モデル斜面の概要図

2. 不飽和浸透解析モデル

(1) モデル斜面の概要

本研究で用いたモデル斜面を図-1に示す。AB, BCはそれぞれ分水嶺と不透水面を表しており, 水の移動はないものとする。CDは斜面と接している水深を表す。 n_x , n_z はそれぞれ, x , z 方向のメッシュの個数である。

(2) 基礎方程式

本研究で用いた基礎方程式 (Richardsの方程式) を式(1)に示す. Richardsの方程式は不飽和層での浸透理論に基づいており, 地中水の移動解析には一般的に用いられている. また, 式(1)中の流速はダルシー則により式(2)に示すとおりになる.

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = - \left(\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_z}{\partial z} \right) - T \quad (1)$$

$$\begin{aligned} V_x &= -K_x \frac{\partial \phi}{\partial x} \\ V_z &= -K_z \frac{\partial \phi}{\partial z} \end{aligned} \quad (2)$$

ここで, θ は体積含水率, t は時間, V_x , V_z はそれぞれ x , z 方向の流速, T は単位時間あたりの蒸発散量, K_x , K_z はそれぞれ x , z 方向の透水係数, ϕ は全水頭を表している.

全水頭 ϕ は圧力水頭と位置水頭の和であり, この関係を式(3)に示す.

$$\phi = \psi - x \sin \alpha - z \cos \alpha \quad (3)$$

ここで, ψ は圧力水頭, α は斜面の勾配を表す. 式(1)と式(2)より, 比水分容量 $c(\psi) = \partial \theta / \partial \psi$ を導入した場合の式を式(4)に示す.

$$\begin{aligned} C \frac{\partial \psi}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \cdot \frac{\partial \psi}{\partial x} - K_x \sin \alpha \right) \\ &+ \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \cdot \frac{\partial \psi}{\partial z} - K_z \cos \alpha \right) - T \end{aligned} \quad (4)$$

体積含水率 θ と圧力水頭 ψ の関係には式(5)に示す谷式²⁾を, 不飽和透水係数 K と体積含水率 θ の関係には式(6)に示す一般化Kozeny式³⁾を用いた. 式(5)は土壌の水保持特性を ψ_0 , θ_s , θ_r のみで表すことができ, 解析の簡易化になると考えられる.

$$\theta = (\theta_s - \theta_r) \left(\frac{\psi'}{\psi_0} + 1 \right) \exp \left(- \frac{\psi'}{\psi_0} \right) + \theta_r \quad (5)$$

$$\text{ただし, } \psi' = \begin{cases} \psi & (\psi < 0) \\ 0 & (\psi \geq 0) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} K_x &= K_{s_x} \left(\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right)^\beta \\ K_z &= K_{s_z} \left(\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right)^\beta \end{aligned} \quad (6)$$

ここで, θ_s は飽和体積含水率, θ_r は残留体積含水率, ψ_0 は C が最大となる ψ , β は土壌固有の定数, K_s は飽和透水係数を表す. なお, これらのパラメータには既知の土壌パラメータを用いる. 式(4)は単独では解くことができないため, 式(5)と式(6)を用いて完全陰形差分式とした. 次のタイムステップの圧力水頭を求める際には, この差分式と繰り返し計算手法の一つであるSOR法を用いた.

(3) 境界条件

図-1のAE, CE, ABおよびBCの各境界条件はそれぞれ式(7), (8), (9), (10)に示す.

$$\frac{\partial \psi}{\partial z} = \cos \alpha \left(1 - \frac{r(t)}{K_z(\psi)} \right) \quad \text{on AE} \quad (7)$$

$$\left. \begin{aligned} \psi &= 0 && (\text{飽和時}) \\ \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} &= 0 && (\text{不飽和時}) \end{aligned} \right\} \quad \text{on CE} \quad (8)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = \sin \alpha \quad \text{on AB} \quad (9)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial z} = \cos \alpha \quad \text{on BC} \quad (10)$$

ここで, $r(t)$ は鉛直方向の浸透量で, 正值では浸透を, 負値では蒸発散を表す. なお, 式(9)と式(10)はそれぞれ分水嶺と不透水境界を表しているため, 位置水頭の勾配のみを考慮している.

