

等価周波数伝達関数と 遅れ系に基づく流出モデルの選択

RUNOFF MODEL SELECTION BASED ON THE EQUIVALENT FREQUENCY TRANSFER FUNCTION AND DELAY SYSTEM

藤田睦博¹・吉田健太郎²・Surakha Wanphen³

¹フェロー会員 工博 北海道大学教授 工学研究科環境資源工学専攻
(〒060-8628 札幌市北区北13西8)

²学生会員 工修 北海道大学 工学研究科環境資源工学専攻

³学生会員 工修 北海道大学 工学研究科環境資源工学専攻

The equivalent frequency transfer function (EFTF) has originally been used by control engineers to describe dynamics non-linear elements such as threshold saturation. Previous study by authors had derived EFTF between rainfall input and discharge using distributed parameter runoff models. Moreover, authors had pointed out that the obtained EFTF is approximated by the delay system. It is considered that the general description of channel flow is the dynamic wave equation. This paper makes clear that the dynamic wave equation is characterized by two non-dimensional parameters, K_1, K_2 . In the case of $K_1 \rightarrow \infty$, the dynamic wave equation approaches the diffusion wave equation. Moreover, the diffusion wave equation approaches the kinematic wave equation when $K_2 \rightarrow \infty$. In this paper, authors focus on the diffusion and kinematic wave equation. This paper finds the critical value of K_2 which divides the both equations based on parameters include in the delay system for the both equations.

Key Words : Model selection, Distributed parameter model, Equivalent frequency transfer function, Delay system

1. はじめに

等価周波数伝達関数は, 制御工学の分野でヒステリシスや飽和帯のような非線形要素の動特性を記述するために用いられてきた。水文学の分野では, Luai¹⁾によって, 非線形分布系流出モデルを用いて降雨量～流出量間の等価周波数伝達関数が誘導されている。Luai¹⁾は, 斜面上の流出を対象としてSt. Venant式およびこれから得られるdiffusion wave式, gravity wave式, kinematic wave式の等価周波数伝達関数を求めて, これら流出モデルの選択の指標を得ている。さらに, 藤田²⁾は斜面, 河道ともにkinematic wave式で記述できるものとして, 任意の河道網流域において降雨量と流域末端からの流出量間の等価周波数伝達関数を求めている。

河道における流れは一般的にはdynamic wave式によって記述される。本論文では2つの無次元数 K_1, K_2 を定義し, このパラメータによりdynamic wave式が特徴付けられることを明らかにした。次に, diffusion wave式とkinematic wave式を区別するパラメータである無次元数 K_2 と等価周波数伝達関数より求まる遅れ系のパラメータ値を介し, 両者を比較した。

2. 斜面域の流出

斜面の流出はkinematic wave式によって流出されるものとする。kinematic wave式の等価周波数伝達関数は, 既に求められているので^{1), 2)}, 本論文の記述に必要な事項を主に簡単に説明する。

斜面からの流出の基礎式として次式を与える。

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q_s}{\partial x} = r(t) \quad 0 \leq x \leq l_s \quad (1)$$

$$q_s = \alpha_s h^{p_s} \quad (2)$$

h : 水深 q_s : 単位幅流量 $r(t)$: 有効雨量
 t : 時間 x : 斜面上流端からの距離 l_s : 斜面長
 α, p_s : 定数

斜面上流端の境界条件式として, 式(3)を与える。

$$q_s(t, 0) = 0 \quad (3)$$

$r(t) \sim q_s(t, l_s)$ 間の等価周波数伝達関数 $Z_s(j\omega)$ を求めるために, 式(4)～(6)を設定する。

$$r(t) = \bar{r} + B e^{j\omega t} \quad \bar{r} > B \quad (4)$$

$$q_s(t, x) = \bar{q}_s(x) + C_s(x) e^{j\omega t} \quad (5)$$

$$h(t, x) = \bar{h}(x) + D_s(x) e^{j\omega t} \quad (6)$$

$\bar{r}$ は平均降雨量, $\bar{q}_s(x), \bar{h}(x)$ は $\bar{r}$ に対応する定常状態の単位幅流量および水深である. また, j は虚数単位, ω は周波数, B は定数であり, $C_s(x), D_s(x)$ は, 未知の複素関数である. 式(3), (5)より次の条件式を得る.

$$\bar{q}_s(0) = 0 \quad (7) \quad C_s(0) = 0 \quad (8)$$

$Z_s(j\omega)$ は, 次式で定義できる.

$$Z_s(j\omega) = \frac{C_s(l_s)}{Bl_s} \quad (9)$$

式(4)~(6)を式(1), (2)に代入し, $e^{jk\omega}$ $k \geq 2$ 以上の項を無視すると次式を得ることができる.

$$\bar{q}_s(x) = \bar{r}x \quad (10)$$

$$\frac{dC_s}{dx} + \frac{j\omega\lambda}{p_s} x^{(1-p_s)/p_s} C_s = B \quad (11)$$

$$\lambda = \left\{ \frac{(\bar{r})^{1-p_s}}{\alpha_s} \right\}^{1/p_s} \quad (12)$$

式(8)を考慮して式(11)を解き, $Z_s(j\omega)$ を得る.

$$Z_s(j\omega) = e^{-j\omega t_s} {}_1F_1[p_s, 1+p_s, j\omega t_s] \quad (13)$$

$$t_s = \left\{ \frac{(\bar{r})^{1-p_s} l_s}{\alpha_s} \right\}^{1/p_s} \quad (14)$$

ここで, 式(13)に含まれている関数 ${}_1F_1[a, b, c]$ は, 次式で定義されるKummerの合流型超幾何関数である.

$${}_1F_1[a, b, c] = 1 + \frac{ac}{b} + \frac{a(a+1)c^2}{2!b(b+1)} + \frac{a(a+1)(a+2)c^3}{3!b(b+1)(b+2)} + \dots \quad (15)$$

ただし, t_s は $\bar{r}$ に関する斜面の到達時間になっている.

3. Dynamic wave式に基づく河道域の流れ

図-1に示す流域を対象とする. 河道の流れは, 幅 W の長方形断面を考え, dynamic wave式で記述できるものとする.

$$\frac{\partial a}{\partial t} + \frac{\partial q_c}{\partial y} = 2q_s(t, l_s) \quad 0 \leq y \leq l_c \quad (16)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial y} = g i_c \left\{ 1 - \frac{1}{Wi_c} \frac{\partial a}{\partial y} - \frac{q_c^2}{\beta^2 a^{2p_c}} \right\} \quad (17)$$

$$\beta = \frac{\sqrt{i_c}}{n_c W^{2/3}} \quad p_c = \frac{5}{3} \quad (18)$$

i_c : 河床勾配, n_c : 河道粗度係数, u : 流速, g : 重力加速度, l_s : 斜面長, l_c : 河道長

式(16)右辺は, 斜面末端からの流入量を表しているが, 式(1), (2)によって表されるものとする. したがって, 式(5), (10)を用いると式(16)の右辺を次のように書くことができる.

$$2q_s(t, l_s) = 2\bar{r}l_s + 2C_s(l_s)e^{j\omega t} \quad (19)$$

次に, 式(18), (19)を無次元化し, dynamic wave式の特性を調べる. *印の無次元化基準量を導入する.

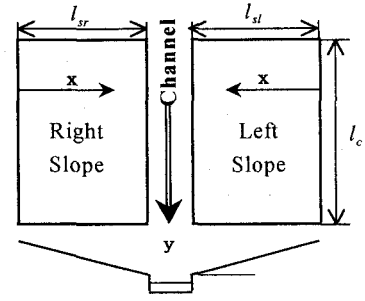


図-1 マグニチュード1の河道網流域

$$a = a_* A \quad q_c = q_{c*} Q_c \quad t = t_* T \quad (20)$$

大文字の量は, 小文字の量に対応する無次元量である. ここでは次の無次元化基準量を採用する.

$$y_* = l_c \quad q_c = 2\bar{r}l_s l_c \quad a_* = \left\{ \frac{2\bar{r}l_s l_c}{\beta} \right\}^{1/p_c} \quad (21)$$

$$t_* = \left\{ \frac{(2\bar{r}l_s)^{1-p_c} l_c}{\beta} \right\}^{1/p_c} \quad u_* = l_c \left\{ \frac{\beta}{(2\bar{r}l_s)^{1-p_c} l_c} \right\}^{1/p_c} \quad (22)$$

t_* は, 定常状態における河道への横流入量 $2\bar{r}l_s$ の河道における到達時間になっている.

式(16)~(22)より, 次式を誘導できる.

$$\frac{\partial A}{\partial T} + \frac{\partial Q_c}{\partial Y} = 1 + \frac{C_s(l_s)}{rl_s} e^{j\Omega T} \quad 0 \leq Y \leq 1 \quad (23)$$

$$\frac{1}{K_1} \left\{ \frac{\partial U}{\partial T} + U \frac{\partial U}{\partial Y} \right\} = 1 - \frac{1}{K_2} \frac{\partial A}{\partial Y} - \left\{ \frac{Q_c}{A^{p_c}} \right\}^2 \quad (24)$$

$$K_1 = \frac{g i_c}{l_c} \left\{ \frac{(2\bar{r}l_s)^{1-p_c} l_c}{\beta} \right\}^{2/p_c} \quad (25) \quad K_2 = Wi_c l_c \left\{ \frac{\beta}{2\bar{r}l_s l_c} \right\}^{1/p_c} \quad (26)$$

$$\Omega = \omega t_* \quad (27)$$

式(24)の特性は, 二つの無次元数 K_1, K_2 によって規定される. つまり, K_1, K_2 とともに ∞ に近づくとき式(24)は kinematic wave式になり, K_1 のみが ∞ に近づくとき式(24)は diffusion wave式になる. 実用的には, (K_1, K_2) 平面上で kinematic wave式, diffusion wave式および dynamic wave式の区分が重要になる. 式(25), (26)によると, $\bar{r}$ の増加するに伴い, K_1, K_2 とともに減少する. したがって, 同一地点の流出解析をする場合でも, 中小の降雨では kinematic wave式を適用できたとしても, 大降雨になると diffusion wave式や dynamic wave式を適用する必要があることもあり得る.