(4) ヒステリシスの導入

a) ヒステリシスについて

ヒステリシスとは履歴現象のことで, 特に不飽和流の研究分野では負の圧力水頭 (吸引力) と水分量の関係を表す水分特性曲線が吸水, 排水過程で異なることを意味する. これにより, 同一圧力水頭のもとでは吸水過程よりも排水過程の水分量が多くなるため, 不飽和流の運動や地下水面の上昇及び下降に伴う地下水流出に与える影響は大きいと考えられている. したがって, 山間部や森林域がある流域での地下水流出に与える影響を検討する必要性も十分にあると考えられる.

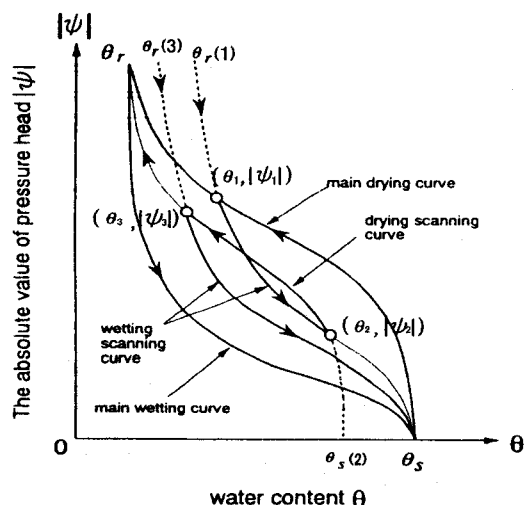


図-2 ヒステリシスを考慮した水分特性曲線

b) 導入方法

土壌水分ヒステリシスについて、多くの土壌に対して適用でき、一般性を有する独立領域理論がPoulovassilis⁴⁾によって提示され、さまざまな研究が行われてきたが、精度を高めるためには多くの入力データが必要で実際の解析には困難な点を持つ。そこで、本研究では簡便で実態をよく表すKoolらの解析的方法⁵⁾を改良することで図-2に示すような走査曲線を求めた。

θ - ψ 関係は、折り返し点となる乾燥主曲線上の点 $(\theta_1, |\psi_1|)$ から土壌水分が減少する時、乾燥主曲線上を θ_r に向かって変動する。一方、土壌水分が θ_1 から増加する時は、点 $(\theta_1, |\psi_1|)$ を出発点とする湿潤走査曲線上を θ_s に向かって変動する。この湿潤走査曲線は既知である点 $(\theta_1, |\psi_1|)$ を通過することから、この曲線の規定パラメータ $\theta_s(1)$ は式(5)から式(11)のように求めることができる。

$$\theta_s(1) = \frac{\theta_1 - \theta_s \left(\frac{\psi_1'}{\psi_0'} + 1 \right) \exp \left(-\frac{\psi_1'}{\psi_0'} \right)}{1 - \left(\frac{\psi_1'}{\psi_0'} + 1 \right) \exp \left(-\frac{\psi_1'}{\psi_0'} \right)} \quad (11)$$

ここで、 ψ_0' は吸水過程で C が最大となる ψ を表す。

湿潤走査曲線上の点 $(\theta_2, |\psi_2|)$ から土壌水分が増加する時、湿潤走査曲線上を θ_s に向かって変動する。一方、土壌水分が θ_2 から減少する時は、点 $(\theta_2, |\psi_2|)$ を出発点とする乾燥走査曲線上を θ_r に向かって変動する。この乾燥走査曲線は既知である点 $(\theta_2, |\psi_2|)$ を通過することから、この曲線の規定パラメータ $\theta_s(2)$ は湿潤走査曲線と同様に式(5)から式(12)のように求めることができる。

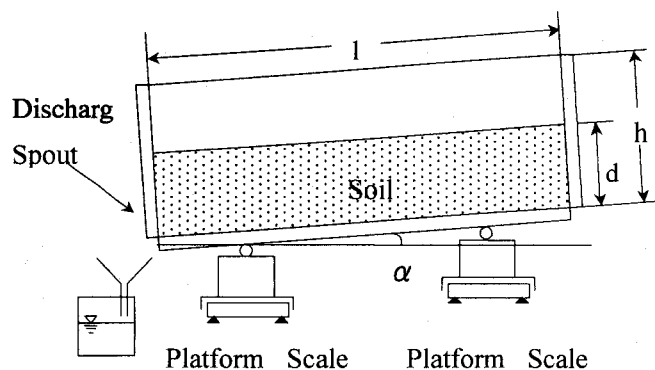


図-3 浸透実験装置の概要図

$$\theta_s(2) = \frac{\theta_2 - \theta_r}{\left(\frac{\psi_2'}{\psi_0'} + 1 \right) \exp \left(-\frac{\psi_2'}{\psi_0'} \right)} + \theta_r \quad (12)$$

ここで、 ψ_0' は排水過程で C が最大となる ψ を表す。

なお、走査曲線の折り返しが起こるのは、圧力水頭の単位時間当たりの変動量が0.1cm以上の場合とし、解析誤差による不要な折り返しが起こらないようにした。

3. 浸透実験

(1) 実験装置

本研究で用いた実験装置は、図-3に示すように長さ $l = 1.5m$ 、高さ $h = 0.5m$ 、幅 $B = 0.2m$ の長方形装置である。土層厚 $d = 0.3m$ で、試料には実験に要する時間の短縮や同試料の特性パラメータを引用することから豊浦標準砂を用いた。勾配 α は台秤A、Bの高さを調節することで $0 \sim 30^\circ$ までの変化が可能である。装置左端の流出口はフィルターになっており、ここからの流出量を測定する。

(2) 実験方法

(1)で述べた浸透実験装置を用いて以下の手順で流出量を測定した。①数値実験における初期含水量とその分布の設定を容易にするため土壌をほぼ飽和状態にし、2時間排水させた。この時点で流出量は観測されなかったため、この状態を定常状態とした。②定常状態後の10分間、表面に一樣降水させ、1分毎に流出量と装置全体の重量を測定した。③②以降の50分間は降水なしで、同様に1分毎の流出量と装置全体の重量を測定し、定常状態後から合計1時間の流出量の変化をグラフにした。

なお、降水は0.5、1.0、2.0 mm/minの3ケース、勾配は0、5、10°の3ケースで、合計9ケースの実験を行った。

表-1 モデルパラメータ

Name of Parameter	Value of Parameter
n_x	30
n_z	20
Δx (m)	0.050
Δz (m)	0.015
K_{sx} (cm/sec)	2.56×10^{-2}
K_{sz} (cm/sec)	2.56×10^{-2}
ψ_0 (m)	-0.25
θ_s	0.41
θ_r	0.00
β	3.0

表-2 水収支誤差

Type	α (°)	r (mm/min)	Difference (%)
H	0	0.5	3.34
H	0	1.0	2.96
H	0	2.0	3.25
H	5	0.5	1.50
H	5	1.0	1.29
H	5	2.0	0.60
H	10	0.5	-1.91
H	10	1.0	-1.94
H	10	2.0	-1.42

4. 数値実験

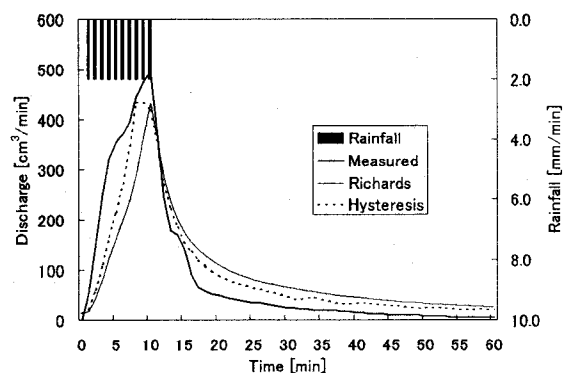
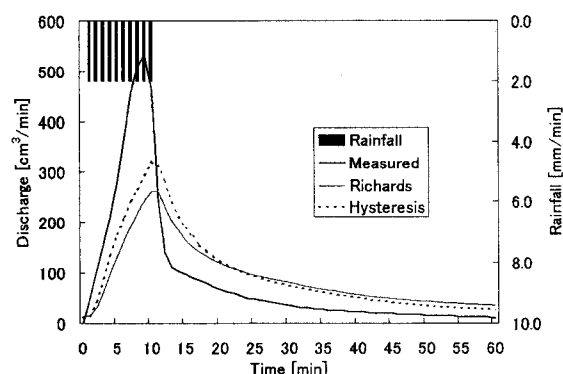
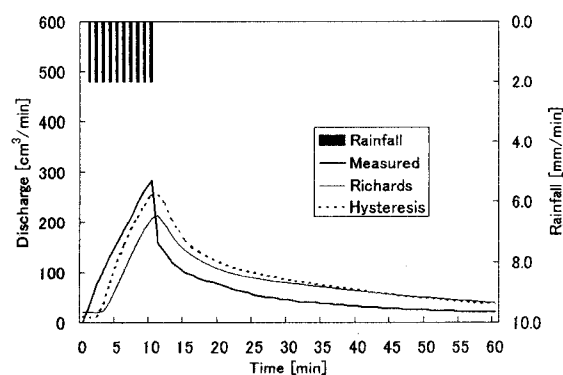
(1) 実験概要