次に, K_1, K_2 が, 実流域でどの程度の値になっているかを調べてみよう. 図-2は, 北海道内の河川を対象に K_1, K_2 を求めた例である. K_1, K_2 に含まれる地形情報は, 国土数値情報の河道位置ファイル, 流域界ファイルおよび標高データより求めた. 図-3は, 留萌川の河道網を模式的に描いたものである. リンク長とリンク勾配を数値情報より求めた. 図-2の横軸は, 図-3の例で説明すると, リンク番号23, 4, 6, 8の順, すなわち, 下流から本流に沿ってリンク番号を1, 2, 3と付け替えてい

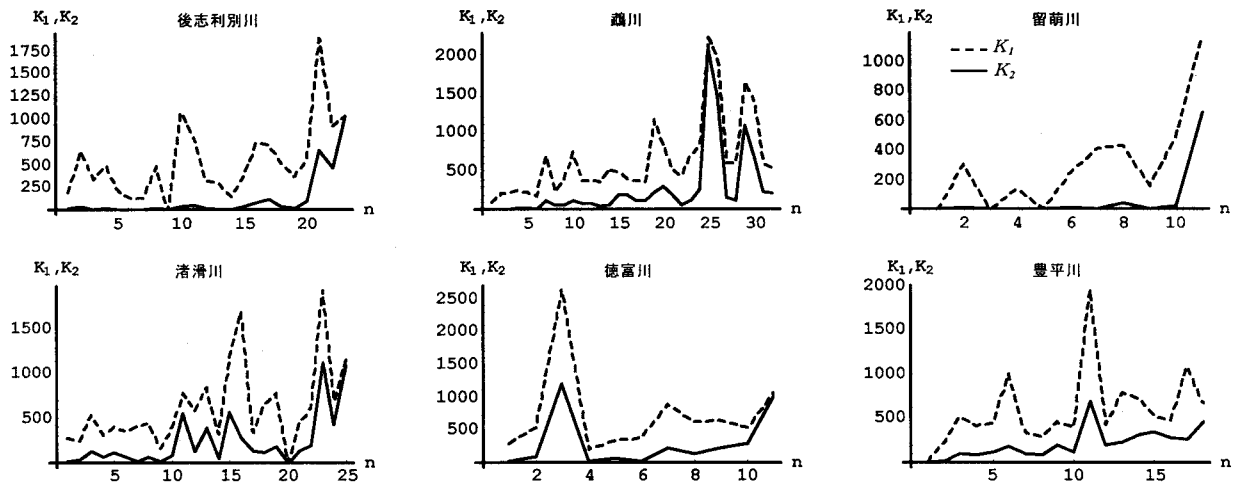


図-2 北海道内の河川を対象に K_1, K_2 を求めた例 (破線: K_1 , 実線: K_2)

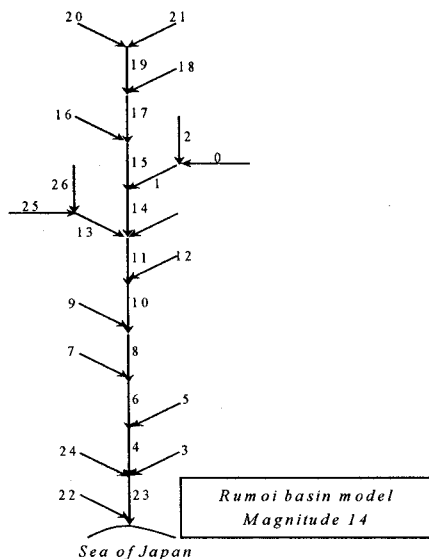


図-3 留萌川流域の模式図

る(図-2では n と表示している). K_1, K_2 を決定するにはこの他に河道幅(W), 平均降雨量($\bar{r}$), 河床の粗度係数(n_c)を与える必要がある. 図-2では次の値を用いている.

$$W = 50(m) \quad \bar{r} = 5(mm/hr) \quad n_c = 0.05(s \cdot m^{1/3}) \quad (28)$$

機械的に標高値を読み取ったので, 勾配が負の値をとる場合や, あるリンクの勾配が急に大きな値をとる場合(例えば, 徳富川)があるが, 上流へ向かうにともない, K_1, K_2 が増大する傾向が認められる. K_1, K_2 の値は, 当然, 式(36)の値によって変化するが, 1 オーダー程度の変化と考えればよい.