本研究で構築したモデルを用いて、ヒステリシスを考慮した場合としない場合（以下Type-H、Type-Rと記す）でそれぞれ9ケース、合計18ケースの数値実験を行った。降水量以外のモデルパラメータは表-1に示す。各実験とも計算開始時の圧力水頭は飽和状態（静水圧分布）とし、2時間排水させた。また、フィルターは試料に比べ開孔率が大きいためフィルターの抵抗は無視できると仮定した。実験では蒸発散量を与えず、降水量は浸透実験と同様に与えた。なお、土壌の性質を表すパラメータはすべて竹下ら⁶⁾の測定結果に基づいて設定した。数値解析では浸透実験と同様に1分毎の流出量を出し、降水開始から1時間の流出量の変化をグラフにした。

(2) 水収支

Type-Hでの各数値実験における水収支の誤差を表-2に示す。誤差には初期含水量、総降水量の和と計算終了時の含水量、総流出量の和から求めた相対誤差を用いた。

各実験において、水収支の誤差は非常に小さく、ほぼ4%以内に収まった。誤差が正值の場合は水収支の過剰な見積もり、負値の場合は水収支に損失が生じたことを示すが、これらの誤差の値は数値解析により生じたものと考えられる。したがって、今回用いたモデルによる数値解析は基礎方程式を忠実に再現していることが確認できた。

図-4 ハイドログラフ ($\alpha = 0$, $r = 2.0$)図-5 ハイドログラフ ($\alpha = 5$, $r = 2.0$)図-6 ハイドログラフ ($\alpha = 10$, $r = 2.0$)

5. 結果と考察

(1) 流出ハイドログラフ

浸透実験及び数値解析（Type-RとType-H）における流出ハイドログラフの比較結果を図-4から図-6に示す。なお、横軸は降水開始からの時間を表す。いずれの結果からでもType-Hの方がType-Rよりも浸透実験での実測値に近い値を示す傾向はあるものの、図-5では良い一致を示していない。また、降水後の流出量の低減においても実測値によるものと一致するまでには及ばないが、ヒステリシスを考慮した場合の方が、低減の早さや流出量がゼロに収束する様子が良くなっていることが確認できる。

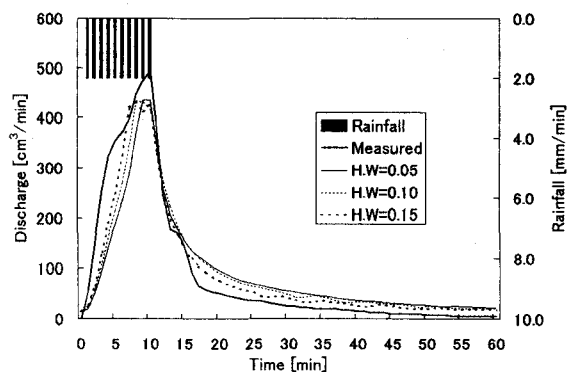


図-7 ハイドログラフ ($\alpha = 0, r = 2.0$)

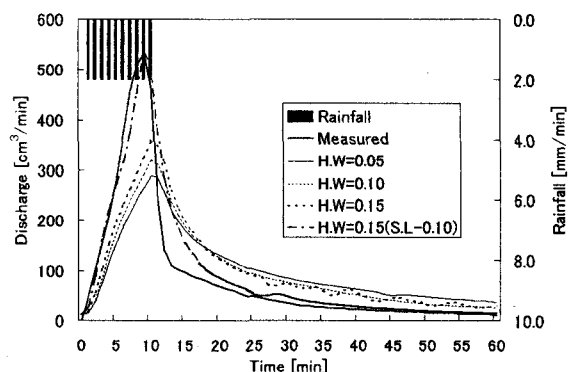


図-8 ハイドログラフ ($\alpha = 5, r = 2.0$)