ところで, 式(16), (17)を実流域に適用する際には, 境界条件式を与えなければならない. いま, 図-4に示すマグニチュード2の河道網流域を対象に各部分流域(1), (2), (3)の河道に式(16), (17)を適用したとき, その境界条件式は次のようになる.

$$q_{c,i}(t, 0) = 0 \quad i = 1, 2 \quad (29)$$

$$q_{c,3}(t, 0) = q_{c,1}(t, l_{c,1}) + q_{c,2}(t, l_{c,2}) \quad (30)$$

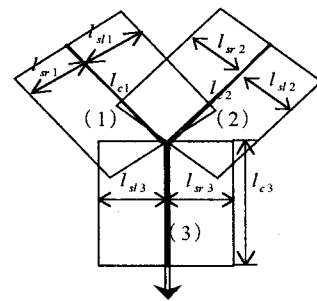


図-4 マグニチュード2の河道網流域

$$\frac{a_3(t, 0)}{W_3} = \frac{a_1(t, l_{c,1})}{W_1} = \frac{a_2(t, l_{c,2})}{W_2} \quad (31)$$

$$\left[\frac{\partial a_3}{\partial y} \right]_{y=l_{c,3}} = 0 \quad (32)$$

$q_{c,i}, a_i, W_i$ は, 部分流域 i の河道の流量, 流積および河道幅を表している. 式(29)は最上流端河道の条件を示している. 式(30) (31)は, 合流点における流量, 水深の連続条件を表している. また, 式(32)は, 最下流端河道の条件であるが, 必ずしも式(32)を採用する必要はないが, ここでは式(32)を下流端条件とする. さらに, 高マグニチュード河道網流域になると, 数多くの合流点で式(30), (31)を考慮する必要がある. 特に, 式(31)の条件式が計算を煩雑にしている.

後述するように等価周波数伝達関数を3次の遅れ系で近似し, これに含まれるパラメータによって流出モデルの選択を行なう. kinematic wave式であれば合流点で式(30)だけを考慮するとよく式(31)を考慮する必要がないため理論的に遅れ系のパラメータを得ることができる.

ここでは紙面の関係もあり, 式(24)で $K_1 \rightarrow \infty$ としてどの程度の大きさの K_2 によって diffusion wave式と kinematic wave式に区分されるかを検討する.

4. Diffusion wave式の等価周波数伝達関数

図-4のマグニチュード2の河道網流域を対象に式(17)を diffusion wave式に書き直す.

$$q_{c,i} = \beta_i \sqrt{1 - \frac{1}{W_i} \frac{\partial a_i}{\partial y}} a_i^{p_c} \quad (33)$$

$$\beta_i = \frac{\sqrt{i_{c,i}}}{n_{c,i} W_i^{2/3}} \quad (34)$$

添え字の i は、図-4の部分流域番号(i)を表す。境界条件は、式(29)～(32)を用いる。降雨量と流出量間の等価周波数伝達関数を求めるために、次式を設定する。

$$q_{c,i}(t, y) = \bar{q}_{c,i}(y) + C_{c,i}(y) e^{j\omega t} \quad (35)$$

$$a_i(t, y) = \bar{a}_i(y) + D_{c,i}(y) e^{j\omega t} \quad (36)$$

式(16)の連続式右辺の横流入量は、kinematic wave式により与えられるものとする。式(5), (9)より次式を得る。

$$q_{s,i}(l_{s,i}) = \bar{q}_{s,i}(l_{s,i}) + B l_{s,i} Z_{s,i}(j\omega) e^{j\omega t} \quad (37)$$

$$\bar{q}_{s,i}(l_{s,i}) = \bar{r} l_{s,i} \quad (38)$$

$$Z_{s,i}(j\omega) = e^{-j\omega t_{s,i}} F_1[p_{s,1} + p_{s,2} j\omega t_{s,i}] \quad (39)$$

$$t_{s,i} = \left\{ \frac{(\bar{r})^{1-p_s} l_{s,i}}{\alpha_i} \right\}^{1/p_s} \quad (40)$$

式(35)～(38)を式(16), (33)に代入して次式を得る。

$$\bar{q}_{c,i}(y) = 2\bar{r} l_{s,i} y \quad i=1,2 \quad (41)$$

$$\bar{q}_{c,3}(y) = 2\bar{r} l_{s,3} y + \bar{r} (A_{r,1} + A_{r,2}) \quad (42)$$

$$A_{r,i} = 2l_{s,i} l_{c,i} \quad (43)$$

$$\frac{d^2 C_{c,i}}{dy^2} - f_{1,i}(y) \frac{dC_{c,i}}{dy} - j\omega f_{2,i}(y) C_{c,i} = -2B l_{s,i} f_{1,i}(y) Z_{s,i}(j\omega) \quad (44)$$

$$f_{1,i}(y) = \frac{2p_c W_i i_{c,i} \bar{q}_{c,i}}{\beta_i^2 (a_i)^{2p_c+1}} \quad (45) \quad f_{2,i}(y) = \frac{2W_i i_{c,i} \bar{q}_{c,i}}{\beta_i^2 (a_i)^{2p_c}} \quad (46)$$

それぞれの河道における境界条件は以下のようになる。

$$C_{c,i}(0) = 0 \quad i=1,2 \quad (47)$$

$$C_{c,3}(0) = C_{c,1}(l_{c,1}) + C_{c,2}(l_{c,2}) \quad (48)$$

$$\left[2C_{s,3}(l_{s,3}) - \frac{dC_{c,3}}{dy} \right]_{y=0} = \left[2C_{s,1}(l_{s,1}) - \frac{dC_{c,1}}{dy} \right]_{y=l_{c,1}} = \left[2C_{s,2}(l_{s,2}) - \frac{dC_{c,2}}{dy} \right]_{y=l_{c,2}} \quad (49)$$

$$\frac{d\bar{a}_i}{dy} = W_i i_{c,i} \left\{ 1 - \frac{\bar{q}_{c,i}}{\beta_i^2 (a_i)^{2p_c}} \right\} \quad (50)$$

式(48), (49)が式(30), (31)の条件式に相当している。 $r(t)$ と $q_{c,i}(l_{c,i})$ $i=1,2,3$ 間の等価周波数伝達関数 $Z_i(j\omega)$ $i=1,2,3$ は、次式で定義される。

$$Z_i(j\omega) = \frac{C_{c,i}(l_{c,i})}{B A_{r,i}} \quad i=1,2 \quad (51)$$

$$Z_3(j\omega) = \frac{C_{c,3}(l_{c,3})}{B A_r} \quad A_r = (A_{r,1} + A_{r,2} + A_{r,3}) \quad (52)$$

$Z_i(j\omega)$ $i=1,2$ は、部分流域 $i=1,2$ の等価周波数伝達関数を表し、 $Z_3(j\omega)$ は、全流域の等価周波数伝達関数を表している。実際に、式(44)を計算するには、次のように変数変換を行なうと便利である。

$$E_i = \frac{C_{c,i}}{B} \quad (53)$$

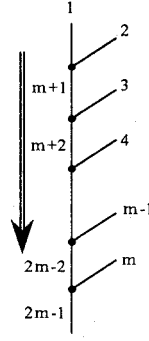


図-5 マグニチュード m の河道網流域

$$\frac{d^2 E_i}{dy^2} - f_{1,i}(y) \frac{dE_i}{dy} - j\omega f_{2,i}(y) E_i = -2f_{1,i}(y) l_{s,i} Z_{s,i}(j\omega) \quad (54)$$

$$E_i(0) = 0 \quad i=1,2 \quad (55)$$

$$E_3(0) = E_1(l_{c,1}) + E_2(l_{c,2}) \quad (56)$$

$$\left[\frac{d^2 E_i}{dy^2} \right]_{y=l_{c,i}} = 0 \quad (57)$$

$$\left[2l_{s,3} Z_{s,3}(j\omega) - \frac{dE_3}{dy} \right]_{y=0} = \left[2l_{s,1} Z_{s,1}(j\omega) - \frac{dE_1}{dy} \right]_{y=l_{c,1}} = \left[2l_{s,2} Z_{s,2}(j\omega) - \frac{dE_2}{dy} \right]_{y=l_{c,2}} \quad (58)$$

$$Z_i(j\omega) = \frac{E_i(l_{c,i})}{A_{r,i}} \quad i=1,2 \quad (59)$$

$$Z_3(j\omega) = \frac{E_3(l_{c,3})}{A_r} \quad (60)$$

境界条件式である式(55)～(57)は、式(58)を境界値問題として解かねばならないこと示している。

5. 遅れ系による等価周波数伝達関数の近似

藤田ら³⁾は、式(13)の $Z_s(j\omega)$ あるいは式(59), (60)の $Z_i(j\omega)$ の等価周波数伝達関数は、次式に示す遅れ系の周波数伝達関数で近似できることを示している。

$$G_1 \frac{d^3 q}{dt^3} + G_2 \frac{d^2 q}{dt^2} + G_3 \frac{dq}{dt} + q(t) = r(t) \quad (61)$$

$$\left[\frac{d^n q}{dt^n} \right]_{t=0} = 0 \quad n=0,1,2 \quad (62)$$

ただし、 G_i : 定数

式(61)の周波数伝達関数は、次式によって与えられる。

$$Z_q(j\omega) = \frac{1}{1 - \omega^2 G_2 - j\omega(\omega^2 G_1 - G_3)} \quad (63)$$

藤田ら³⁾は、式(63)の $Z_q(j\omega)$ が、等価周波数伝達関数 $Z(j\omega)$ を近似する条件式として次式を与えている。

$$G_1 = \frac{1}{6} \left[\frac{d^3 I_m[Z]}{d\omega^3} + 6G_3 \frac{d^2 R_e[Z]}{d\omega^2} + 6G_3^2 \right]_{\omega=0} \quad (64)$$

$$G_2 = \frac{1}{2} \left[\frac{d^2 R_e[Z]}{d\omega^2} + 2G_3^2 \right]_{\omega=0} \quad (65)$$

$$G_3 = - \left[\frac{d I_m[Z]}{d\omega} \right]_{\omega=0} \quad (66)$$

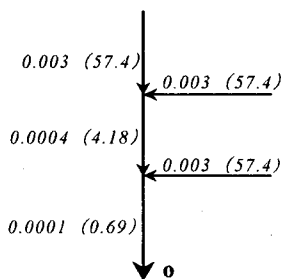


図-6 $m=3$ の河道網における各河道勾配と K_2

ここで、式(64)～(66)の物理的な意味について簡単に説明する。 $Z_i(j\omega)$ および $Z(j\omega)$ のインパルス応答関数を $z_q(t), z(t)$ とすると、 $Z_i(j\omega)$ が $Z(j\omega)$ を近似しているならば $z_q(t)$ もまた $z(t)$ を近似しているはずである。式(64)～(66)は、 $z_q(t), z(t)$ の1, 2, 3 次モーメントまでが一致する条件になっている。