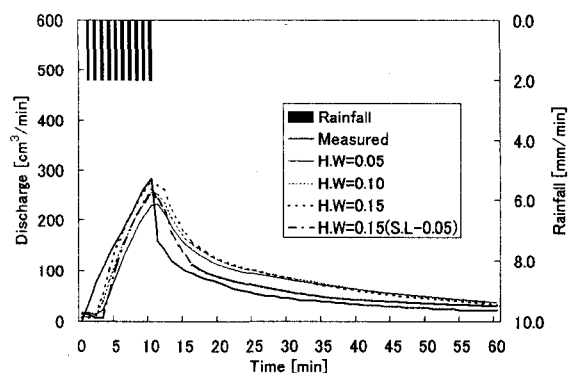


図-9 ハイドログラフ ($\alpha = 10, r = 2.0$)

図-5や図-6において、ピーク流出の後にType-RとType-Hの流出量が逆転していることや、計算終了時における含水量でType-Rの方が多く、総流出量が少ない（例えば、図-6のケースではType-Hの方が、含水量では1388cm³多く、総流出量では1463cm³少なかった）ことから、土壌水分が貯留されるといったヒステリシスの性質を確認することができる。

一方、Type-Hの方が大きなピーク流量の値を示しており、保水機能を果たしていないように見られる。しかし、この現象は降水開始時における土壌含水量が、Type-Hの方が多い（例えば、図-6のケースではType-Hの方が、2069cm³多い）ことによるものと考えられる。

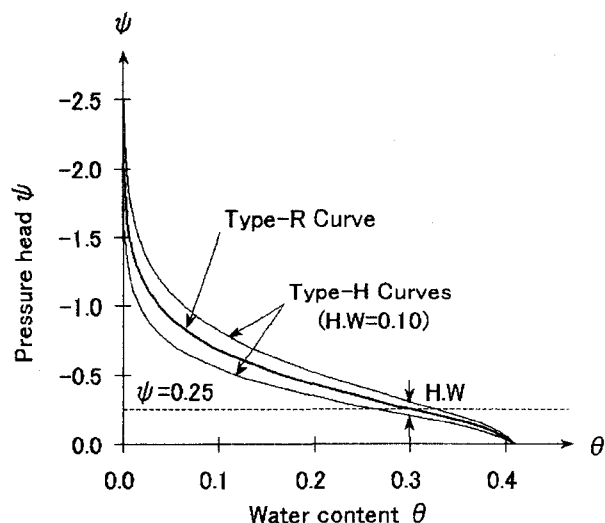


図-10 数値実験に用いたヒステリシスループ

表-3 水収支の再現性 (単位はcm³)

Type	Water Content		Runoff	Rainfall
	start	end		
Measured	30,720	31,580	4,150	6,000
Richard	26,588	28,010	5,015	6,000
H.W=0.05	27,647	28,706	5,292	6,000
H.W=0.10	28,667	29,398	5,691	6,000
H.W=0.15	29,482	29,880	5,887	6,000

(2) 最適ヒステリシス幅の選定

ヒステリシスループの幅を変化させた場合の流出ハイドログラフを図-7から図-9に示す。図-4から図-6は図-10のようにヒステリシス幅を0.10m（土壌パラメータ $\psi_0 = 0.25$ を基準に、排水過程で-0.05m、吸水過程で+0.05mとした）と仮定したものであるが、いずれの場合もその幅を大きくすることで実際の流出ハイドログラフに近似させることができた。今回の実験においてはヒステリシス幅を0.15cmに変化させることで流出ハイドログラフの再現性の向上につながった。

(3) 実現象の再現性

図-9の条件でのヒステリシス幅を変化させたType-HとType-Rの水収支を表-3に示す。実測値と比較すると、Type-RよりもType-Hの方が含水量で実測値の近似値を示す傾向があり、さらにType-Hにおいてヒステリシス幅の値を大きくすることで実現象の値に近づく。しかし、流出量では実測値に比べて多くなる傾向があり、この点では実現象の再現性が良いとはいえない。これはピーク流出後の低減速度が実測値に比べて遅くなっていることが原因と考えられる。