係数 G_1, G_2, G_3 を計算するには式(64)～(66)を求めればよいことになる。

G_1, G_2, G_3 を求めるため新しい変数を $V_{1,i}, V_{2,i}, V_{3,i}$ を定義する。

$$V_{1,i} = \left[-\frac{1}{j} \frac{dE_i}{d\omega} \right]_{\omega=0} \quad V_{2,i} = \left[\frac{d^2 E_i}{d\omega^2} \right]_{\omega=0} \quad V_{3,i} = \left[\frac{1}{j} \frac{d^3 E_i}{d\omega^3} \right]_{\omega=0} \quad (67)$$

式(54)を ω で微分し、 $\omega=0$ の極限值をとって次式を得る。

$$\frac{d^2 V_{1,i}}{dy^2} - f_{1,i} \frac{dV_{1,i}}{dy} + f_{2,i} [E_i]_{\omega=0} = -2f_{1,i} l_{s,i} \frac{t_{s,i}}{(1+p_s)} \quad (68)$$

$$\frac{d^2 V_{2,i}}{dy^2} - f_{1,i} \frac{dV_{2,i}}{dy} - 2f_{2,i} V_{1,i} = 4f_{1,i} l_{s,i} \frac{t_{s,i}^2}{(1+p_s)(2+p_s)} \quad (69)$$

$$\frac{d^2 V_{3,i}}{dy^2} - f_{1,i} \frac{dV_{3,i}}{dy} - 3f_{2,i} V_{2,i} = -12f_{1,i} l_{s,i} \frac{t_{s,i}^3}{(1+p_s)(2+p_s)(3+p_s)} \quad (70)$$

$$V_{k,i}(0) = 0 \quad (71)$$

$$V_{k,3}(0) = V_{k,1}(l_{c,1}) + V_{k,2}(l_{c,2}) \quad (72)$$

また、式(54)で $\omega=0$ とすると式(55), (56)を満足する解 $[E_i]_{\omega=0}$ ($i=1,2,3$) は次式で与えられる。

$$[E_i]_{\omega=0} = 2l_{s,i} y \quad i=1,2 \quad (73)$$

$$[E_3]_{\omega=0} = 2l_{s,3} y + A_{r,1} + A_{r,2} \quad (74)$$

同様に式(58)を書き直すと以下のように書き直せる。

$$\left[\frac{2l_{s,3} t_{s,3}}{1+p_s} - \frac{dV_{1,3}}{dy} \right]_{y=0} = \left[\frac{2l_{s,2} t_{s,2}}{1+p_s} - \frac{dV_{1,2}}{dy} \right]_{y=l_{c,2}} = \left[\frac{2l_{s,1} t_{s,1}}{1+p_s} - \frac{dV_{1,1}}{dy} \right]_{y=l_{c,1}} \quad (75)$$

$$\left[\frac{-4l_{s,3} t_{s,3}^2}{(1+p_s)(2+p_s)} - \frac{dV_{2,3}}{dy} \right]_{y=0} = \left[\frac{-4l_{s,2} t_{s,2}^2}{(1+p_s)(2+p_s)} - \frac{dV_{2,2}}{dy} \right]_{y=l_{c,2}} = \left[\frac{-4l_{s,1} t_{s,1}^2}{(1+p_s)(2+p_s)} - \frac{dV_{2,1}}{dy} \right]_{y=l_{c,1}} \quad (76)$$

$$\left[\frac{12l_{s,3} t_{s,3}^3}{(1+p_s)(2+p_s)(3+p_s)} - \frac{dV_{3,3}}{dy} \right]_{y=0} = \left[\frac{12l_{s,2} t_{s,2}^3}{(1+p_s)(2+p_s)(3+p_s)} - \frac{dV_{3,2}}{dy} \right]_{y=l_{c,2}} = \left[\frac{12l_{s,1} t_{s,1}^3}{(1+p_s)(2+p_s)(3+p_s)} - \frac{dV_{3,1}}{dy} \right]_{y=l_{c,1}} \quad (77)$$

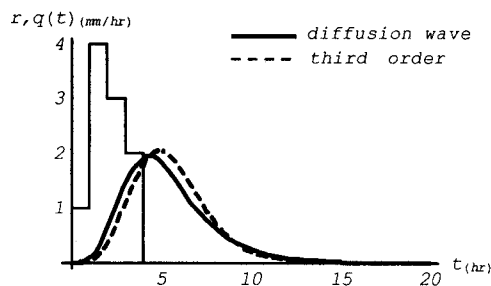


図-7 $m=3$ の河道網における降雨流出関係

G_1, G_2, G_3 を式(59)と式(60)より計算する。

$$G_{3,i} = \frac{V_{1,i}(l_{c,i})}{A_{r,i}} \quad i=1,2 \quad (78)$$

$$G_{3,3} = \frac{V_{1,3}(l_{c,3})}{A_r} \quad (79)$$

$$G_{2,i} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{V_{2,i}(l_{c,i})}{A_{r,i}} + 2G_{3,i}^2 \right\} \quad i=1,2 \quad (80)$$

$$G_{2,3} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{V_{2,3}(l_{c,3})}{A_r} + 2G_{3,3}^2 \right\} \quad (81)$$

$$G_{1,i} = \frac{1}{6} \left\{ \frac{V_{3,i}(l_{c,i})}{A_{r,i}} + 6 \frac{V_{2,i}(l_{c,i})}{A_{r,i}} G_{3,i} + 6G_{3,i}^3 \right\} \quad i=1,2 \quad (82)$$

$$G_{1,3} = \frac{1}{6} \left\{ \frac{V_{3,3}(l_{c,3})}{A_r} + 6 \frac{V_{2,3}(l_{c,3})}{A_r} G_{3,3} + 6G_{3,3}^3 \right\} \quad (83)$$

ここで、式(68)～(74)を用いた計算例を図-6に示す $m=3$ の河道網を対象に、次の計算条件を与えた。

$$n_s = 0.5 \text{ (s m}^{1/3}\text{)}, \quad i_s = 0.05, \quad l_s = 100 \text{ (m)}, \quad \bar{r} = 5 \text{ (mm/hr)}$$

$$n_c = 0.03 \text{ (s m}^{1/3}\text{)}, \quad W = 5 \text{ (m)}, \quad l_c = 3000 \text{ (m)} \quad (84)$$

n_s は斜面粗度係数、 i_s は斜面勾配を表している。図-6に示す数値は各河道の勾配、()の数値は K_2 の値を表している。式(68)～(74), (84)より計算した河道網末端(点o)における G_1, G_2, G_3 の値は以下になった。

$$G_1 = 2.3 \text{ (hr}^3\text{)}, \quad G_2 = 4.2 \text{ (hr}^2\text{)}, \quad G_3 = 3.5 \text{ (hr)} \quad (85)$$

diffusion wave式と遅れ系を比較するために図-7に示す降雨を設定した。実線は式(16), (33)を用いた点oにおける流量、破線は式(61), (85)を用いた3次の遅れ系による流量計算の結果であるが、この再現計算は妥当であり、遅れ系はdiffusion wave式も表現できるといえる。

次に、 K_2 と G_1, G_2, G_3 の関係を考察した。図-5で $m=15$ の河道網を想定し、設定条件は式(84)とした。また、図-2を参照し、下流に向かうほど K_2 の値を減少させるよう河床勾配を式(86)のように設定し、全体的に急勾配の場合と緩勾配の場合の2ケースを想定した。

$$\text{Case-1: } i_c = 0.003 - 0.00015L \quad (1 \leq L \leq m) \quad (86)$$

$$\text{Case-2: } i_c = 0.009 - 0.00045L \quad (1 \leq L \leq m)$$

L は上流端から数えたリンク数を表している。また、支流にあたる外部リンク(図-5の2～ m のリンク)の河床勾配は0.003とした。

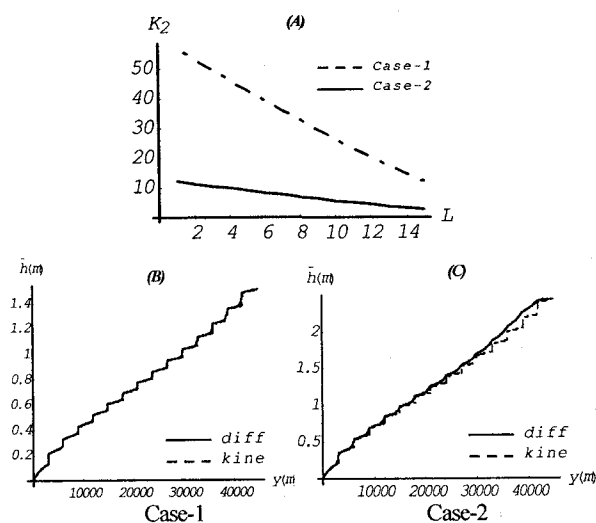


図-8 K_2 と水深の分布

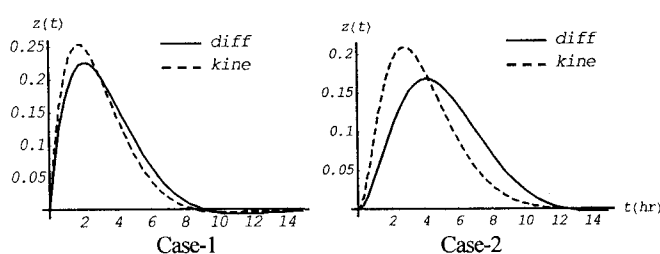


図-10 河道網末端におけるインパルス応答関数

図-8において、(A)は本流に沿った K_2 の分布を、(B) (C)はkinematic wave式とdiffusion wave式で計算したそれぞれの定常状態の水深を示している。横軸の y は上流端からの距離を表しており、実線はdiffusion wave式を、破線はkinematic wave式を表している。Case-1, Case-2ともに下流に向かうにつれ K_2 が減少していくが、 K_2 が小さいCase-2ではkinematic wave式とdiffusion wave式の水深差が顕著に現れている。