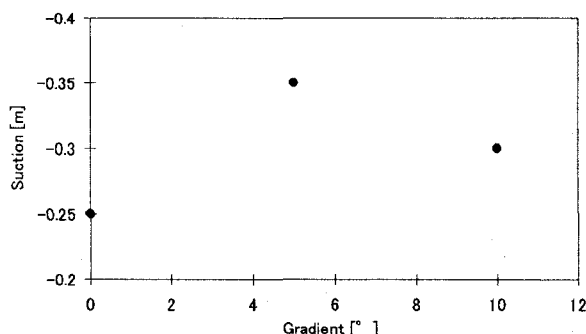


図-11 斜面勾配とループ基準値の関係

(4) 斜面勾配とヒステリシスループの関係

図-7において、ヒステリシスを考慮した数値解析の流出ハイドログラフが実際の結果と良い一致を示しているが、図-8と図-9においてはあまり良い一致を示していない。特に(3)でも述べたが、流出量が過大評価されており実際の結果と比較すると流出量の減少速度も遅くなっていることが確認できる。そこで、実際の流出ハイドログラフとキャリブレーションするために既知の土壌パラメータ以外のパラメータであるループの基準(ψ_0)を変化させた。変化後で実際の結果と良い一致を示したものを図-8と図-9中の一点鎖線で示す。基準 ψ_0 を変化させることで、流出量の過大評価は修正されてハイドログラフの一致も良くなっている。

斜面勾配とヒステリシスループの基準値との関係を図-11に示す。勾配が 0° の時と比べると、 5° や 10° では基準値を減じてやらなければハイドログラフの再現性を良くすることができないことから、勾配と基準値の間には関係があると考えられる。しかし、図-11から線形であるとは言えない可能性がある。

6. 結論

本研究は、流域規模での流出量に対するヒステリシスの影響を検証する基礎研究として、ヒステリシス効果を考慮した不飽和浸透解析の二次元モデルを構築し、数値実験と浸透実験で得られた流出量と水収支を比較した。今回の結果から以下の知見が得られた。

- ・実測により算出された土壌パラメータをそのまま用いる場合、Richardsの方程式のみを用いた不飽和浸透解析モデルでは浸透流出を忠実に再現できない。

- ・今回用いたヒステリシス効果を考慮した二次元不飽和浸透解析モデルは、二次元浸透解析をする上で従来のモデルよりも再現性がよい。
- ・勾配のある場所での浸透解析にもヒステリシスを考慮する必要がある、より精度よく再現するには勾配とヒステリシスループの関連性を明確にする必要がある。

今回の結果では、流出ハイドログラフで実測データとあまり良い一致を示していないことや、水収支において実際よりも大きい流出量を示していることなどの問題点があり、その要因として以下のような二つのことが考えられる。

まず、本研究で用いたパラメータは豊浦標準砂の実験データであるが、実験条件や試料の状態などが異なるため、対象物との一致が見られないことである。次に、ヒステリシスループの適当な設定方法がないことである。

今後はより多くの実験条件を試し、サンプルデータの現地適用性を確かめていき、流域規模でヒステリシス効果が流出量に与える影響を議論していく。

謝辞：本研究は日産科学振興財団の助成を受けた。東京大学生産技術研究所の横尾善之氏には本モデルの構築に助言を得た。併せて謝意を表する。

参考文献

- 1) 栗生田忠生, 吉田昭治: ヒステリシスを考慮した土壌-植物-大気連続系の土壌水分動態モデル, 水文・水資源学会誌, 8(3), pp.322-334, 1995.
- 2) 谷誠: 一次元鉛直不飽和浸透によって生じる水面上昇の特性, 日本林学会誌, 64(11), pp.409-418, 1982.
- 3) Brutsaert, W.: The permeability of a porous medium determined from certain probability laws for pore size distribution, Water Resources Research, Vol.4, No.2, pp.425-434, 1968.
- 4) Poulouvalis, A.: Hysteresis of Pore Water, An Application of the Concept of Independent Domains, Soil Sci., 93, pp.405-412, 1962.
- 5) Kool, J. B. and Parker, J. C.: Computer simulation model of evaluation of soil hydraulic properties from one-dimensional unsaturated flow by non-linear least-squares parameter estimation, Soil and Environmental Science, Ver.2.2., 1990.
- 6) 竹下祐二, 河野伊一郎: 不飽和浸透特性の推定方法とその適用について, 地盤と建設, Vol.11, No.1, 1993.

(2002. 9. 30受付)