図-9はパラメータ G_1, G_2, G_3 の本流沿いの変化を示したものであるが、 K_2 の減少に従い、 G_1, G_2, G_3 ともにkinematic wave式とdiffusion wave式の差が広がっていく。

実際的にはこの差がどの程度であれば両式を同一とみなせるかが問題となる。ここでは、遅れ系の周波数伝達関数式(63)のインパルス応答関数 $z(t)$ で両者を比較する。両者のピーク値の差が10%未満の場合はkinematic wave式の適用範囲、それ以上の差が認められる場合はdiffusion wave式の適用範囲とみなした。

図-10は河道網末端における両式の G_1, G_2, G_3 を用いた $z(t)$ の計算例を示したものであり、Case-1は両者のピーク値の差が10%未満、Case-2は10%以上の例である。 K_2 が4以下の場合 (Case-2) において両者のインパルス応答関数ピーク値の差が10%以上となるためこの流域はdiffusion wave式の適用範囲であるといえる。一方、 K_2 値が5以上の場合には両者に大差が認められないことからkinematic wave式を適用してよいといえる。この傾向はマグニチュード m や条件式(84)の値を変化させても同じ傾向を示した。

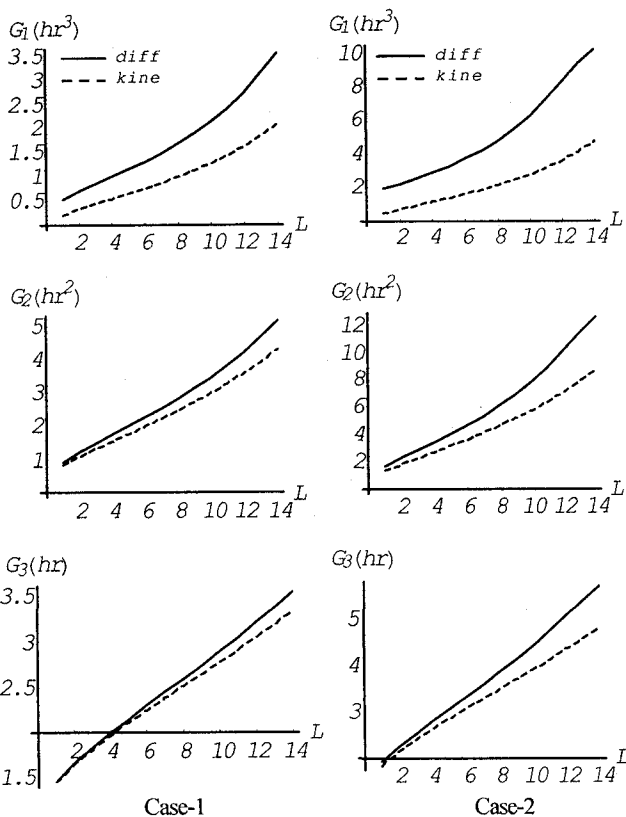


図-9 本流に沿う G_1, G_2, G_3 の変化

5. まとめ

本研究では、diffusion wave式において等価周波数伝達関数より求まる遅れ系のパラメータ G_1, G_2, G_3 を求める手法を提案した。diffusion wave式と遅れ系による流出量はほぼ同じ値を得ることを確かめた。

また、無次元数 K_2 が約5以上では式はkinematic wave式と同じ挙動をとることがわかった。図-2で示された実流域においては一部の下流を除く多くの河道では $K_2 \geq 4$ であることから、kinematic wave式を適用してよいと考えられる。

謝辞：本研究は、(財)北海道河川防災研究センターの研究補助を受けたものである。関係各位に感謝します。

参考文献

- 1) Luai Harnouda and Mutsuhiro Fujita: Application of the Equivalent Frequency Response Method to Nonlinear Runoff Systems-St. Venant Equation and Related Models-, 土木学会論文集No.677/II-55,189-203,2001
- 2) Surakha Wanphen and Mutsuhiro Fujita: A Study on Diffusion Wave Runoff Model by Equivalent Frequency Transfer Function, Annual J. of Hydraulic Engineering, JSCE, Vol.46, 145-150,2002
- 3) 藤田睦博, Surakha Wanphen, 田中岳, 清水康行: 等価周波数応答方に基づくkinematic waveモデルの集中化に関する基礎的研究, 土木学会論文集投稿中.

(2002. 9. 30受付)